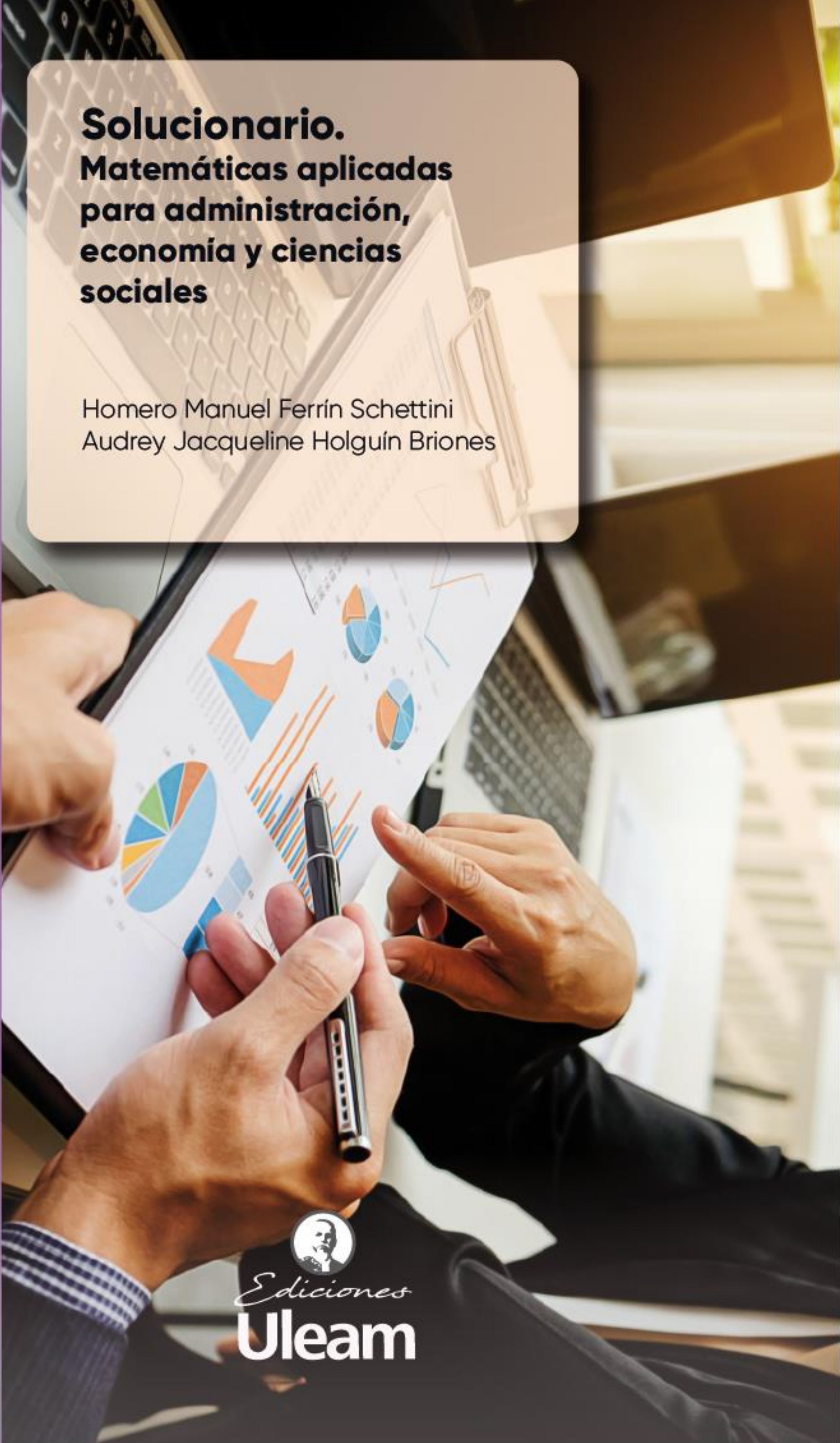


Solucionario. Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales

Homero Manuel Ferrín Schettini
Audrey Jacqueline Holguín Briones

Ediciones Uleam

Colección Dossier Académico
Administración

Este libro ha sido evaluado bajo el sistema de pares académicos y mediante la modalidad de doble ciego.

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
Ciudadela universitaria vía circunvalación (Manta)
www.uleam.edu.ec

Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales. Solucionario

Consejo Editorial: Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
Director Editorial: Fidel Chiriboga
Diseño de cubierta: José Márquez
Estilo, corrección y edición: Alexis Cuzme (DEPU)

ISBN: 978-9942-775-42-9

Edición: Primera. Noviembre 2018

Departamento de Edición y Publicación Universitaria (DEPU)
Ediciones Uleam
2 623 026 Ext. 255
www.depu.uleam.blogspot.com
Manta - Manabí - Ecuador

Índice

CAPÍTULO 1

Algunos conocimientos preliminares

1.1 ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA VARIABLE

Ejercicio de práctica

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $4x-10=8-2x$

b) $x-5=-\dfrac{(-2x+10)}{2}$

c) $3x+3=3x-5$

Solución:

a) $4x-10=8-2x$

$$4x+2x=8+10$$
$$6x=18$$
$$x=\frac{18}{6}$$
$$x=3$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando:

$x=3$

$4x-10=8-2x$

La variable *x* la reemplazamos por el valor de 3.

$$4(3)-10=8-2(3)$$
$$12-10=8-6$$
$$2=2$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

b) $x-5=-\frac{(-2x+10)}{2}$

$$x-5=-\frac{-2x+10}{2}$$
$$(x-5)2=-(-2x+10)$$
$$2x-10=2x-10$$
$$2x-2x=-10+10$$
$$0=0$$
Verdadero

La solución para la ecuación es cualquier número real.

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando:

$x=6$

La variable *x* la reemplazamos por el valor de 6.

$$x-5=-\frac{-2x+10}{2}$$
$$6-5=-\frac{-2(6)+10}{2}$$
$$1=-\frac{-12+10}{2}$$
$$1=-\frac{-2}{2}$$
$$1=-(-1)$$
$$1=1$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Evaluemos la ecuación cuando:

$x=-19$

$$x-5=-\frac{-2x+10}{2}$$

La variable *x* la reemplazamos por el valor de -19.

$$x-5=-\frac{-2x+10}{2}$$
$$-19-5=-\frac{-2(-19)+10}{2}$$
$$-24=-\frac{38+10}{2}$$
$$-24=-\frac{48}{2}$$
$$-24=-24$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Conclusión:

Para cualquier valor que evaluemos a la *variable x*, sus resultados siempre serán verdaderos.

c) $3x+3=3x-5$

$$3x-3x=-5-3$$
$$0=-8$$
Falso

No hay valores que den una solución verdadera a la ecuación.

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando:

$x=0$

$3x+3=3x-5$

Donde esté la *variable x* la reemplazamos por el valor de *0*.

$$3(0)+3=3(0)-5$$
$$3=-5$$
Falso

Lo que queda demostrado.

Evaluemos la ecuación cuando:

$x=100$

$3x+3=3x-5$

Donde esté la *variable x* la reemplazamos por el valor de *100*.

$$3(100)+3=3(100)-5$$
$$300+3=300-5$$
$$303=295$$
Falso

Lo que queda demostrado.

Conclusión:

Para cualquier valor que evaluemos a la *variable x*, su resultado siempre será falso.

No hay ningún número real que haga verdadera a la ecuación.

Sección 1.1. Ejercicios de seguimiento.

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado.

1. $x+5=2x-8$

Solución:

$$x-2x=-8-5$$
$$-x=-13$$
$$x=13$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de *13*.

$$x+5=2x-8$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de *13.*

$$13+5=2(13)-8$$
$$18=26-8$$
$$18=18$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

2. $18x - 2x = 8 - 3x$

Solución:

$$18x + 3x - 2x = 8$$
$$21x - 3x = 8$$
$$19x = 8$$
$$x = \frac{8}{19}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de $\frac{8}{19}$.

$$18x - 2x = 8 - 3x$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de $\frac{8}{19}$.

$$18(\frac{8}{19}) - 2(\frac{8}{19}) = 8 - 3(\frac{8}{19})$$
$$\frac{144}{19} - \frac{16}{19} = 8 - \frac{24}{19}$$
$$\frac{128}{19} = \frac{152 - 24}{19}$$
$$\frac{128}{19} = \frac{128}{19}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

3. $2x + 4 = 6 - x$

Solución:

$$2x + x = 6 - 4$$
$$3x = 2$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de $\frac{2}{3}$.

$2x+4=6-x$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de $\frac{2}{3}$.

$2(\frac{2}{3})+4=6-(\frac{2}{3})$

$\frac{4}{3}+4=6-\frac{2}{3}$

$\frac{4+12}{3}=\frac{18-2}{3}$

$\frac{16}{3}=\frac{16}{3}$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

4. $-5x+12=16-3x$

Solución:

$-5x+3x=16-12$

$-2x=4$

$2x=-4$

$x=-\frac{4}{2}$

$x=-2$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de -2.

$-5x+12=16-3x$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de -2.

$-5(-2)+12=16-3(-2)$

$10+12=16+6$

$22=22$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

5. $2(x-8)=3(x+4)$

Solución:

$$2x-16=3x+12$$
$$2x-3x=12+16$$
$$-x=28$$
$$x=-28$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de -28.

$$2(x-8)=3(x+4)$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de -28.

$$2(-28-8)=3(-28+4)$$
$$2(-36)=--84+12$$
$$-72=-72$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

6. $5(3-x)=3(5+x)$

Solución:

$$15-5x=15+3x$$
$$-5x-3x=15-15$$
$$-8x=0$$
$$x=\frac{0}{-8}$$
$$x=0$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de 0.

$$5(3-x)=3(5+x)$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de 0.

$5(3-0)=3(5+0)$
$15-0=15-0$
$15=15$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

7. $16+2t=4t+12$

Solución:

$2t-4t=12-16$
$-2t=-4$
$2t=4$
$t=\frac{4}{2}$
$t=2$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de 2.

$16+2t=4t+12$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de 2.

$16+2(2)=4(2)+12$
$16+4=8+12$
$20=20$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

8. $8y+10=6y+20$

Solución:

$8y-6y=20-10$
$2y=10$
$y=\frac{10}{2}$
$y=5$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable y* toma el valor de 5.

$8y+10=6y+20$

La *variable y* la reemplazamos por el valor de 5.

$8(5)+10=6(5)+20$
$40+10=30+20$
$50=50$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

9. $3-5t=3t+5$

Solución:

$-5t-3t=5-3$
$-8t=2$
$8t=-2$
$t=-\frac{2}{8}$
$t=-\frac{1}{4}$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de $-\frac{1}{4}$.

$3-5t=3t+5$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de $-\frac{1}{4}$.

$$3-5(-\frac{1}{4})=3(-\frac{1}{4})+5$$
$$3+\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}+5$$
$$\frac{12+5}{4}=\frac{-3+20}{4}$$
$$\frac{17}{4}=\frac{17}{4}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

10. $10y+2=6y+4$

Solución:

$$10y-6y=4-2$$
$$4y=2$$
$$y=\frac{2}{4}$$
$$y=\frac{1}{2}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable y* toma el valor de $\frac{1}{2}$.

$$10y+2=6y+4$$

La *variable y* la reemplazamos por el valor de $\frac{1}{2}$.

$$10(\frac{1}{2})+2=6(\frac{1}{2})+4$$
$$\frac{10}{2}+2=\frac{6}{2}+4$$
$$5+2=3+4$$
$$7=7$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

11. $3t + 10 = 4t + 6$

Solución:

$$3t - 4t = 6 - 10$$
$$-t = -4$$
$$t = 4$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de 4.

$$10y + 2 = 6y + 4$$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de 4.

$$3(4) + 10 = 4(4) + 6$$
$$12 + 10 = 16 + 6$$
$$22 = 22$$
Verdadero

Lo que queda demostrado

12. $3(2t + 8) = 4(2 + t)$

Solución:

$$6t + 24 = 8 + 4t$$
$$6t - 4t = 8 - 24$$
$$2t = -16$$
$$t = \frac{-16}{2}$$
$$t = -8$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de -8.

$$3(2t + 8) = 4(2 + t)$$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de -8.

$3[2(-8)+8]=4[2+(-8)]$
$3[-16+8]=4[2-8]$
$3[-8]=4[-6]$
$-24=-24$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

13. $\frac{x}{6}-5=\frac{x}{2}-7$

Solución:

$\frac{x}{6}-\frac{x}{2}=-7+5$
$\frac{x-3x}{6}=-2$
$x-3x=-2(6)$
$-2x=-12$
$2x=12$
$x=\frac{12}{2}$
$x=6$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de 6.
$\frac{x}{6}-5=\frac{x}{2}-7$
La *variable x* la reemplazamos por el valor de 6.
$\frac{6}{6}-5=\frac{6}{2}-7$
$1-5=3-7$
$-4=-4$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

14. $(x+6)-(5-2x)+2=0$

Solución:

$$x+6-5+2x+2=0$$
$$3x+3=0$$
$$3x=-3$$
$$x=-\frac{3}{3}$$
$$x=-1$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de -1.

$$(x+6)-(5-2x)+2=0$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de -1.

$$(-1+6)-[(5-2(-1)]+2=0$$
$$(5)-[(5+2)]+2=0$$
$$5-7+2=0$$
$$7-7=0$$
$$0=0$$

Lo que queda demostrado.

15. $3-\frac{x}{2}=\frac{x}{3}-2$

Solución:

$$-\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=-2-3$$
$$\frac{-3x-2x}{6}=-5$$
$$\frac{-5x}{6}=-5$$
$$-5x=-5(6)=-30$$
$$5x=30$$
$$x=\frac{30}{5}=6$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de 6.

$$3-\frac{x}{2}=\frac{x}{3}-2$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de 6.

$$3-\frac{6}{2}=\frac{6}{3}-2$$
$$3-3=2-2$$
$$0=0$$

Lo que queda demostrado.

16. $\frac{t-3}{2}+\frac{t+3}{4}=\frac{8-t}{3}+2$

Solución:

$$\frac{t-3}{2}+\frac{t+3}{4}-\frac{8-t}{3}=2$$
$$\frac{6(t-3)+3(t+3)-4(8-t)}{12}=2$$
$$\frac{6t-18+3t+9-32+4t}{12}=2$$
$$\frac{13t-41}{12}=2$$
$$13t-41=2(12)$$
$$13t=24+41$$
$$13t=65$$
$$t=\frac{65}{13}$$
$$t=5$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de 5.

$$\frac{t-3}{2}+\frac{t+3}{4}=\frac{8-t}{3}+2$$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de 5.

$$\frac{5-3}{2}+\frac{5+3}{4}=\frac{8-5}{3}+2$$
$$\frac{2}{2}+\frac{8}{4}=\frac{3}{3}+2$$
$$1+2=1+2$$
$$3=3$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

17. $4+x=3+\frac{x}{2}$

Solución:

$$x-\frac{x}{2}=3-4$$
$$\frac{2x-x}{2}=-1$$
$$\frac{x}{2}=-1$$
$$x=-1(2)$$
$$x=-2$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de -2.

$$4+x=3+\frac{x}{2}$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de -2.

$$4+(-2)=3+\frac{-2}{2}$$
$$4-2=\frac{6-2}{2}$$
$$2=\frac{4}{2}$$
$$2=2$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

18. $\frac{v}{2}-3=5+\frac{v}{2}$

Solución:

$\frac{v}{2}-\frac{v}{2}=5+3$
$0=8$
$Falso$

No hay solución para ningún valor real que haga verdadera a la ecuación.

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable v* toma el valor de 3.

$\frac{v}{2}-3=5+\frac{v}{2}$

La *variable v* la reemplazamos por el valor de 3.
$\frac{3}{2}-3=5+\frac{3}{2}$
$\frac{3-6}{2}=\frac{10+3}{2}$
$\frac{-3}{2}=\frac{13}{2}$
$(-3)(2)=(13)(2)$
$-6=26$
$Falso$

Lo que queda demostrado.

19. $\frac{(t-3)}{2}=\frac{(4-3t)}{4}$

Solución:

$4(t-3)=2(4-3t)$
$4t-12=8-6t$
$4t+6t=8+12$
$10t=20$
$t=\frac{20}{10}=2$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable t* toma el valor de 2.

$$\frac{(t-3)}{2}=\frac{(4-3t)}{4}$$

La *variable t* la reemplazamos por el valor de 2.

$$\frac{(2-3)}{2}=\frac{[(4-3(2)]}{4}$$
$$\frac{-1}{2}=\frac{4-6}{4}$$
$$\frac{-1}{2}=\frac{-2}{4}$$
$$\frac{-1}{2}=\frac{-1}{2}$$

Verdadero

20. $3(x-2)=\dfrac{(x+3)}{2}$

Solución:

$$3x-6=\frac{(x+3)}{2}$$
$$2(3x-6)=x+3$$
$$6x-12=x+3$$
$$6x-x=3+12$$
$$5x=15$$
$$x=\frac{15}{5}$$
$$x=3$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de 3.

$$3(x-2)=\frac{(x+3)}{2}$$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de 3.

$$3(3-2)=\frac{(3+3)}{2}$$

$$3(1)=\frac{6}{2}=3$$

$$3=3$$

Verdadero

21. $2(y+1)-3(y-1)=5-y$

Solución:

$$2y+2-3y+3=5-y$$

$$-y+5=5-y$$

$$-y+y=5-5$$

$$0=0$$

Verdadero

La solución para la ecuación es cualquier número real.

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable y* toma el valor de cualquier número real.
La evaluamos para $y=5$.

$$2(y+1)-3(y-1)=5-y$$

La *variable y* la reemplazamos por el valor de $y=5$.

$$2(5+1)-3(5-1)=5-5$$

$$2(6)-3(4)=0$$

$$12-12=0$$

$$0=0$$

Verdadero

La *variable y* la reemplazamos por el valor de $y=-10$.

$$2(-10+1)-3(-10-1)=5-(-10)$$

$$2(-9)-3(-11)=5+10$$

$$-18+33=15$$

$$15=15$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

Conclusión:

Para cualquier valor que evaluemos a la variable *y*, su resultado siempre será verdadero.

22. $3(12-x)-16=2$

Solución:

$36-3x-16=2$

$20-3x=2$

$-3x=2-20$

$-3x=-18$

$3x=18$

$x=\frac{18}{3}$

$x=6$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable x* toma el valor de 6.

$3(12-x)-16=2$

La *variable x* la reemplazamos por el valor de 6.

$3(12-6)-16=2$

$3(6)-16=2$

$18-16=2$

$2=2$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

23. $3(x-2)+4(2-x)=x+2(x+1)$

Solución:

$$3x-6+8-4x=x+2x+2$$
$$-x+2=3x+2$$
$$-x-3x=2-2$$
$$-4x=0$$
$$4x=0$$
$$x=\frac{0}{4}$$
$$x=0$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 0.

$$3(x-2)+4(2-x)=x+2(x+1)$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 0.

$$3(0-2)+4(2-0)=0+2(0+1)$$
$$3(-2)+4(2)=2(1)$$
$$-6+8=2$$
$$2=2$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

24. $3x+1=2-(x-4)+3x$

Solución:

$$3x+1=2-x+4+3x$$
$$3x+1=6+2x$$
$$3x-2x=6-1$$
$$x=5$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 5.

$$3x+1=2-(x-4)+3x$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 5.

$$3(5)+1=2-(5-4)+3(5)$$
$$15+1=2-(1)+15$$
$$16=17-1$$
$$16=16$$
Verdadero

1.2 ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA VARIABLE

Ejercicio de práctica

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$

b) $3x^2 - 3x + 5 = 0$

c) $x^2 + 10x + 25 = 0$

Solución:

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$$a = 1$$
$$b = 3$$
$$c = 2$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(b)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = -2$$

Comprobación:

Para $x = -1$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Donde está la variable *x* la reemplazamos por su valor de -1.

$(-1)^2 + 3(-1) + 2 = 0$
$1 - 3 + 2 = 0$
$3 - 3 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Para $x = -2$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

Donde está la variable *x* la reemplazamos por su valor de -2.

$(-2)^2 + 3(-2) + 2 = 0$
$4 - 6 + 2 = 0$
$6 - 6 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Este problema también se puede resolver aplicando las reglas de factores.

$x^2 + 3x + 2 = 0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(+) = +$.

$(x + ...)(x + ...) = 0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+3)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación $(+2)$.

Estos dos números son: 2 y 1

$(x + 2)(x + 1) = 0$

Estos dos valores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x + 2) = 0$ y $(x + 1) = 0$

$x+2=0$ $\qquad$ $x+1=0$

$x=-2$ $\qquad$ $x=-1$

b) $3x^2-3x+5=0$

Solución:

a) $3x^2-3x+5=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a=3$
$b=-3$
$c=5$

$$x=\frac{-(-3\pm\sqrt{(-3)^2-4(3)(5)}}{2(3)}=\frac{3\pm\sqrt{9-60}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{-59}}{2}$$

El radical $\sqrt{-59}$ no tiene solución en el conjunto de los números reales.

El resultado es un número imaginario.

Por lo tanto la ecuación no tiene valores que den un resultado en el conjunto de los números reales.

c) $x^2+10x+25=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a=1$
$b=10$
$c=25$

$$x=\frac{-10\pm\sqrt{(10)^2-4(1)(25)}}{2(1)}=\frac{-10\pm\sqrt{100-100}}{2}=\frac{-10\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

$x=-5$

Comprobación:

Para $x=-5$

$x^2+10x+25=0$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de -5.

$(-5)^2+10(-5)+25=0$
$25-50+25=0$
$50-50=0$
$0=0$
Verdadero

Sección 1.2. Ejercicio de seguimiento

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando la factorización.

1. $x^2+1x-12=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(-)=-$.

$(x+.....)(x-.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+1)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (-12).

Estos dos números son: $+4$ y -3.

$(x+4)(x-3)=0$

Estos dos valores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x+4)=0$ y $(x-3)=0$

$x+4=0$ $\qquad\qquad$ $x-3=0$

$x=-4$ $\qquad\qquad$ $x=3$

Los valores solución son: $x=-4$ y $x=3$.

Comprobación:

Para $x=-4$

$x^2+1x-12=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor $x-4$.

$(-4)^2+1(-4)-12=0$
$16-4-12=0$
$16-16=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=3$

$x^2+1x-12=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor $x=3$.

$(3)^2+1(3)-12=0$
$9+3-12=0$
$12-12=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

2. $\quad x^2-36=0$

Solución:

x^2-6^2

Tenemos una diferencia de cuadrados y esto es igual a dos factores que tienen como primer término a la variable x.

$(x\ldots\ldots\ldots)(x\ldots\ldots\ldots)=0$

Un factor tendrá como signo $+$ y el otro factor como signo $-$.

$(x+.......)(x-........)=0$

El número independiente de cada factor es el resultado de la raíz cuadrada del segundo valor de la ecuación original $\sqrt{36}=6$.

$(x+6)(x-6)=0$

Este producto de dos factores igualados a cero, nos da como resultado dos ecuaciones independientes.

$(x+6)=0$ y $(x-6)=0$

$x+6=0$
$x=-6$

$x-6=0$
$x=6$

Tenemos como resultado del problema:

$x=6$

$x=-6$

Comprobación:

Para $x=6$

$x^2-36=0$

$(6)^2-36=0$
$36-36=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=-6$

$x^2-36=0$

$(-6)^2-36=0$
$36-36=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

3. $x^2+2x+1=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(+)=+$.

$(x+.....)(x+.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+2)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (1).

Estos dos números son: $+1$ y $+1$.

$(x+1)(x+1)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x+1)=0$ y $(x+1)=0$

$x+1=0$ $x+1=0$
$x=-1$ $x=-1$

Los valores solución son: $x=-1$

Comprobación:

Para $x=-1$

$x^2+2x+1=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor -1.

$(-1)^2+2(-1)+1=0$
$1-2+1=0$
$2-2=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Este problema también se puede resolver mediante el siguiente proceso:

x^2+2x+1

Extraer la raíz cuadrada del primer término: $\sqrt{x^2} = x$

Extraer la raíz cuadrada del tercer término: $\sqrt{1} = 1$

Si el doble producto del resultado de la raíz del primer término, multiplicado por el resultado de la raíz del tercer término, es igual al valor del segundo término de la ecuación: $(2)(x)(1) = 2x$

Entonces tenemos como resultado un factor, que suma el resultado de la raíz cuadrada del primer término más el resultado de la raíz cuadrada del tercer término; y todo este factor hay que elevarlo al cuadrado:

$$(x+1)^2 = 0$$

Resolviendo esta ecuación tenemos que:

$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{0}$$
$$(x+1) = 0$$
$$x+1 = 0$$
$$x = -1$$

Lo que queda demostrado.

4. $x^2 + 3x - 10 = 0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(-) = -$.

$$(x + ...)(x - .....) = 0$$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+3)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (-10).

Estos dos números son: $+5$ y -2.

$$(x+5)(x-2) = 0$$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x+5)=0$ y $(x-2)=0$

$x+5=0$ $\quad$ $x-2=0$
$x=-5$ $\quad$ $x=2$

Los valores solución son: $x=-5$ y $x=2$

Comprobación:

Para $x=-5$

$x^2+3x-10=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor -5.

$(-5)^2+3(-5)-10=0$
$25-15-10=0$
$25-25=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=2$

$x^2+3x-10=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor 2.

$(2)^2+3(2)-10=0$
$4+6-10=0$
$10-10=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

5. $x^2-3x-4=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(-)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(-)(-)=+$.

$(x-.....)(x+.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación (-3) y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (-4).

Estos dos números son: -4 y $+1$.

$(x-4)(x+1)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x-4)=0$	y	$(x+1)=0$
$x-4=0$		$x+1=0$
$x=4$		$x=-1$

Los valores solución son: $x=4$ y $x=-1$

Comprobación:

Para $x=4$

$x^2-3x-4=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor 4.

$(4)^2-3(4)-4=0$
$16-12-4=0$
$16-16=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=-1$

$x^2-3x-4=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor -1.

$(-1)^2-3(-1)-4=0$
$1+3-4=0$
$4-4=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

6. $t^2+2t-8=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable (t). Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(-)=-$.

$(t+\ldots..)(t-\ldots..)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+2)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (-8).

Estos dos números son: 4 y -2.

$(t+4)(t-2)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(t+4)=0$ y $(t-2)=0$

$t+4=0$
$t=-4$

$t-2=0$
$t=2$

Los valores solución son: $t=-4$ y $t=2$

Comprobación:

Para $t=-4$

$t^2+2t-8=0$

Donde esté la variable t la reemplazamos por su valor 4.

$(-4)^2+2(-4)-8=0$
$16-8-8=0$
$16-16=0$
$0=0$
Verdadero

Para $t=2$

$t^2+2t-8=0$

Donde esté la variable t la reemplazamos por su valor 2.

$(2)^2 + 2(2) - 8 = 0$
$4 + 4 - 8 = 0$
$8 - 8 = 0$
$0 = 0$

Lo que queda demostrado.

7. $2t^2 - 9t + 4 = 0$

Solución:

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$at^2 + bt + c = 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático, se lo puede factorizar como:

$(At + B)(Ct + D) = 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto tenemos:

$ACt^2 + (AD + BC)t + BD = 2t^2 - 9t + 4$

Luego tenemos que:

$AC = 2$
$A = 2$
$C = 1$

$AD + BC = -9$

$BD = 4$

Luego la expresión:

$(At + B)(Ct + D) = 0$

$(2t + B)(1t + D) = 0$

El siguiente paso es encontrar un par de números enteros B y D cuyo producto $BD = 4$

Los pares posibles son:

$(1)(4); (-1)(-4); (2)(2); (-2)(-2)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -9; como resultado de:

$$AD + BC = -9$$

Tenemos que:

$$A = 2$$
$$C = 1$$

$$2(D) + B(1) = -9$$
$$2D + B = 9$$

Si probamos con:

$$B = -1$$
$$D = -4$$

Tenemos que:

$$2D + B = -9$$

$$2(-4) + (-1) = -9$$
$$-8 - 1 = -9$$
$$-9 = -9$$
Verdadero

Por lo tanto:

$$(2t + B)(1t + D) = 0$$

Se transforma en:

$$(2t - 1)(t - 4) = 0$$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(2t - 1) = 0$ **y** $(t - 4) = 0$

$$2t - 1 = 0$$
$$2t = 1$$
$$t = \frac{1}{2}$$

$$t - 4 = 0$$
$$t = 4$$

Comprobación:

Para $t = \frac{1}{2}$

$2t^2 - 9t + 4 = 0$

Donde está la variable t la reemplazamos por su valor $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4} - \frac{9}{2} + 4 = 0$

$\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + 4 = 0$
$-\frac{8}{2} + 4 = 0$
$-4 + 4 = 0$
$0 = 0$
Verdadero.

Para $t = 4$

$2t^2 - 9t + 4 = 0$

Donde está la variable t la reemplazamos por su valor 4

$2(4)^2 - 9(4) + 4 = 0$
$2(16) - 36 + 4 = 0$
$32 - 36 + 4 = 0$
$36 - 36 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

8. $5r^2 - 2r - 3 = 0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ar^2 + br + c = 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático, se lo puede factorizar como:

$(Ar + B)(Cr + D) = 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto tenemos:

$ACr^2 + (AD + BC)r + BD = 5r^2 - 2r - 3$

Luego tenemos que:

$$AC = 5$$
$$A = 5$$
$$C = 1$$

$$AD + BC = -2$$

$$BD = -3$$

Luego la expresión:

$$(Ar + B)(Cr + D) = 0$$

$$(2r + B)(1r + D) = 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de números enteros B y D cuyo producto $BD = -3$

Los pares posibles son:

$$(-1)(3);(1)(-3)$$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -2; como resultado de:

$$AD + BC = -2$$

Tenemos que:

$$A = 5$$
$$C = 1$$

$$5(D) + B(1) = -2$$
$$5D + B = -2$$

Si probamos con:

$$B = 3$$
$$D = -1$$

Tenemos que:

$$5(-1) + 1(3) = -2$$

$$-5 + (3) = -2$$
$$-5 + 3 = -2$$
$$-2 = -2$$
Verdadero

Por lo tanto:

$(5r+B)(1r+D)=0$

Se transforma en:

$(5r+3)(1r-1)=0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(5r+3)=0$ **y** $(1r-1)=0$

$5r+3=0$
$5r=-3$
$r=-\frac{3}{5}$

$r-1=0$
$r=1$

Comprobación:

Para $r=-\frac{3}{5}$

$5r^2-2r-3=0$

Donde está la variable r la reemplazamos por su valor $-\frac{3}{5}$

$5(-\frac{3}{5})^2-2(-\frac{3}{5})-3=0$

$5(\frac{9}{25})-2(-\frac{3}{5})-3=0$
$\frac{45}{25}+\frac{6}{5}-3=0$
$\frac{9}{5}+\frac{6}{5}-3=0$
$\frac{15}{5}-3=0$
$3-3=0$
$0=0$
Verdadero.

Para $t=1$

$5r^2-2r-3=0$

Donde está la variable r la reemplazamos por su valor 1

$$5(1)^2 - 2(1) - 3 = 0$$
$$5(1) - 2 - 3 = 0$$
$$5 - 5 = 0$$
$$0 = 0$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

9. $6y^2 + 9y - 6 = 0$

Mejoramos esta ecuación facturándola:

$$3(2y^2 + 3y - 2) = 0$$

Esta expresión de dos factores nos da como resultado dos ecuaciones:

$$3 = 0$$
Falso

$$2y^2 + 3y - 2 = 0$$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ay^2 + by + c = 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ay + B)(Cy + D) = 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$$ACy^2 + (AD + BC)y + BD = 2y^2 + 3y - 2 =$$

Luego tenemos que:

$$AC = 2$$
$$A = 2$$
$$C = 1$$

$$AD + BC = 3$$

$$BD = -2$$

Luego la expresión:

$$(Ay+B)(Cy+D)=0$$
$$A=2$$
$$C=1$$
$$(2y+B)(1y+D)=0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-2$

Los pares posibles son:

$(1)(-2)$ y $(-1)(2)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 3; como resultado de:

$$AD+BC=3$$
$$2D+1B=3$$

Si probamos con:

$$D=2$$
$$B=-1$$

Tenemos que:

$$2(2)+1(-1)=3$$
$$4-1=3$$
$$3=3$$
Verdadero

Por lo tanto: $(2y+B)(1y+D)=0$

Se transforma en: $(2y-1)(1y+2)=0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(2y-1)=0$ **y** $(1y+2)=0$

$$2y-1=0$$
$$2y=1$$
$$y=\frac{1}{2}$$

$$y+2=0$$
$$y=-2$$

Comprobación:

Para $y=\frac{1}{2}$

$$6y^2+9y-6=0$$

Donde está la variable y la reemplazamos por su valor $\frac{1}{2}$

$$6(\frac{1}{2})^2+9(\frac{1}{2})-6=0$$

$$6(\frac{1}{4})+9(\frac{1}{2})-6=0$$
$$\frac{6}{4}+\frac{9}{2}-6=0$$
$$\frac{3}{2}+\frac{9}{2}-6=0$$
$$\frac{12}{2}-6=0$$
$$6-6=0$$
$$0=0$$
Verdadero.

Para $y=-2$

Donde está la variable y la reemplazamos por su valor -2

$$6(-2)^2+9(-2)-6=0$$
$$6(4)-18-6=0$$
$$24-24=0$$
$$0=0$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

10. $x^2-10x+25=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$$ACx^2+(AD+BC)x+BD=x^2-10x+25$$

Luego tenemos que:

$$AC = 1$$
$$A = 1$$
$$C = 1$$

$$AD + BC = -10$$

$$BD = 25$$

Luego la expresión:

$$(Ax + B)(Cx + D) = 0$$
$$A = 1$$
$$C = 1$$
$$(1x + B)(1x + D) = 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = 25$

Los pares posibles son:

$(1)(25)$ y $(-1)(-25)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -10; como resultado de:

$$AD + BC = -10$$
$$1D + 1B = -10$$
$$D + B = -10$$

Si probamos con:

$$D = -5$$
$$B = -5$$

Tenemos que:

$$-5 - 5 = -10$$
$$-10 = -10$$
Verdadero

Por lo tanto: $(x + B)(x + D) = 0$

Se transforma en:
$$(x - 5)(x - 5) = 0$$
$$(x - 5)^2 = 0$$

Resolviendo este factor igualado a cero, nos resulta la ecuación:

$$(x - 5)^2 = 0$$

$\sqrt{(x-5)^2} = \sqrt{0}$
$(x-5) = 0$
$x-5=0$
$x=5$

Comprobación:

Para $x=5$

$x^2 - 10x + 25 = 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 5

$(5)^2 - 10(5) + 25 = 0$

$25 - 50 + 25 = 0$
$50 - 50 = 0$
$0 = 0$
Verdadero.

Lo que queda demostrado.

11. $r^2 - 16 = 0$

Solución:

$r^2 - 16 = 0$

Tenemos una diferencia de cuadrados y esto es igual a dos factores que tienen como primer término a la variable r.

$(r\ldots\ldots\ldots)(r\ldots\ldots\ldots) = 0$

Un factor tendrá como signo $+$ y el otro factor como signo $-$.

$(r+\ldots\ldots\ldots)(r-\ldots\ldots\ldots) = 0$

El número independiente de cada factor es el resultado de la raíz cuadrada del segundo valor de la ecuación original $\sqrt{16} = 4$.

$(r+4)(r-4) = 0$

Este producto de dos factores igualados a cero, nos da como resultado dos ecuaciones independientes.

$(r+4) = 0$ y $(r-4) = 0$

$r+4=0$ $\quad$ $r-4=0$

$r=-4$ $\quad$ $r=4$

Tenemos como resultado del problema:

$r=4$

$r=-4$

Comprobación:

Para $r=4$

$r^2-16=0$

$(4)^2-16=0$
$16-16=0$
$0=0$
Verdadero

Para $r=-4$

$r^2-16=0$

$(-4)^2-16=0$
$16-16=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

12. $3t^2+9t+6=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$at^2+bt+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(At+B)(Ct+D)=0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACt^2+(AD+BC)t+BD=3t^2+9t+6=$

Luego tenemos que:

$AC = 3$
$A = 3$
$C = 1$

$AD + BC = 9$

$BD = 6$

Luego la expresión:

$(At + B)(Ct + D) = 0$
$A = 3$
$C = 1$
$(3t + B)(1t + D) = 0$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = 6$

Los pares posibles son:

$(1)(6); (-1)(-6); (2)(3); (-2)(-3)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 9; como resultado de:

$AD + BC = 9$
$3D + 1B = 9$

Si probamos con:

$D = 2$
$B = 3$

Tenemos que:

$3(2) + 1(3) = 9$
$6 + 3 = 9$
$9 = 9$
Verdadero

Por lo tanto: $(3t + B)(1t + D) = 0$

Se transforma en: $(3t + 3)(1t + 2) = 0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(3t + 3) = 0$ **y** $(1t + 2) = 0$

$3t+3=0$
$3t=-3$
$t=-\frac{3}{3}$
$t=-1$

$t+2=0$
$t=-2$

Comprobación:

Para $t=-1$

$3t^2+9t+6=0$

Donde está la variable t la reemplazamos por su valor -1

$3(-1)^2+9(-1)+6=0$

$3(1)-9+6=0$
$3-9+6=0$
$9-9=0$
$0=0$
Verdadero.

Para $t=-2$

$3t^2+9t+6=0$

Donde está la variable t la reemplazamos por su valor -2

$3(-2)^2+9(-2)+6=0$
$3(4)-18+6=0$
$12-18+6=0$
$18-18=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

13. $x^2-2x-15=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2+(AD+BC)x+BD=x^2-10x+25$

Luego tenemos que:

$AC=1$
$A=1$
$C=1$

$AD+BC=-2$

$BD=-15$

Luego la expresión:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$
$A=1$
$C=1$
$(1x+B)(1x+D)=0$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-15$

Los pares posibles son:

$(1)(-15);(-1)(15);(3)(-5);(-3)(5)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -15; como resultado de:

$AD+BC=-2$
$1D+1B=-2$
$D+B=-2$

Si probamos con:

$D=-5$
$B=3$

Tenemos que:

$-5+3=-2$
$-2=-2$
Verdadero

Por lo tanto: $(x+B)(x+D)=0$

Se transforma en: $(x+3)(x-5)=0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(x+3)=0$ **y** $(x-5)=0$

$x+3=0$ $\quad$ $x-5=0$

$x=-3$ $\quad$ $x=5$

Comprobación:

Para $x=-3$

$x^2-2x-15=0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -3

$(-3)^2-2(-3)-15=0$

$9+6-15=0$

$15-15=0$

$0=0$

Verdadero.

Para $x=5$

$x^2-2x-15=0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 5

$(5)^2-2(5)-15=0$

$25-10-15=0$

$25-25=0$

$0=0$

Verdadero.

Lo que queda demostrado.

14. $2x^2-x-1=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$$ACx^2+(AD+BC)x+BD=2x^2-x-1$$

Luego tenemos que:

$$AC=2$$
$$A=2$$
$$C=1$$

$$AD+BC=-1$$

$$BD=-1$$

Luego la expresión:

$$(Ax+B)(Cx+D)=0$$
$$A=2$$
$$C=1$$
$$(2x+B)(1x+D)=0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-1$

Los pares posibles son:

$$(1)(-1)$$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de −1; como resultado de:

$$AD+BC=-1$$
$$2D+1B=-1$$

Si probamos con:

$$D=-1$$
$$B=1$$

Tenemos que:

$$2(-1)+1(1)=-1$$
$$-2+1=-1$$
$$-1=-1$$
Verdadero

Por lo tanto: $(2x+B)(1x+D)=0$

Se transforma en: $(2x+1)(1x-1)=0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(2x+1)=0$ **y** $(1x-1)=0$

$$2x+1=0$$
$$2x=-1$$
$$x=-\frac{1}{2}$$

$$x-1=0$$
$$x=1$$

Comprobación:

Para $x=-\frac{1}{2}$

$$2x^2-x-1=0$$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $-\frac{1}{2}$

$$2(-\frac{1}{2})^2-1(-\frac{1}{2})-1=0$$

$$2(\frac{1}{4})+\frac{1}{2}-1=0$$
$$(\frac{2}{4})+\frac{1}{2}-1=0$$
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1=0$$
$$\frac{2}{2}-1==$$
$$1-1=0$$
$$0=0$$
Verdadero.

Para $x=1$

$$2x^2-x-1=0$$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 1

$$2(1)^2-1(1)-1=0$$

$2-1-1=0$
$2-2=0$
$0=0$
Verdadero.

Lo que queda demostrado.

15. $4y^2+18y-10=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ay^2+by+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ay+B)(Cy+D)=0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACy^2+(AD+BC)y+BD=4y^2+18y-10$

Luego tenemos que:

$AC=4$
$A=4$
$C=1$

$AD+BC=18$

$BD=-10$

Luego la expresión:

$(Ay+B)(Cy+D)=0$
$A=4$
$C=1$
$(4y+B)(1y+D)=0$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-10$

Los pares posibles son:

$(1)(-10);((-1)(10);(2)(-5);(-2)(5)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -10; como resultado de:

$AD + BC = 18$
$4D + 1B = 18$

Si probamos con:

$D = 5$
$B = -2$

Tenemos que:

$4(5) + 1(-2) = 18$
$20 - 2 = 18$
$18 = 18$
Verdadero

Por lo tanto: $(4y + B)(1y + D) = 0$

Se transforma en: $(4y - 2)(1y + 5) = 0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(4y - 2) = 0$ **y** $(1y + 5) = 0$

$4y - 2 = 0$
$4y = 2$
$y = \frac{2}{4}$
$y = \frac{1}{2}$

$1y + 5 = 0$
$y = -5$

Comprobación:

Para $y = \frac{1}{2}$

$4y^2 + 18y - 10 = 0$

Donde está la variable y la reemplazamos por su valor $\frac{1}{2}$

$4(\frac{1}{2})^2 + 18(\frac{1}{2}) - 10 = 0$

$4(\frac{1}{4}) + \frac{18}{2} - 10 = 0$

$(\frac{4}{4}) + 9 - 10 = 0$

$1 + 9 - 10 = 0$

$10 - 10 = 0$

$0 = 0$

Verdadero.

Para $y = -5$

$4y^2 + 18y - 10 = 0$

Donde está la variable y la reemplazamos por su valor -5

$4(-5)^2 + 18(-5) - 10 = 0$

$4(25) - 90 - 10 = 0$

$100 - 100 = 0$

$0 = 0$

Verdadero.

Lo que queda demostrado.

16. $x^2 + 10x + 21 = 0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax + B)(Cx + D) = 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2 + (AD + BC)x + BD = x^2 + 10x + 21$

Luego tenemos que:

$AC = 1$

$A = 1$

$C = 1$

$AD + BC = 10$

$BD = 21$

Luego la expresión:

$$(Ax+B)(Cx+D)=0$$
$$A=1$$
$$C=1$$
$$(x+B)(x+D)=0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=21$

Los pares posibles son:

$$(1)(21);((-1)(-21);(3)(7);(-3)(-7)$$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 21; como resultado de:

$$AD+BC=10$$
$$1D+1B=10$$

Si probamos con:

$$D=7$$
$$B=3$$

Tenemos que:

$$1(7)+1(3)=10$$
$$7+3=10$$
$$10=10$$
$$Verdadero$$

Por lo tanto: $(x+B)(x+D)=0$

Se transforma en: $(x+3)(x+7)=0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(x+3)=0$ **y** $(x+7)=0$

$$x+3=0$$
$$x=-3$$

$$x+7=0$$
$$x=-7$$

Comprobación:

Para $x=-3$

$$x^2+10x+21=0$$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -3

$(-3)^2 + 10(-3) + 21 = 0$

$9 - 30 + 21 = 0$
$30 - 30 = 0$
$0 = 0$
Verdadero.

Para $x = -7$

$x^2 + 10x + 21 = 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -7

$(-7)^2 + 10(-7) + 21 = 0$
$49 - 70 + 21 = 0$
$70 - 70 = 0$
$0 = 0$
Verdadero.

Lo que queda demostrado.

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática.

17. $x^2 - 8x + 12 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$
$b = -8$
$c = 12$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(12)}}{2(1)} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 = \frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$x_1 = 6$

$$x_2 = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$x_2 = 2$

Las dos raíces de respuestas son:

$x_1 = 6$

$x_2 = 2$

Comprobación:
Para $x = 6$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 6.

$(6)^2 - 8(6) + 12 = 0$
$36 - 48 + 12 = 0$
$48 - 48 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Para $x = 2$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 2.

$(2)^2 - 8(2) + 12 = 0$
$4 - 16 + 12 = 0$
$16 - 16 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado

18. $x^2 - 12x + 36 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$
$b = -12$
$c = 36$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(36)}}{2(1)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{12 \pm 0}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

La única raíz de respuesta es:

$x_1 = 6$

Comprobación:
Para $x = 6$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 6.

$(6)^2 - 12(6) + 36 = 0$
$36 - 72 + 36 = 0$
$72 - 72 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

19. $r^2 + 2r + 1 = 0$

Solución:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$
$b = 2$
$c = 1$

$$r = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$r = -1$

La única raíz de respuesta es:
$r = -1$

Comprobación:
Para $r = -1$
$r^2 + 2r + 1 = 0$

Reemplazamos la variable r por el valor de -1.
$(-1)^2 + 2(-1) + 1 = 0$
$1 - 2 + 1 = 0$
$2 - 2 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado

20. $t^2 - 2t + 1 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = -2$

$c = 1$

$$t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$t = 1$

La única raíz de respuesta es:
$t = 1$

Comprobación:
Para $t = 1$
$t^2 - 2x + 1 = 0$

Reemplazamos la variable t por el valor de 1**.**

$(1)^2 - 2(1) + 1 = 0$

$1 - 2 + 1 = 0$

$2 - 2 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

21. $x^2 + x + 20 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = 1$

$c = 20$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(20)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-80}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-79}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-79}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

22. $x^2 + 3x + 5 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = 3$

$c = 5$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-20}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-11}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

23. $x^2 + 3x - 10 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = 3$

$c = -10$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 = \frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$x_1 = 2$

$$x_2 = \frac{-3-7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$x_2 = -5$

Las dos raíces de respuestas son:

$x_1 = 2$

$x_2 = -5$

Comprobación:

Para $x = 2$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 2.

$(2)^2 + 3(2) - 10 = 0$

$4 + 6 - 10 = 0$

$10 - 10 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Para $x = -5$

Reemplazamos la variable x por el valor de -5.

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$(-5)^2 + 3(-5) - 10 = 0$

$25 - 15 - 10 = 0$

$25 - 25 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

24. $9x^2 - 3x = 2$

$9x^2 - 3x - 2 == 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 9$

$b = -3$

$c = -2$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(9)(-2)}}{2(9)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{18} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{18} = \frac{3 \pm 9}{18}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 = \frac{3+9}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$x_1 = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{3-9}{18} = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$$

$$x_2 = -\frac{1}{3}$$

Las dos raíces de respuestas son:

$$x_1 = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = -\frac{1}{3}$$

Comprobación:

Para $x = \frac{2}{3}$

$$9x^2 - 3x - 2 = 0$$

Reemplazamos la variable x por el valor de $\frac{2}{3}$.

$$9(\frac{2}{3})^2 - 3(\frac{2}{3}) - 2 = 0$$

$$9(\frac{4}{9}) - \frac{6}{3} - 2 = 0$$

$$\frac{36}{9} - 2 - 2 = 0$$

$$4 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

Verdadero

Para $x = -\frac{1}{3}$

$$9x^2 - 3x - 2 = 0$$

Reemplazamos la variable x por el valor de $-\frac{1}{3}$.

$$9(-\frac{1}{3})^2-3(-\frac{1}{3})-2=0$$

$$9(\frac{1}{9})+\frac{3}{3}-2=0$$

$$1+1-2=0$$

$$2-2=0$$

$$0=0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado

25. $2x^2+2=2x$

$$2x^2-2x+2=0$$

Solución:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$a=2$

$b=-2$

$c=2$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(2)(2)}}{2(2)}=\frac{2\pm\sqrt{4-16}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{-12}}{4}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-12}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

26. $3r^2=14r-8$

$$3r^2-14r+8=0$$

Solución:

$$r=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$a=3$

$b=-14$

$c=8$

$$r=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4(3)(8)}}{2(3)}=\frac{14\pm\sqrt{196-96}}{6}=\frac{14\pm\sqrt{100}}{6}=\frac{14\pm10}{6}$$

Tenemos dos respuestas:

$r_1 = \frac{14+10}{6} = \frac{24}{6} = 4$

$r_1 = 4$

$r_2 = \frac{14-10}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$r_2 = \frac{2}{3}$

Las dos raíces de respuestas son:

$r_1 = 4$

$r_2 = \frac{2}{3}$

Comprobación:

Para $r = 4$

$3r^2 - 14r + 8 = 0$

Reemplazamos la variable r por el valor de 4.

$3(4)^2 - 14(4) + 8 = 0$

$3(16) - 56 + 8 = 0$

$48 - 56 + 8 = 0$

$56 - 56 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Para $r = \frac{2}{3}$

$3r^2 - 14r + 8 = 0$

Reemplazamos la variable r por el valor de $\frac{2}{3}$.

$3(\frac{2}{3})^2 - 14(\frac{2}{3}) + 8 = 0$

$3(\frac{4}{9}) - \frac{28}{3} + 8 = 0$

$\frac{12}{9} - \frac{28}{3} + 8 = 0$

$\frac{4}{3} - \frac{28}{3} + 8 = 0$

$-\frac{24}{3} + 8 = 0$

$-8 + 8 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

27. $x^2 = 2x - 2$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = -2$

$c = 2$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-4}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

28. $4t^2 + 3t = 1$

$4t^2 + 3t - 1 = 0$

Solución:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 4$

$b = 3$

$c = -1$

$$t = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(4)(-1)}}{2(4)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{-3 \pm 5}{8}$$

Tenemos dos respuestas:

$$t_1 = \frac{-3+5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$t_1 = \frac{1}{4}$$

$t_2 = \frac{-3-5}{8} = \frac{-8}{8} = -1$

$t_2 = -1$

Las dos raíces de respuestas son:

$t_1 = \frac{1}{4}$

$t_2 = -1$

Comprobación:

Para $t = \frac{1}{4}$

$4t^2 + 3t - 1 = 0$

Reemplazamos la variable t por el valor de $\frac{1}{4}$**.**

$4(\frac{1}{4})^2 + 3(\frac{1}{4}) - 1 = 0$

$4(\frac{1}{16}) + \frac{3}{4} - 1 = 0$

$\frac{4}{16} + \frac{3}{4} - 1 = 0$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = 0$

$\frac{4}{4} - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Para $t = -1$

$4t^2 + 3t - 1 = 0$

Reemplazamos la variable t por el valor de -1**.**

$4(-1)^2 + 3(-1) - 1 = 0$

$4(1) - 3 - 1 = 0$

$4 - 4 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

29. $y^2 + 2 = 2y$

$y^2 - 2y + 2 = 0$

Solución:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = -2$

$c = 2$

$$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-4}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

30. $x^2 + 4x + 5 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$

$b = 4$

$c = 5$

$$x = \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-20}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-4}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

31. $x^2 - 2x = -5$

$x^2 - 2x + 5 = 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$
$b = -2$
$c = 5$
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$
Tenemos un radical $\sqrt{-16}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema

32. $2x^2 - 32 = 0$

Solución:
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$a = 2$
$b = 0$
$c = -32$
$$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(2)(-32)}}{2(2)} = \frac{-0 \pm \sqrt{0+256}}{4} = \frac{\pm\sqrt{256}}{4} = \frac{\pm 16}{4} = \pm 4$$
Tenemos dos respuestas:
$x_1 = 4$
$x_2 = -4$
Las dos raíces de respuestas son:
$x_1 = 4$
$x_2 = -4$
Comprobación:
Para $x = 4$
$2x^2 - 32 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 4.
$2(4)^2 - 32 = 0$
$2(16) - 32 = 0$
$32 - 32 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Para $x = -4$

$2x^2 - 32 = 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de -4.

$2(-4)^2 - 32 = 0$

$2(16) - 32 = 0$

$32 - 32 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

1.3 LAS DESIGUALDADES Y SU SOLUCIÓN

Ejercicio de Práctica

Resolver la desigualdad:
$2x-5 \geq 3x+2$

Solución:
$2x-3x \geq 2+5$
$-x \geq 7$

Si queremos cambiar el signo a toda la desigualdad, lo podemos hacer; pero con la condición de invertir el relacionador ≥ por el relacionador ≤.

Luego tenemos que:
$x \leq -7$

Comprobación:
$2x-5 \geq 3x+2$

- Para cualquier valor que evaluemos a la variable x que esté en el intervalo del valor $x \leq -7$, la desigualdad será verdadera.

Para $x=-10$, tenemos que:

$2x-5 \geq 3x+2$.

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -10.

$2(-10)-5 \geq 3(-10)+2$
$-20-5 \geq -30+2$
$-25 \geq -28$
Verdadero

Para $x=-25$, tenemos que:

$2x-5 \geq 3x+2$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -25.

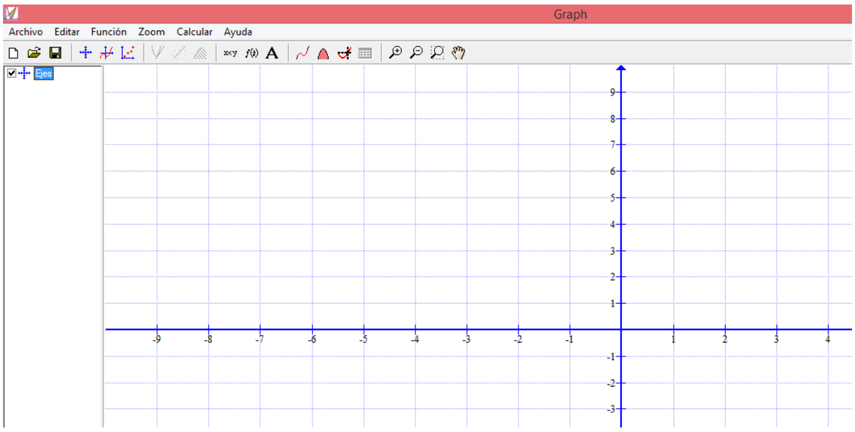
$2(-25)-5 \geq 3(-25)+2$
$-50-5 \geq -75+2$
$-55 \geq -73$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

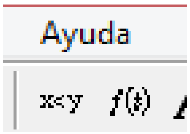
Demostración gráfica:

Utilizamos el programa Graph.

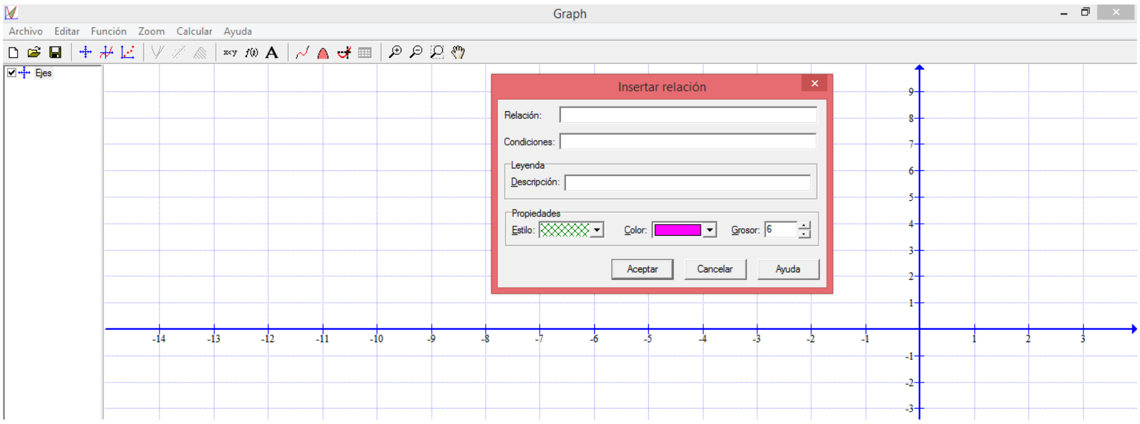
Abrimos Graph y aparece la siguiente pantalla:



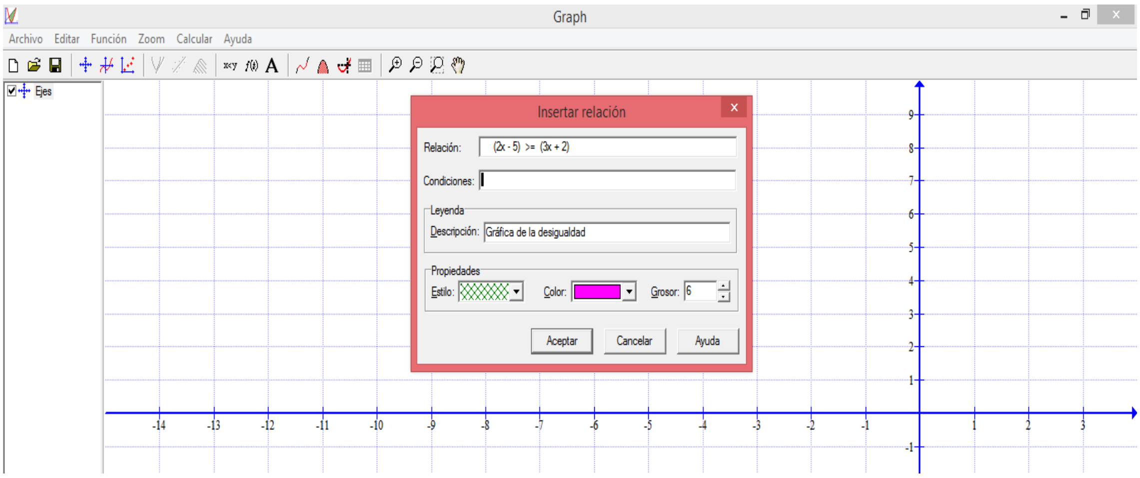
Damos clic en el recuadro siguiente:



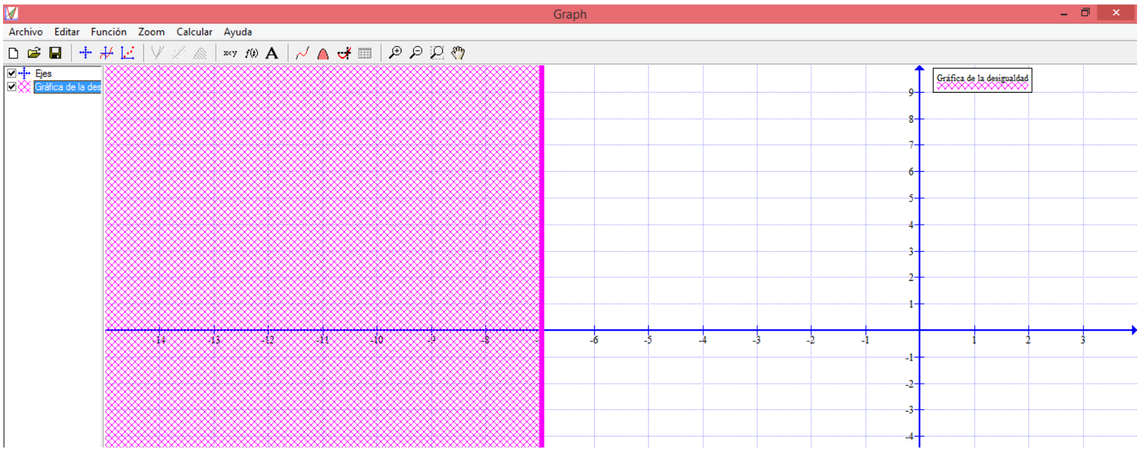
$x < y$; aparece la siguiente pantalla:



Seguidamente introducimos la siguiente información:



Seguidamente damos clic en "Aceptar", y nos muestra la siguiente pantalla:



En la gráfica observamos que para todo valor de $x \leq -7$, la solución es verdadera.

Lo que queda demostrado gráficamente.

Ejercicio de Práctica

Resuelva la desigualdad:

$10 \leq x+5 \leq 30$

Solución:

Tenemos que encontrar una solución tal que:

$a \leq x \leq b$

Por lo tanto para eliminar el número 5 de la expresión, tenemos que restar un valor de -5 en cada lado del intervalo de la desigualdad.
$10-5 \leq x+5-5 \leq 30-5$
$5 \leq x \leq 25$

Comprobación:

$10 \leq x+5 \leq 30$

Esta desigualdad es verdadera para todo valor que esté dentro del intervalo:

$5 \leq x \leq 25$

Para $x=7$, tenemos que:

$10 \leq 7+5 \leq 30$
$10 \leq 12 \leq 30$
Verdadero

Para $x=22$, tenemos que:

$10 \leq 22+5 \leq 30$
$10 \leq 27 \leq 30$
Verdadero

Para $x=3$, tenemos que:

$10 \leq 3+5 \leq 30$
$10 \leq 8 \leq 30$
Falso

Para $x=28$, tenemos que:

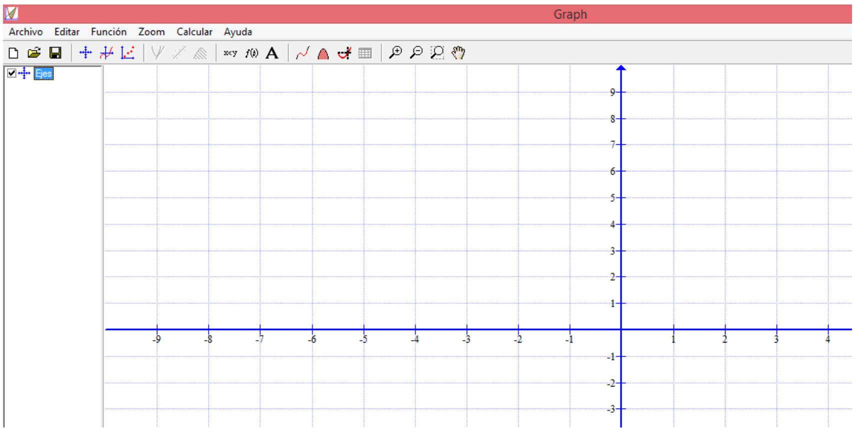
$10 \leq 28+5 \leq 30$
$10 \leq 33 \leq 30$
Falso

Lo que pueda demostrado.

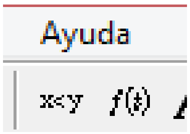
Demostración gráfica:

Utilizamos el programa Graph.

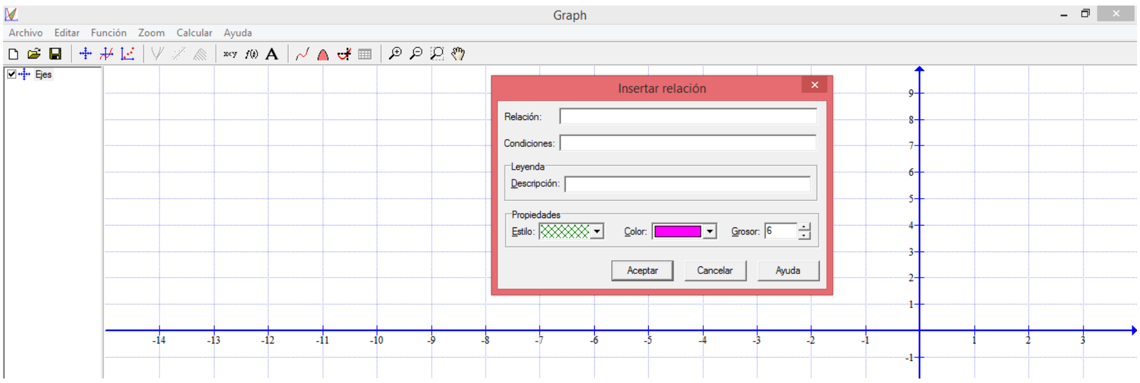
Abrimos Graph y aparece la siguiente pantalla:



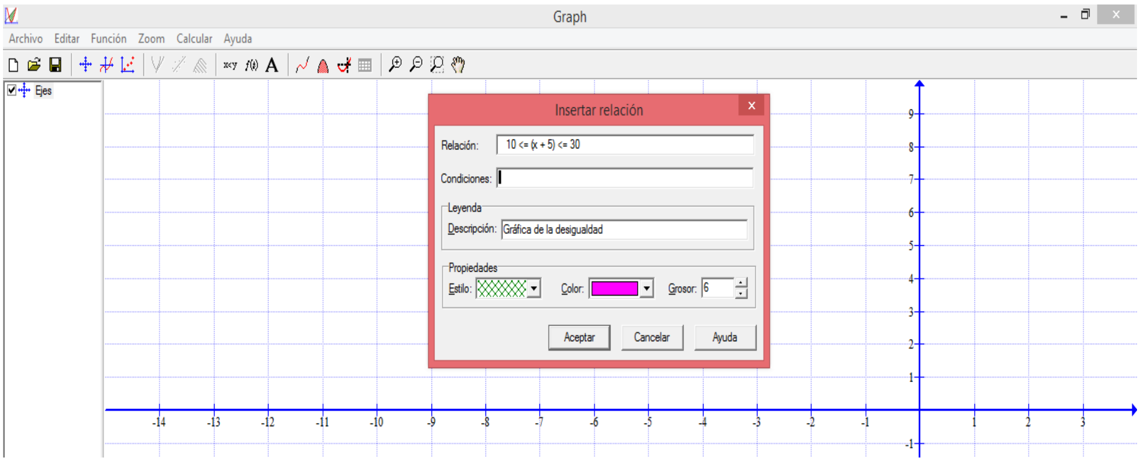
Damos clic en el recuadro siguiente:



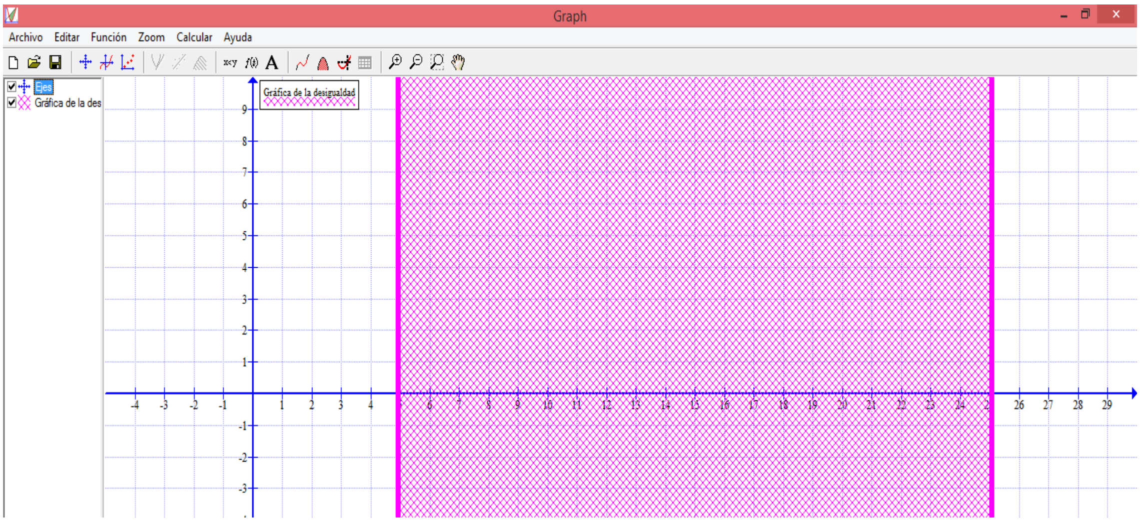
$x < y$; aparece la siguiente pantalla:



Seguidamente introducimos la siguiente información:



Luego damos clic en “Aceptar”, y nos muestra la siguiente pantalla:



En la gráfica observamos que para todo valor dentro del intervalo $5 \le x \le 25$, la solución es verdadera.

Lo que queda demostrado gráficamente.

Ejercicio de Práctica

Resuelva la desigualdad:

$x^2 + x - 12 \le 0$

Solución:

$x^2 + x - 12 \le 0$

$(x+4)(x-3) \le 0$

Esta expresión de dos factores en la desigualdad nos da un par de valores críticos.

a)
$$(x+4)=0$$
$$x+4=0$$
$$x=-4$$

b)
$$(x-3)=0$$
$$x-3=0$$
$$x=3$$

Tenemos dos valores críticos:

$$x=-4$$
$$x=3$$

Por lo tanto la solución al problema es:

$$-4 \leq x \leq 3$$

Para todo valor que adquiera la variable x dentro de este intervalo la solución es verdadera.

Comprobación:

$$x^2+x-12<=0$$

Esta desigualdad es verdadera para todo valor que esté dentro del intervalo:

$$-4 \leq x \leq 3$$

Para $x=-1$, tenemos que:

$$(-1)^2+(-1)-12<=0$$
$$1-1-12<=0$$
$$-12<=0$$
$$Verdadero$$

Para $x=2$, tenemos que:

$$(2)^2+(2)-12<=0$$
$$4+2-12<=0$$
$$-6<=0$$
$$Verdadero$$

Para $x=-6$, tenemos que:

$$(-6)^2-6-12<=0$$
$$36-18<=0$$
$$18<=0$$
$$Falso$$

Para $x = 5$, tenemos que:

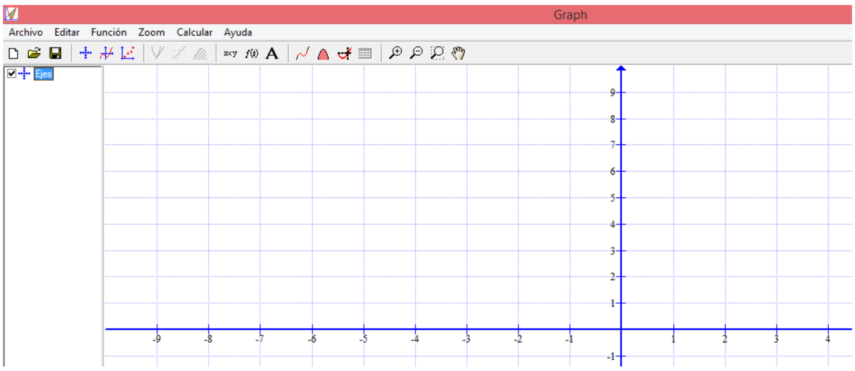
$$(5)^2 + 5 - 12 <= 0$$
$$25 + 5 - 12 <= 0$$
$$30 - 12 <= 0$$
$$18 <= 0$$
$$Falso$$

Lo que pueda demostrado.

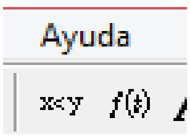
Demostración gráfica:

Utilizamos el programa Graph.

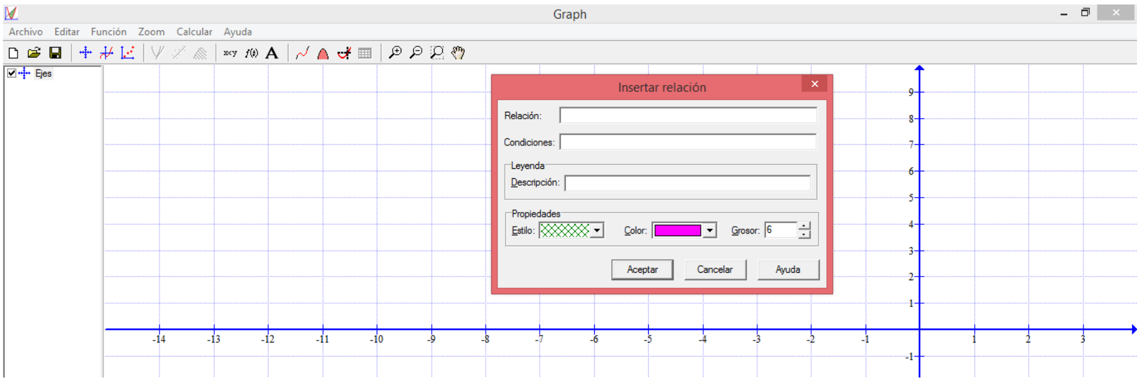
Abrimos Graph y aparece la siguiente pantalla:



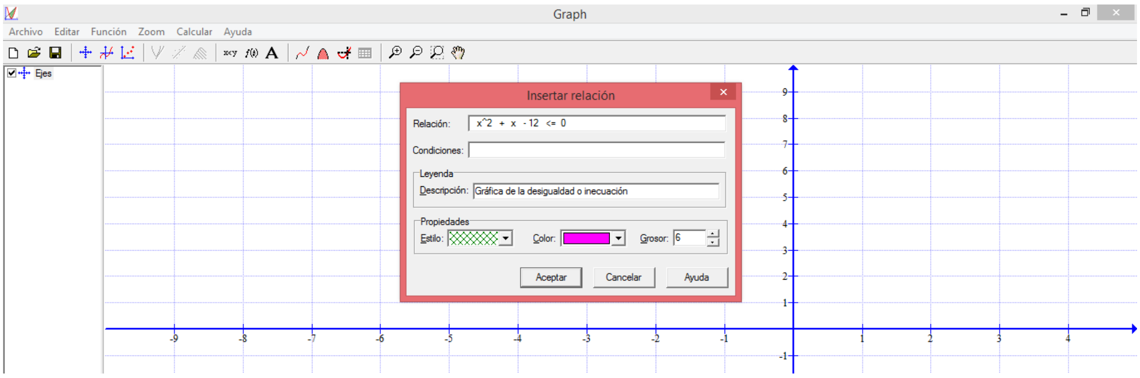
Damos clic en el recuadro siguiente:



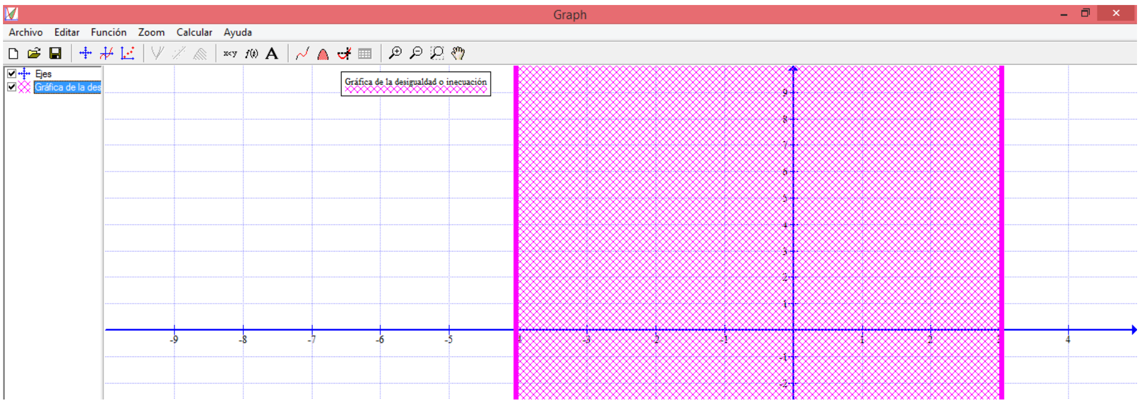
$x < y$; aparece la siguiente pantalla:



Seguidamente introducimos la siguiente información:



Luego damos clic en “Aceptar”, y nos muestra la siguiente pantalla:



En la gráfica observamos que para todo valor dentro del intervalo $-4 \leq x \leq 3$, la solución es verdadera.

Lo que queda demostrado gráficamente.

SECCIÓN 1.3. Ejercicios de seguimiento

Trace los siguientes intervalos

Un intervalo es un conjunto de números reales que caen entre dos números *“a”* y *“b”*.
Este intervalo se representa en la recta de los números reales.

La notación de intervalo (a,b) representa el "intervalo abierto" con los extremos *"a"* y
"b".
Por "abierto" se refiere a los valores extremos *"a"* y *"b"* que no se incluyen en el intervalo.

La representación gráfica de un intervalo en la **recta de los números reales**, la presentamos utilizando círculos abiertos (○) y círculos sólidos (●).

La notación de círculo abierto indica que el valor del extremo no se incluye en el intervalo.

La notación del círculo sólido indica que el valor del extremo si se incluye en el intervalo.

Nos apoyamos con el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

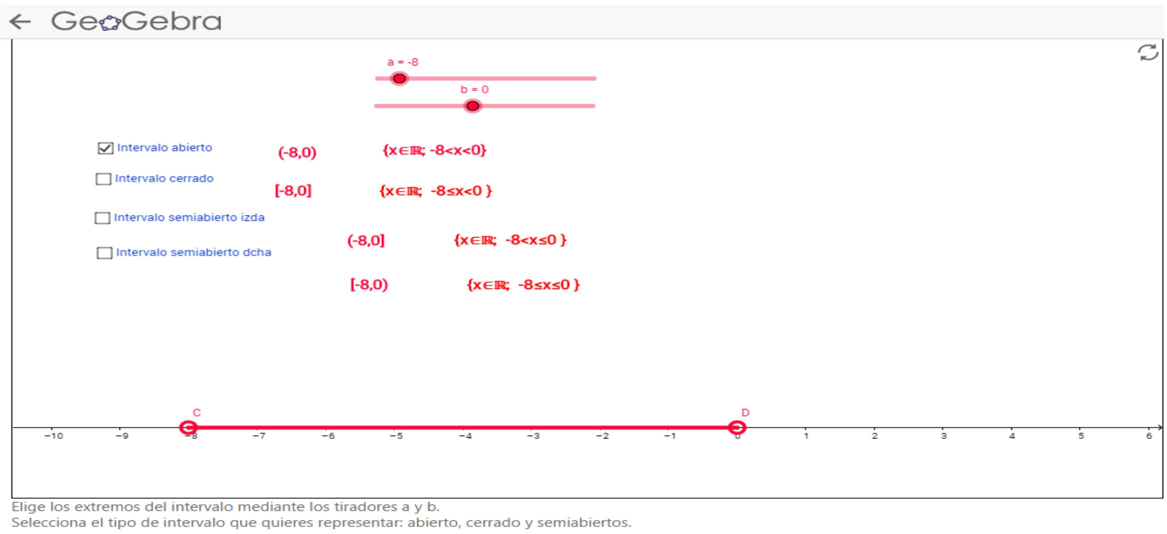
https://www.geogebra.org/m/bw85KpRz

Trace los siguientes intervalos

1. (–8;0)

Solución:

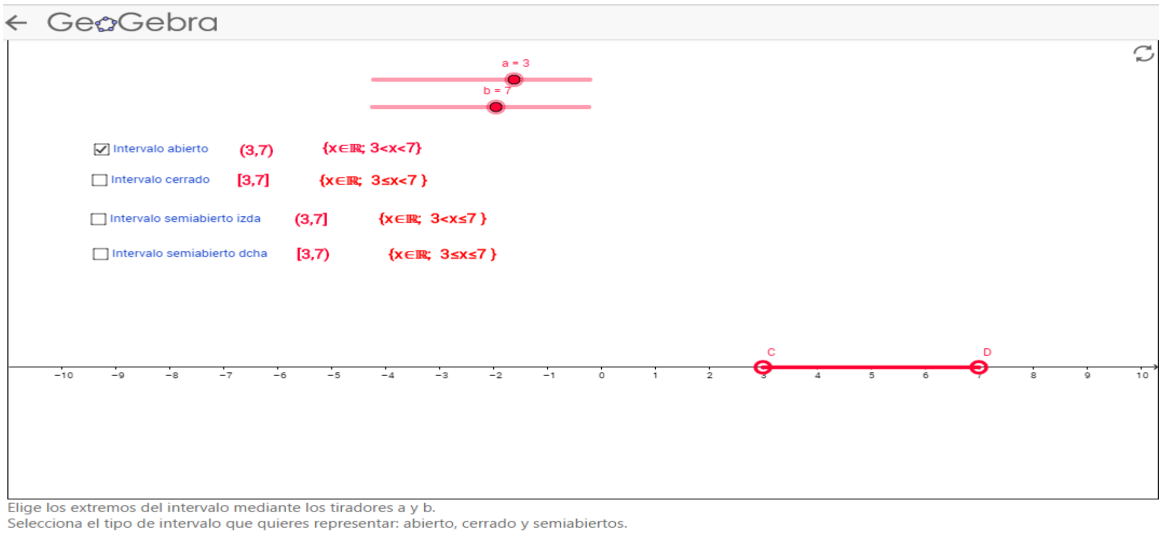
Es un intervalo abierto en ambos extremos.



2. (3;7)

Solución:

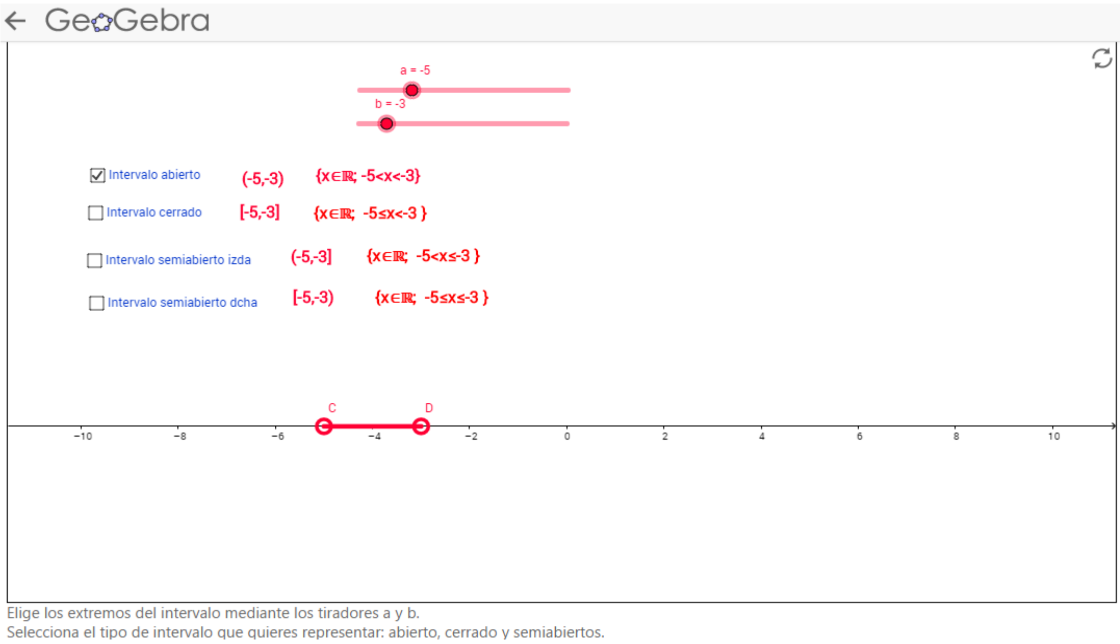
Es un intervalo abierto en ambos extremos.



3. (–5;–3)

Solución:

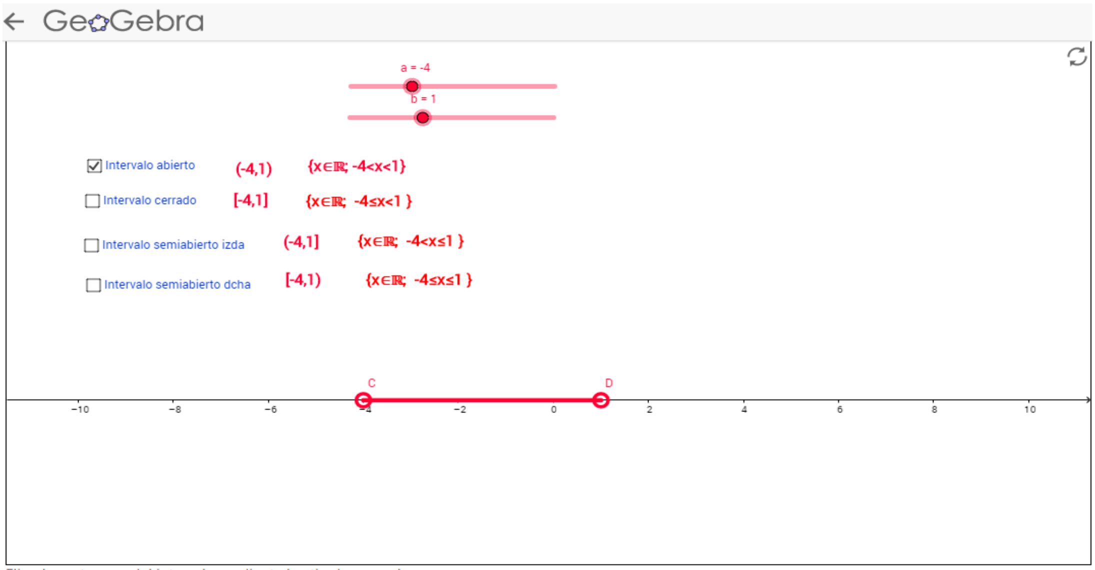
Es un intervalo abierto en ambos extremos.



4. (–4;–1)

Solución:

Es un intervalo abierto en ambos extremos.

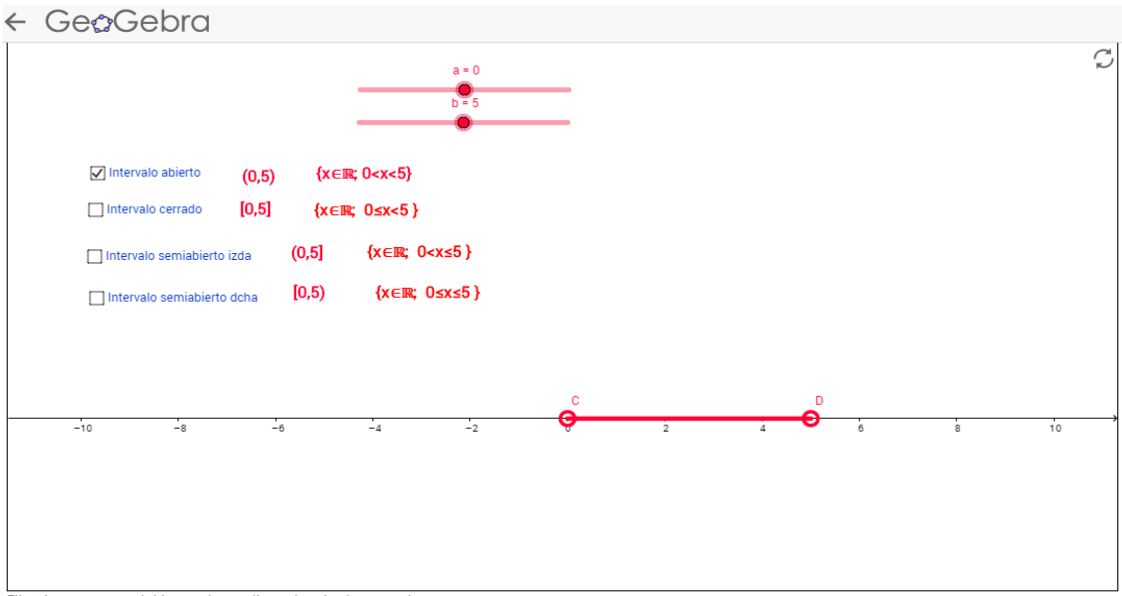


Elige los extremos del intervalo mediante los tiradores a y b.
Selecciona el tipo de intervalo que quieres representar: abierto, cerrado y semiabiertos.

5. (0;5)

Solución:

Es un intervalo abierto en ambos extremos.

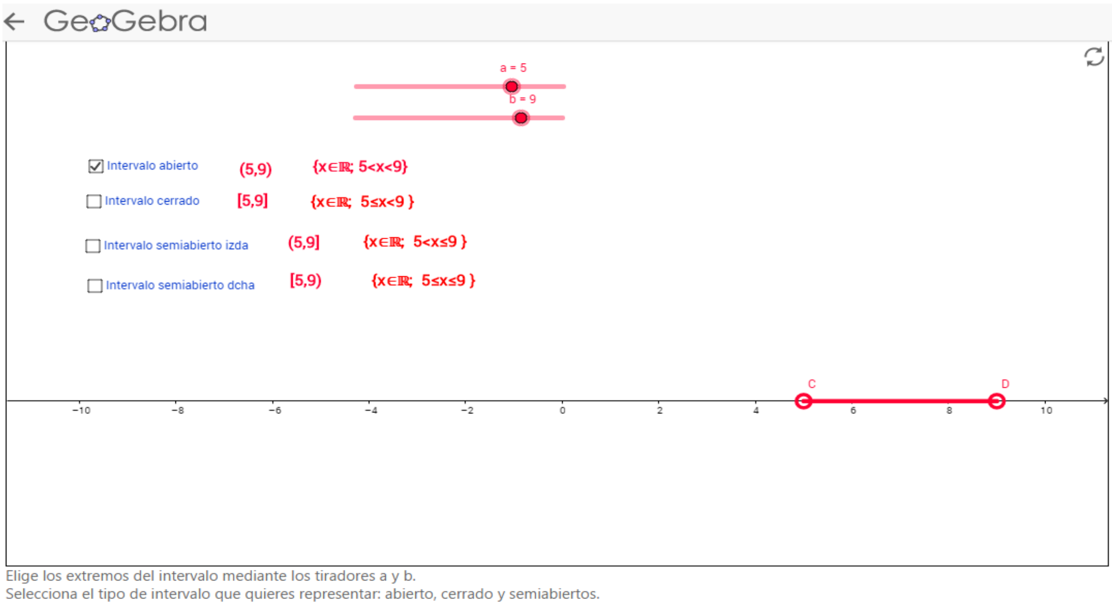


Elige los extremos del intervalo mediante los tiradores a y b.
Selecciona el tipo de intervalo que quieres representar: abierto, cerrado y semiabiertos.

6. (5;9)

Solución:

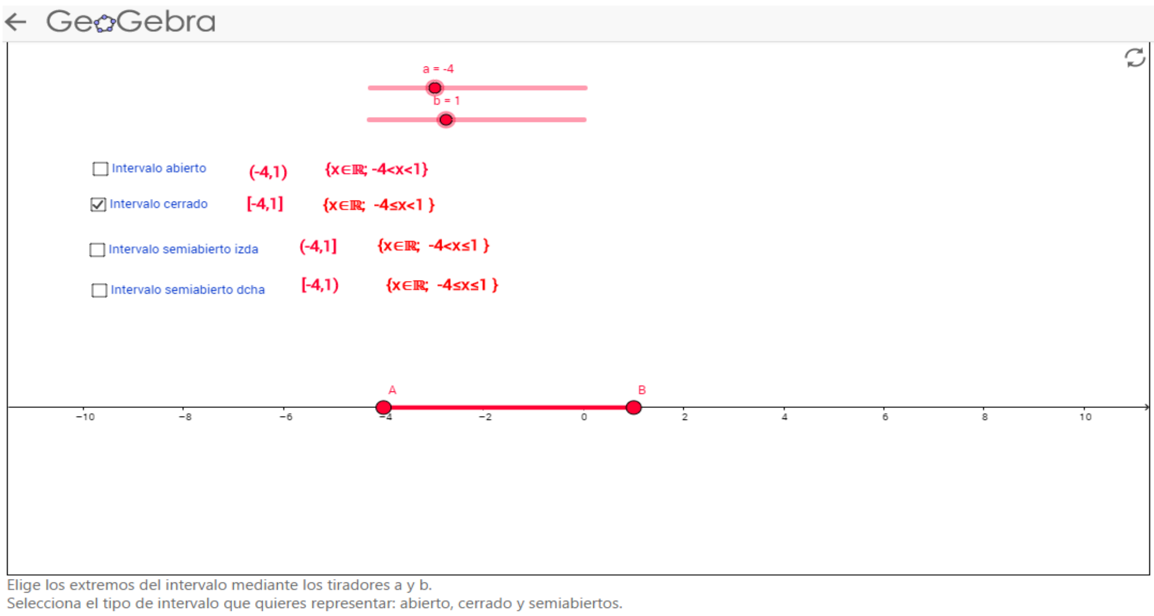
Es un intervalo abierto en ambos extremos.



7. $[-4;-1]$

Solución:

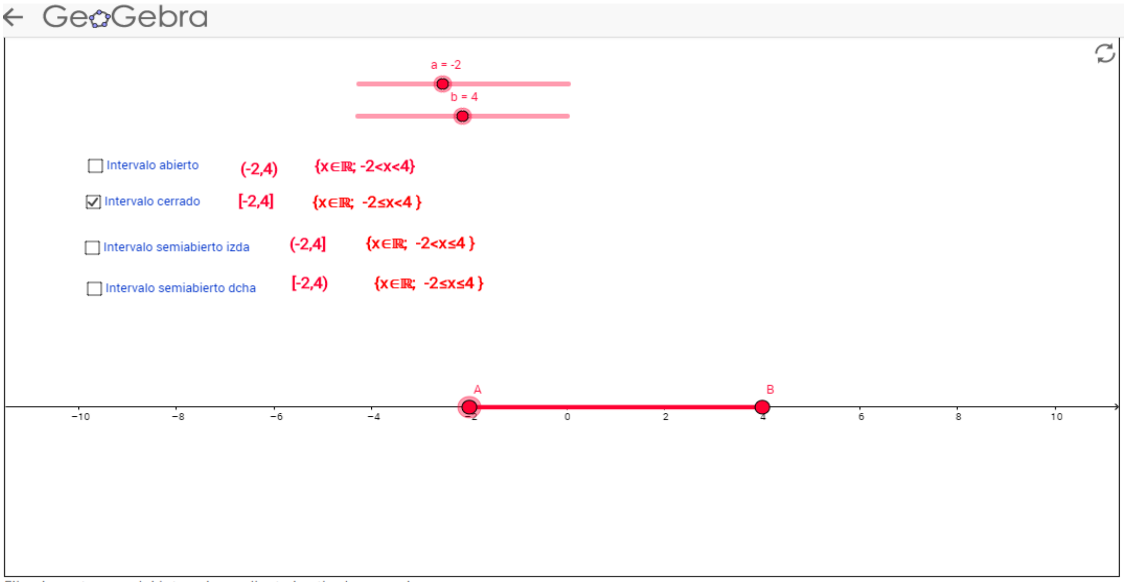
Es un intervalo cerrado en ambos extremos.



8. $[-2;4]$

Solución:

Es un intervalo cerrado en ambos extremos.

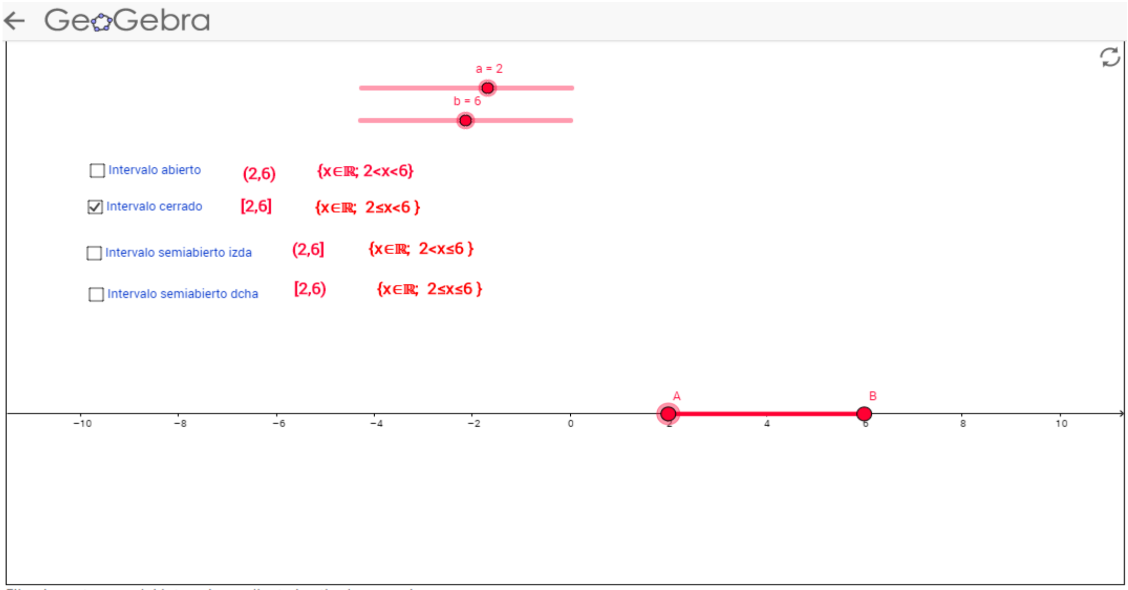


Elige los extremos del intervalo mediante los tiradores a y b.
Selecciona el tipo de intervalo que quieres representar: abierto, cerrado y semiabiertos.

10. [2;6]

Solución:

Es un intervalo cerrado en ambos extremos.

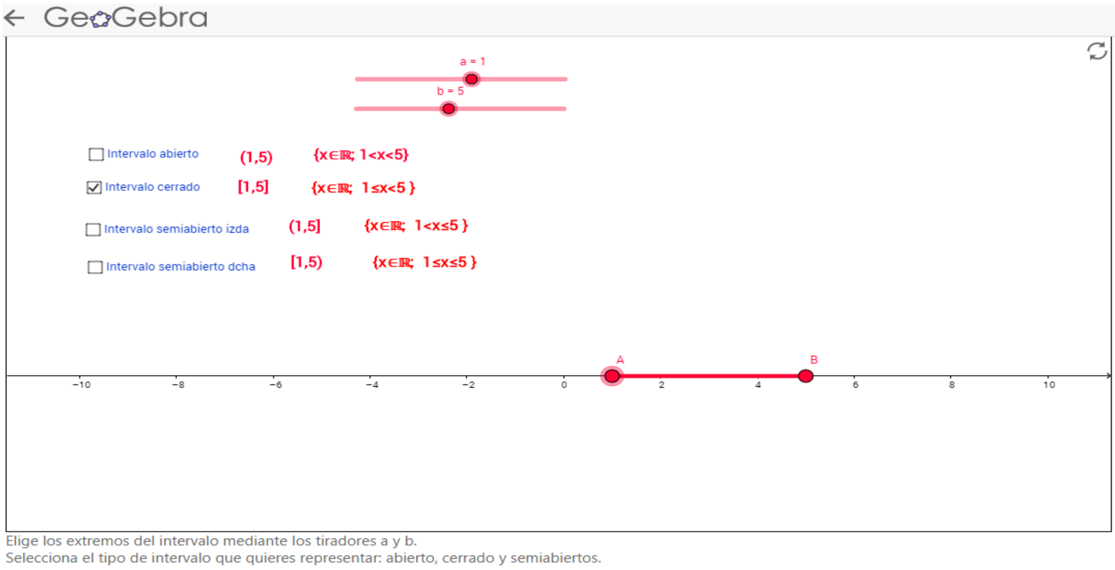


Elige los extremos del intervalo mediante los tiradores a y b.
Selecciona el tipo de intervalo que quieres representar: abierto, cerrado y semiabiertos.

11. [1;5]

Solución:

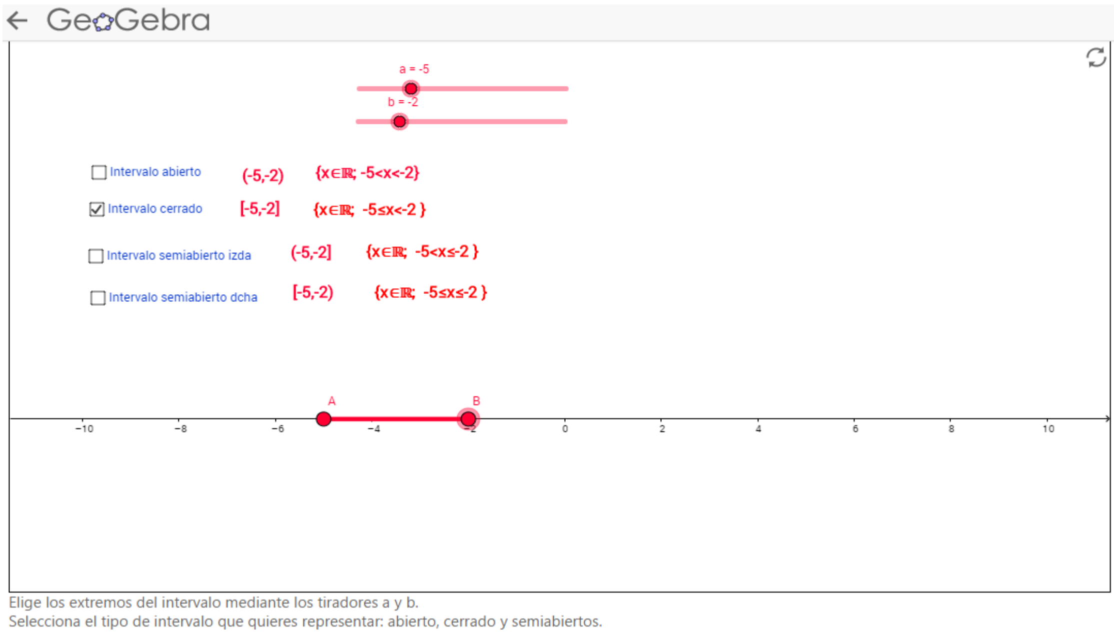
Es un intervalo cerrado en ambos extremos.



12. [–5;–2]

Solución:

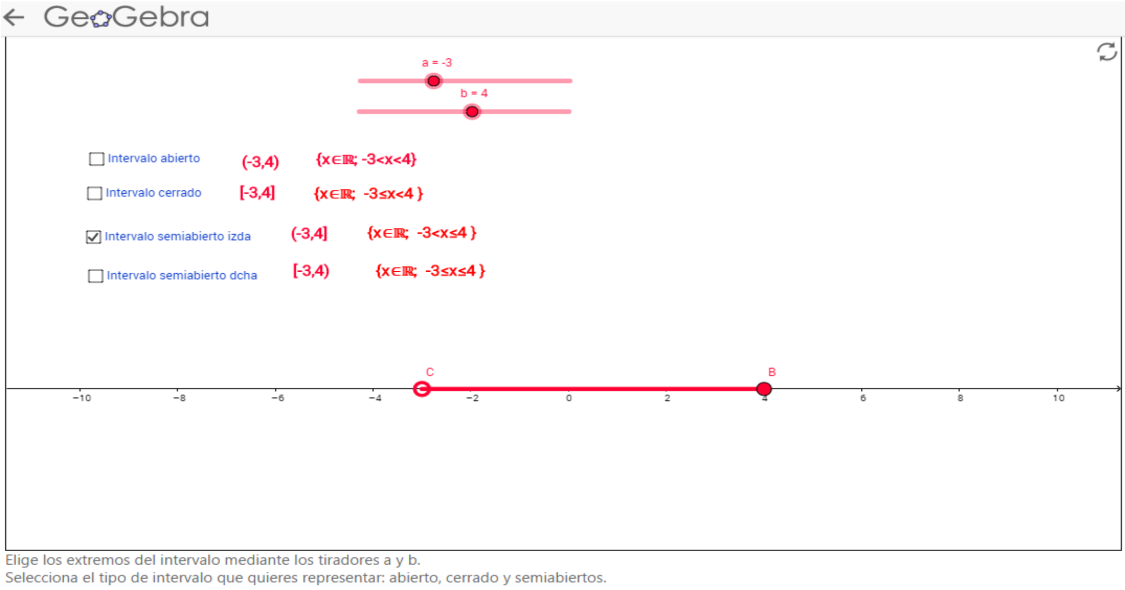
Es un intervalo cerrado en ambos extremos.



13. (–3;4]

Solución:

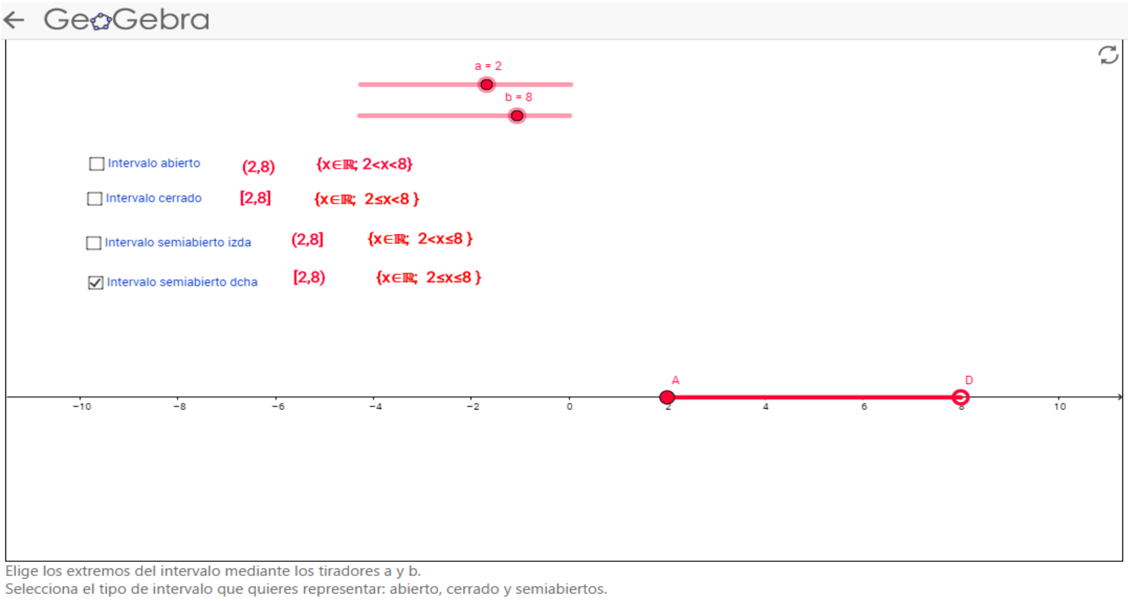
Es un intervalo semiabierto izquierda.



14. [2;8)

Solución:

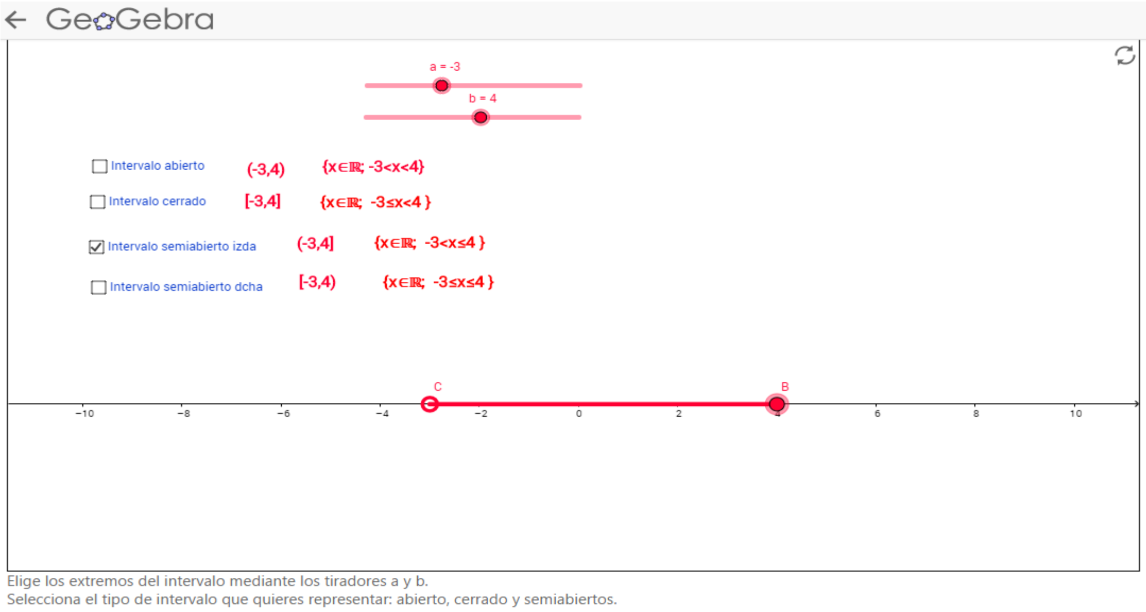
Es un intervalo semiabierto derecha.



15. (−3;4]

Solución:

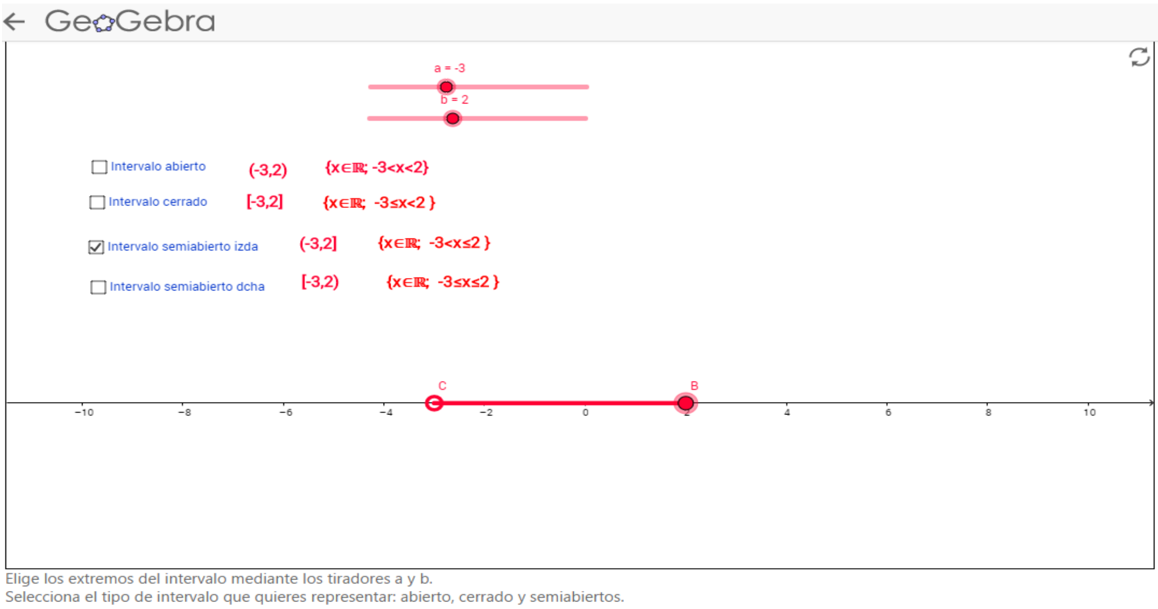
Es un intervalo semiabierto izquierda.



16. $(-3;2]$

Solución:

Es un intervalo semiabierto izquierda.



Resuelva las siguientes desigualdades:

17. $3x-2\leq 4x+8$

Solución:

$3x - 4x \leq 8 + 2$
$-x \leq 10$

Para dejar el valor positivo de la variable x tenemos que multiplicar ambos miembros de la desigualdad por el valor de (- 1) o cambiarle el signo a toda la desigualdad.

La condición aquí es que el relacionador $\leq$ se cambia y se transforma a $\geq$.

Si aplicamos cambiar el signo a toda la desigualdad, tenemos que:
$x \geq -10$

Comprobación:

Para $x = -10$

$3x - 2 \leq 4x + 8$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -10.

$3(-10) - 2 \leq 4(-10) + 8$
$-30 - 2 \leq -40 + 8$
$-32 \leq -32$
Verdadero

Para $x = 6$

$3x - 2 \leq 4x + 8$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 6.

$3(6) - 2 \leq 4(6) + 8$
$18 - 2 \leq 24 + 8$
$20 \leq 32$
Verdadero

Para $x = -15$

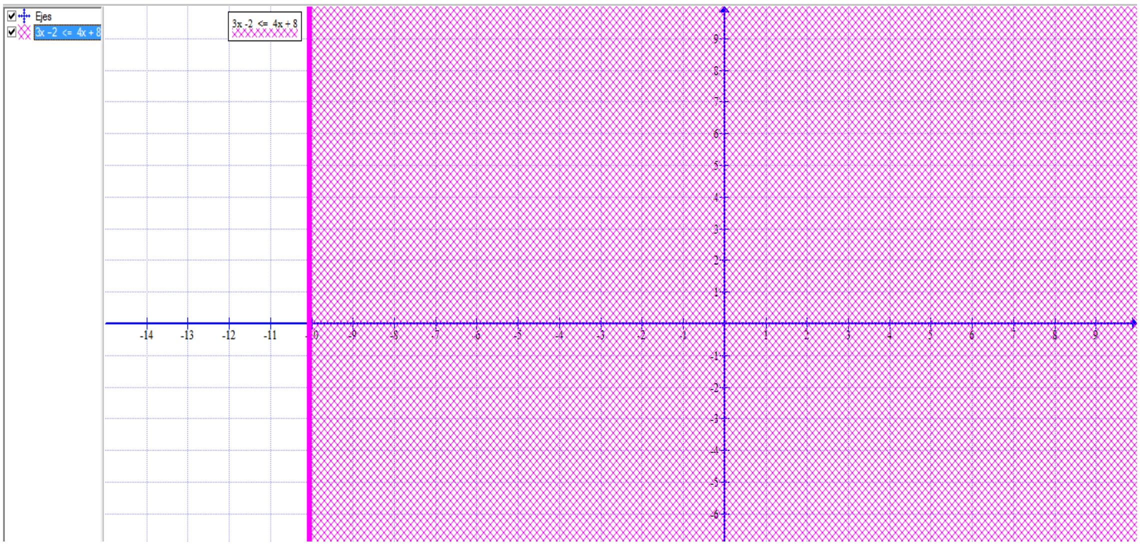
$3x - 2 \leq 4x + 8$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -15.

$3(-15) - 2 \leq 4(-15) + 8$
$-45 - 2 \leq -60 + 8$
$-47 \leq -52$
Falso

Comprobación gráfica:

$3x-2\leq 4x+8$



$x\geq -10$; o también $-10\leq x\leq \infty$

En la gráfica observamos que para todo valor de $x\geq -10$, la solución es verdadera.

Lo que queda demostrado gráficamente.

18. $x+6\geq 10-x$

Solución:

$x+x\geq 10-6$
$2x\geq 4$
$x\geq \frac{4}{2}$
$x\geq 2$

Comprobación:

Para $x=2$

$x+6\geq 10-x$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 2.

$2+6 \geq 10-2$
$8 \geq 8$
Verdadero

Para $x = 20$

$x+6 \geq 10-x$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 20.

$20+6 \geq 10-20$
$26 \geq -10$
Verdadero

Para $x = 0$

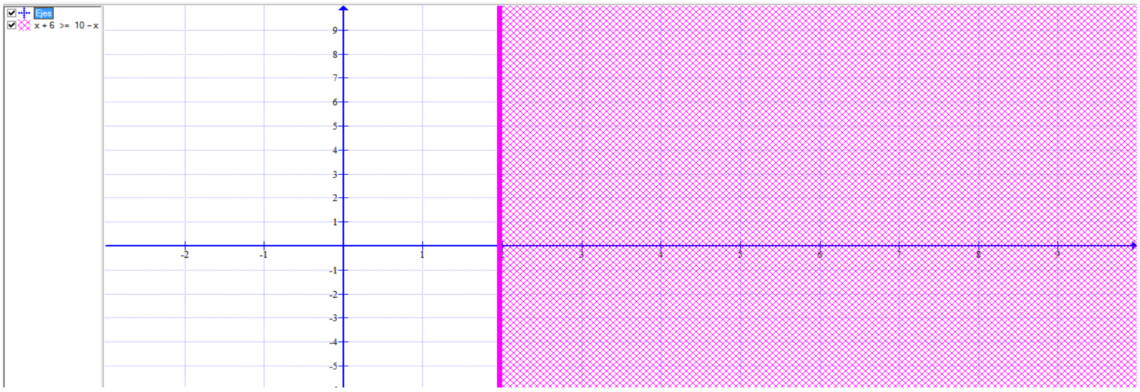
$x+6 \geq 10-x$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 0.

$0+6 \geq 10-0$
$6 \geq 10$
Falso

Comprobación gráfica:

$x+6 \geq 10-x$



$x \geq 2$; o también $2 \leq x \leq \infty$

En la gráfica observamos que para todo valor de $x \geq 2$, la solución es verdadera.

Lo que queda demostrado gráficamente.

19. $x \geq x+5$

Solución:

$x - x \geq 5$
$0 \geq 5$
Falso

Este resultado es falso, ya que cero *(0)* no es mayor ni igual a cinco *(5)*.

Conclusión:

No hay solución.

Comprobación:

Para $x = -6$

$x \geq x + 5$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de -6.

$-6 \geq -6 + 5$
$-6 \geq -1$
Falso

Para $x = 2$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de 2.

$2 \geq 2 + 5$
$2 \geq 7$
Falso

Lo que queda demostrado

20. $2x \leq 2x - 20$

Solución:

$2x - 2x \leq -20$
$0 \leq -20$
Falso

Este resultado es falso, ya que cero *(0)* no es menor ni igual a menos veinte *(- 20)*.

Conclusión:

No hay solución.

Comprobación:

Para $x = -3$

$2x \le 2x - 20$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de -3.

$$
\begin{aligned}
&2(-3) \le 2(-3) - 20 \\
&-6 \le -6 - 20 \\
&-6 \le -26 \\
&\mathit{Falso}
\end{aligned}
$$

Para $x = 9$

$2x \le 2x - 20$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de 9.

$$
\begin{aligned}
&2(9) \le 2(9) - 20 \\
&18 \le 18 - 20 \\
&18 \le -2 \\
&\mathit{Falso}
\end{aligned}
$$

Lo que queda demostrado.

21. $-4x + 10 \ge -20 + x$

Solución:

$$
\begin{aligned}
&-4x - x \ge -20 - 10 \\
&-5x \ge -30 \\
&-x \ge -\frac{30}{5} \\
&-x \ge -6
\end{aligned}
$$

Si cambiamos el signo a toda la desigualdad, entonces el relacionador $\ge$ se invierte y queda $\le$.

Luego tenemos que:

$x \leq 6$

Comprobación:

Para $x = 6$

$-4x + 10 \geq -20 + x$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 6.

$-4(6) + 10 \geq -20 + 6$
$-24 + 10 \geq -14$
$-14 \geq -14$
Verdadero

Para $x = 0$

$-4x + 10 \geq -20 + x$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 0.

$-4(0) + 10 \geq -20 + 0$
$-0 + 10 \geq -20$
$10 \geq -20$
Verdadero

Para $x = 10$

$-4x + 10 \geq -20 + x$

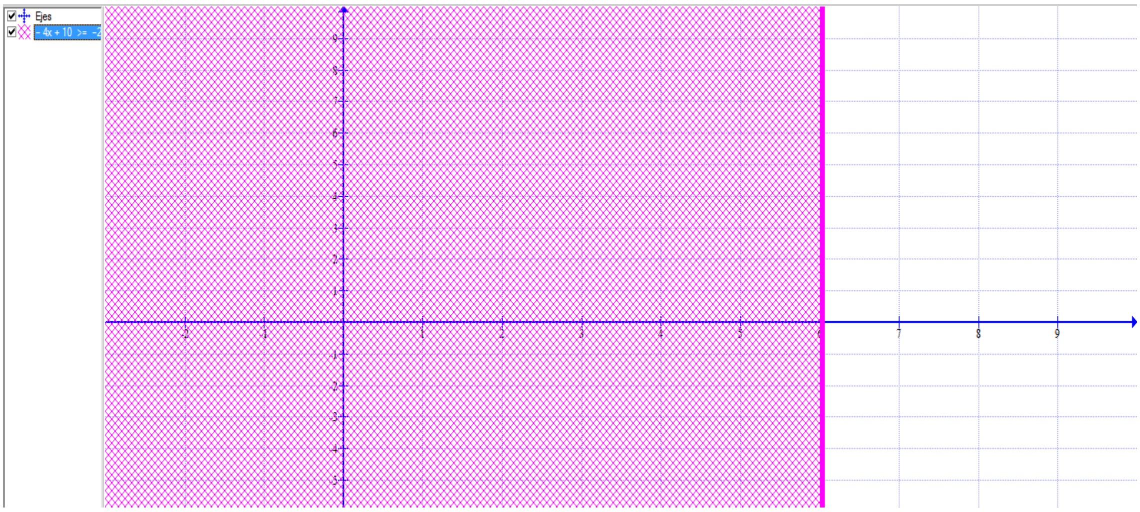
Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 10.

$-4(10) + 10 \geq -20 + 10$
$-40 + 10 \geq -10$
$-30 \geq -10$
Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$-4x + 10 \geq -20 + x$



$x \leq 6$; o también $-\infty \leq x \leq 6$

En la gráfica observamos que para todo valor de $x \leq 6$, la solución es verdadera.

22. $3x + 6 \leq 3x - 5$

Solución:

$3x - 3x \leq -5 - 6$
$0 \leq -11$
Falso

Este resultado es falso, ya que el valor de cero (0) no es menor ni igual a menos once (-11).

Conclusión:

No hay solución.

Comprobación:

Para $x = -10$

$3x + 6 \leq 3x - 5$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de -10.

$2(-10) \leq 2(-10) - 20$
$-20 \leq -20 - 20$
$-20 \leq -40$
Falso

Para $x = 11$

$3x + 6 \leq 3x - 5$

Donde está la variable x la reemplazamos por el valor de 11.

$3(11) + 6 \leq 3(11) - 5$
$33 + 6 \leq 33 - 5$
$39 \leq 28$
Falso

Lo que queda demostrado.

23. $25x + 6 \geq 10x - 24$

Solución:

$25x - 10x \geq -24 - 6$
$15x \geq -30$
$x \geq \frac{-30}{15}$
$x \geq -2$

Comprobación:

Para $x = -2$

$25x + 6 \geq 10x - 24$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -2.

$25(-2) + 6 \geq 10(-2) - 24$
$-50 + 6 \geq -20 - 24$
$-44 \geq -44$
Verdadero

Para $x = 0$

$25x + 6 \geq 10x - 24$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 0.

$25(0)+6 \geq 10(0)-24$
$0+6 \geq 0-24$
$6 \geq -24$
Verdadero

Para $x=-5$

$25x+6 \geq 10x-24$

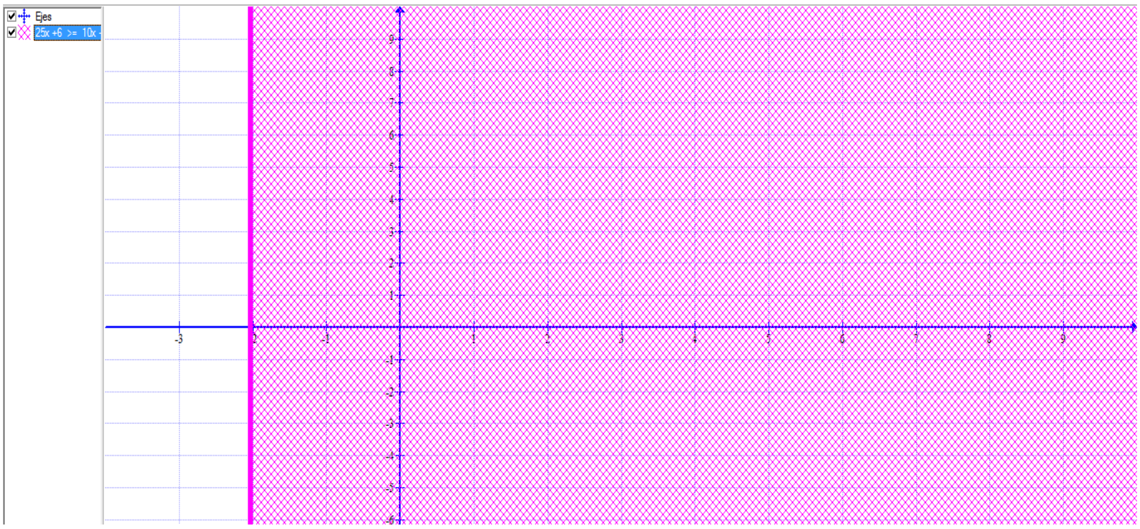
Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -5.

$25(-5)+6 \geq 10(-5)-24$
$-125+6 \geq -50-24$
$-119 \geq -74$
Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$25x+6 \geq 10x-24$



$x \geq -2$, o también $-2 \leq x \leq \infty$

En la gráfica observamos que para todo valor de $x \geq -2$, la solución es verdadera.

24. $-4x+10 \le x \le 2x+6$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $-4x+10 \le x$

$-4x - x \le -10$

$-5x \le -10$

$-x \le -\dfrac{10}{5}$

$-x \le -2$

$x \ge 2$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $x \le 2x+6$

$x - 2x \le 6$

$x - 2x \le 6$

$-x \le 6$

$x \ge -6$

Tenemos dos soluciones:

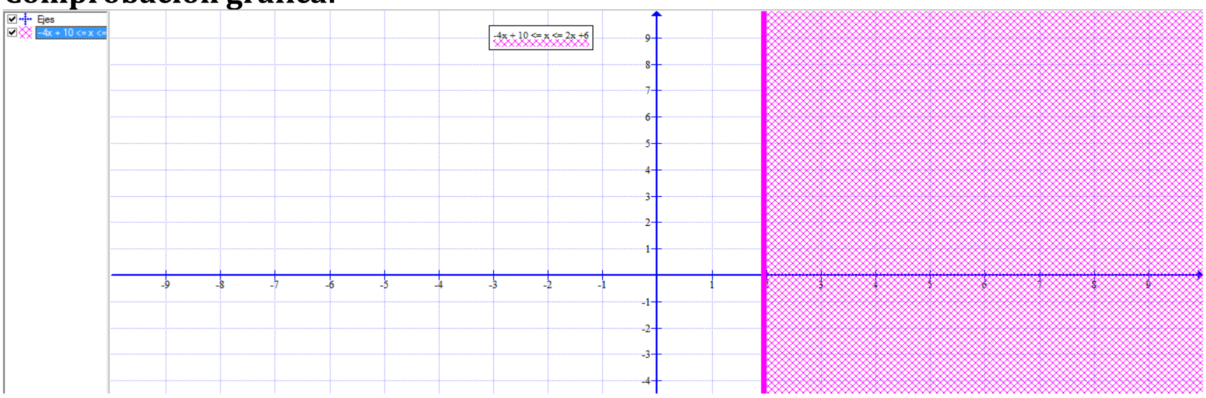
$x \ge 2$

$x \ge -6$

La solución al problema es:

$2 \le x \le \infty$

Comprobación gráfica:



$x \ge 2$; o también $2 \le x \le +\infty$

La gráfica de la desigualdad: $-4x+10 \le x \le 2x+6$ expresa que para todo valor de $x \ge 2$, la solución es verdadera también de la siguiente forma:

$$2 \le x \le +\infty$$

Lo que queda demostrado.

25. $12 \geq x + 16 \geq -20$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $12 \geq x + 16$

$-x \geq 16 - 12$
$-x \geq 4$

$x \leq -4$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $x + 16 \geq -20$

$x \geq -20 - 16$
$x \geq -36$

Tenemos dos soluciones:

$x \leq -4$

$x \geq -36$

La solución al problema es:

$-36 \leq x \leq -4$

Comprobación gráfica:

$-36 \leq x \leq -4$

La gráfica de la desigualdad: $12 \geq x+16 \geq -20$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-36 \leq x \leq -4$ la desigualdad es verdadera

$$-36 \leq x \leq -4$$

Lo que queda demostrado.

26. $35 \leq 2x+5 \leq 80$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $35 \leq 2x+5$

$-2x \leq 5-35$

$-2x \leq -30$

$-x \leq -\frac{30}{2}$

$-x \leq -15$

$x \geq 15$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $2x+5 \leq 80$

$2x \leq 80-5$

$2x \leq 75$

$x \leq \frac{75}{2}$

$x \leq 37.5$

Tenemos dos soluciones:

$x \geq 15$

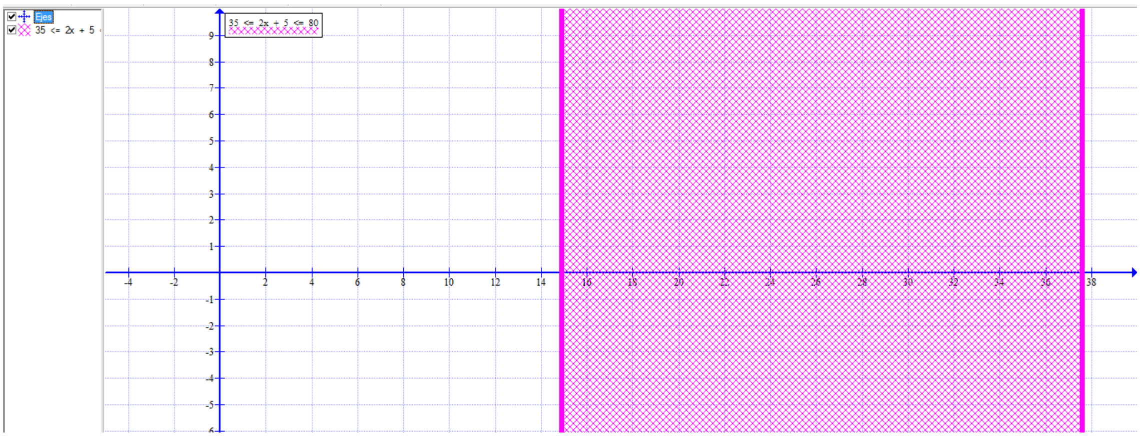
$x \leq 37.5$

La solución al problema es:

$15 \leq x \leq 37.5$

Comprobación gráfica:

$35 \leq 2x + 5 \leq 80$



$$15 \leq x \leq 37.5$$

La gráfica de la desigualdad: $35 \leq 2x + 5 \leq 80$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $15 \leq x \leq 37.5$ la desigualdad es verdadera

$$15 \leq x \leq 37.5$$

Lo que queda demostrado.

27. $50 \leq 4x - 6 \leq 25$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $50 \leq 4x - 6$

$-4x \leq -6 - 50$

$-4x \leq -56$

$-x \leq -\dfrac{56}{4}$

$-x \leq -14$

$x \geq 14$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $4x - 6 \leq 25$

$4x \le 25 + 6$

$4x \le 31$

$x \le \dfrac{31}{4}$

$x \le 7.75$

Tenemos dos soluciones:

$x \ge 14$

$x \le 7.75$

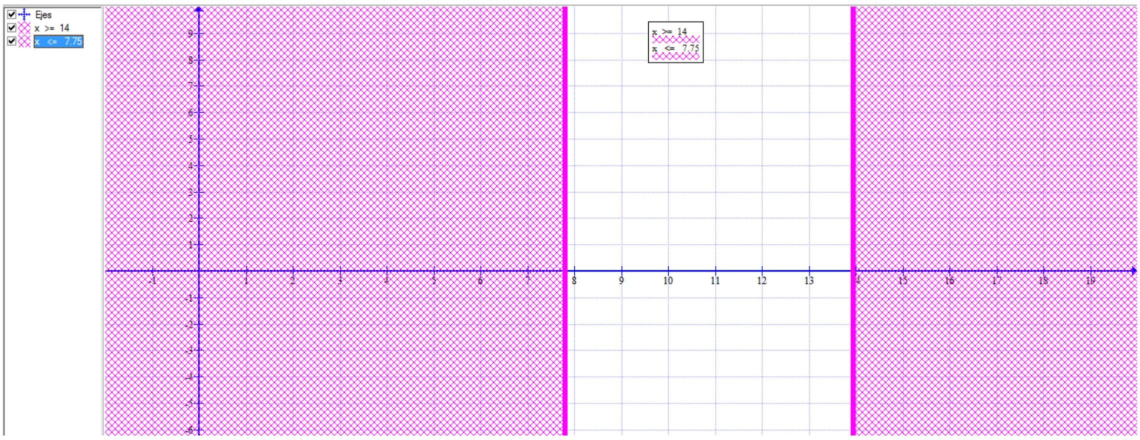
No hay una solución para la desigualdad: $50 \le 4x - 6 \le 25$

La solución al problema es presentada como la unión de dos intervalos:

$(-\infty; 7.75] \cup [14; \infty)$

Comprobación gráfica:

$50 \le 4x - 6 \le 25$



$x \le 7.75$ $\qquad$ $x \ge 14$

$-\infty \le x \le 7.75$ $\qquad$ $14 \le x \le \infty$

$(-\infty; 7.75] \cup [14; \infty)$

La gráfica de la desigualdad: $50 \le 4x - 6 \le 25$ expresa que para todo valor de x, no hay solución.

28. $6x-9\leq 12x+9\leq 6x+81$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $6x-9\leq 12x+9$

$6x-12x\leq 9+9$

$-6x\leq 18$

$-x\leq \frac{18}{6}$

$-x\leq 3$

$x\geq -3$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $12x+9\leq 6x+81$

$12x-6x\leq 81-9$

$6x\leq 72$

$x\leq \frac{72}{6}$

$x\leq 12$

Tenemos dos soluciones:

$x\geq -3$

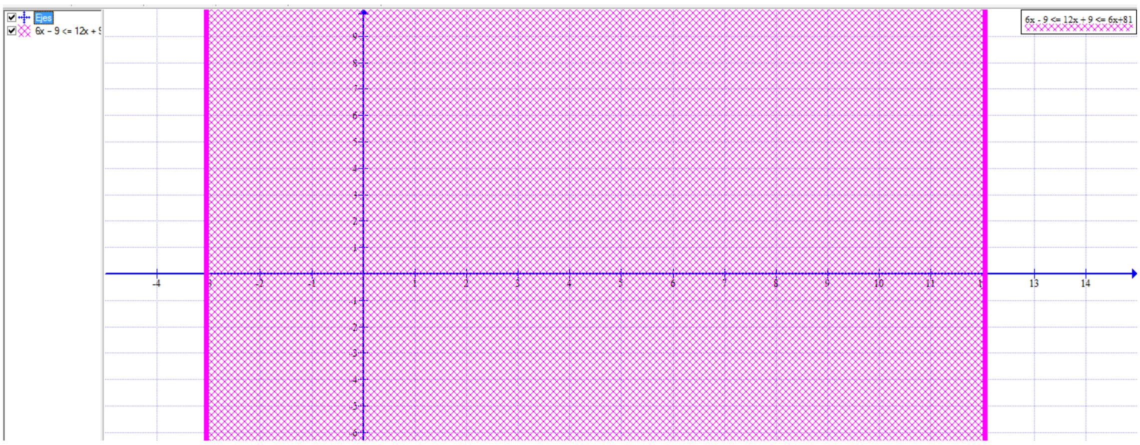
$x\leq 12$

La solución al problema es:

$-3\leq x\leq 12$

Comprobación gráfica:

$6x-9\leq 12x+9\leq 6x+81$



$-3\leq x\leq 12$

La gráfica de la desigualdad: $6x-9\leq 12x+9\leq 6x+81$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-3\leq x\leq 12$ la desigualdad es verdadera.

29. $-10 \le x+8 \le 15$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $-10 \le x+8$

$-10 - x \le 8$

$-x \le 8+10$

$-x \le 18$

$x \ge -18$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $x+8 \le 15$

$x \le 15-8$

$x \le 7$

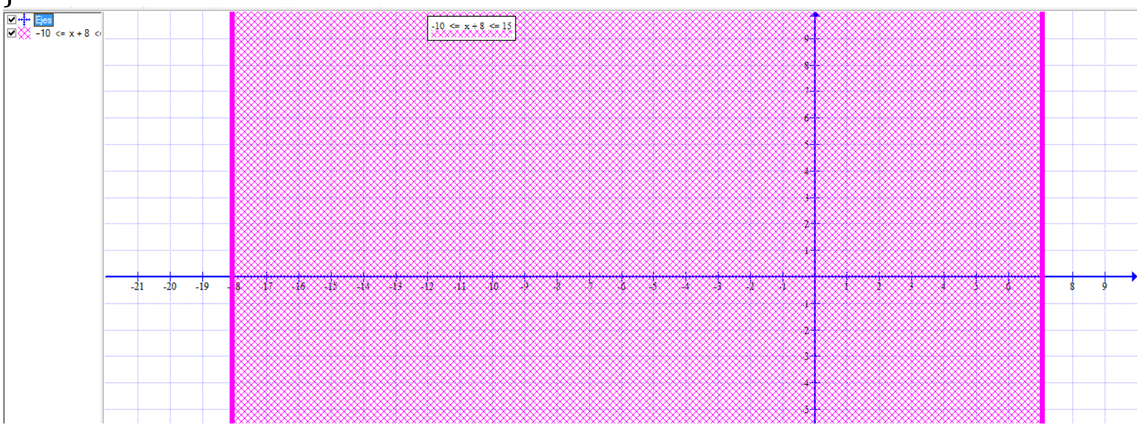
Tenemos dos soluciones:
$x \ge -18$
$x \le 7$

La solución al problema es:

$-18 \le x \le 7$

Comprobación gráfica:

$-10 \le x+8 \le 15$
}



$-18 \le x \le 7$

La gráfica de la desigualdad: $-10 \le x+8 \le 15$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-18 \le x \le 7$ la desigualdad es verdadera.

30. $25 \leq 5 - x \leq 10$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $25 \leq 5 - x$

$x \leq 5 - 25$
$x \leq -20$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $5 - x \leq 10$

$-x \leq 10 - 5$
$-x \leq 5$
$x \geq -5$

Tenemos dos soluciones:
$x \leq -20$
$x \geq -5$

No hay una solución para la desigualdad: $25 \leq 5 - x \leq 10$

La solución al problema es presentada como la unión de dos intervalos:

$(-\infty; -20] \cup [-5; \infty)$

Comprobación gráfica:

$25 \leq 5 - x \leq 10$

$x \leq -20$ $\qquad$ $x \geq -5$

$-\infty \leq x \leq -20$ $\qquad$ $-5 \leq x \leq \infty$

$(-\infty; -20] \cup [-5; \infty)$

La gráfica de la desigualdad: $25 \leq 5 - x \leq 10$ expresa que para todo valor de x, no hay una solución.

31. $0 \geq 20 - x \geq -20$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $0 \geq 20 - x$

$x \geq 20$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $20 - x \geq -20$

$-x \geq -20 - 20$

$-x \geq -40$

$x \leq 40$

Tenemos dos soluciones:
$x \geq 20$
$x \leq 40$

La solución al problema es:

$20 \leq x \leq 40$

Comprobación gráfica:

$0 \geq 20 - x \geq -20$

$20 \leq x \leq 40$
[20;40]

La gráfica de la desigualdad: $0 \geq 20 - x \geq -20$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $20 \leq x \leq 40$ la desigualdad es verdadera.

32. $10 + x \leq 2x - 5 \leq 25$

Solución:

Para determinar la solución de la doble desigualdad, primero se resuelve la desigualdad izquierda.

Es decir: $10 + x \leq 2x - 5$

$x - 2x \leq -5 - 10$

$-x \leq -15$

$x \geq 15$

Los valores que satisfacen la desigualdad derecha son: $2x - 5 \leq 25$

$2x \leq 25 + 5$

$2x \leq 30$

$x \leq \frac{30}{2}$

$x \leq 15$

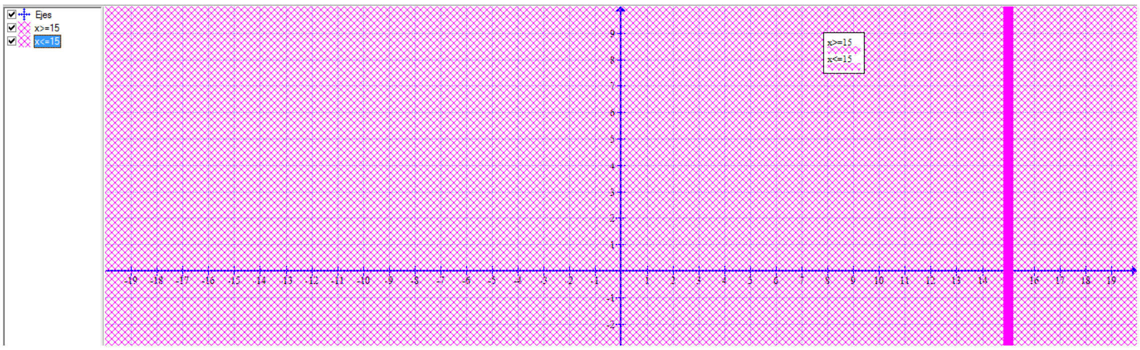
Tenemos dos soluciones:
$x \geq 15$
$x \leq 15$

La solución al problema es:

$-\infty \leq x \leq \infty$

Comprobación gráfica:

$10 + x \leq 2x - 5 \leq 25$



$$-\infty \leq x \leq \infty$$
$$(-\infty; \infty]$$

La gráfica de la desigualdad: $10 + x \leq 2x - 5 \leq 25$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-\infty \leq x \leq \infty$ la desigualdad es verdadera.

RESUELVA LAS SIGUIENTES DESIGUALDADES DE SEGUNDO GRADO

33. $x^2 - 25 \leq 0$

Solución:

$x^2 - 25 \leq 0$

Tenemos una diferencia de cuadrados:

$(x-5)(x+5) \leq 0$

Resolviendo este par de factores de la desigualdad, nos resultan dos desigualdades:

$(x-5) \leq 0$		$(x+5) \leq 0$
$x - 5 \leq 0$	y	$x + 5 \leq 0$
$x \leq 5$		$x \leq -5$

Tenemos dos puntos críticos:
$x = 5$
$x = -5$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$[-5;5]$ o también $-5 \leq x \leq 5$

Comprobación:

Para $x = 5$

$x^2 - 25 \leq 0$

$(5)^2 - 25 \leq 0$
$25 - 25 \leq 0$
$0 \leq 0$
Verdadero

Para $x = 6$

$(6)^2 - 25 \leq 0$
$36 - 25 \leq 0$
$11 \leq 0$
Falso

Para $x = 0$

$x^2 - 25 \leq 0$

$(0)^2 - 25 \leq 0$

$0 - 25 \leq 0$

$-25 \leq 0$

Verdadero

Para $x = -5$

$x^2 - 25 \leq 0$
$(-5)^2 - 25 \leq 0$

$25 - 25 \leq 0$

$0 \leq 0$

Verdadero

Para $x = -7$

$x^2 - 25 \leq 0$
$(-7)^2 - 25 \leq 0$

$49 - 25 \leq 0$

$24 \leq 0$

Falso

Lo que queda demostrado.

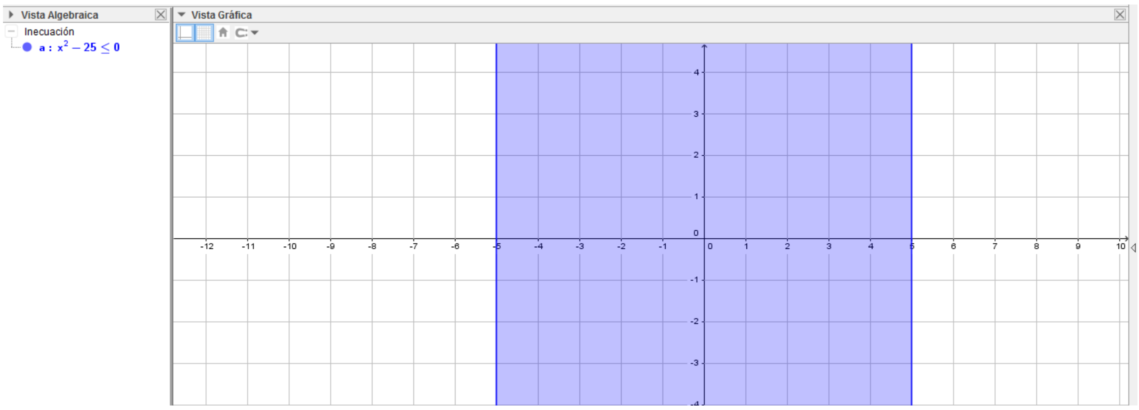
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 - 25 \leq 0$



$-5 \leq x \leq 5$; o $[-5;5]$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 - 25 \leq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-5 \leq x \leq 5$ la desigualdad es verdadera.

34. $x^2 - 16 \leq 0$

Solución:

$x^2 - 16 \leq 0$

Tenemos una diferencia de cuadrados:

$(x-4)(x+4) \leq 0$

Resolviendo este par de factores de la desigualdad, nos resultan dos desigualdades:

$(x-4) \leq 0$		$(x+4) \leq 0$
$x - 4 \leq 0$	y	$x + 4 \leq 0$
$x \leq 4$		$x \leq -4$

Tenemos dos puntos críticos:
$x = 4$
$x = -4$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$[-4;4]$ o también $-4 \leq x \leq 4$

Comprobación:

Para $x = 4$

$x^2 - 16 \leq 0$

$(4)^2 - 16 \leq 0$

$16 - 16 \leq 0$

$0 \leq 0$

Verdadero

Para $x = 5$

$(5)^2 - 16 \leq 0$

$25 - 16 \leq 0$

$9 \leq 0$

Falso

Para $x = 0$

$x^2 - 16 \leq 0$

$(0)^2 - 16 \leq 0$

$0 - 16 \leq 0$

$-16 \leq 0$

Verdadero

Para $x = -4$

$x^2 - 16 \leq 0$
$(-4)^2 - 16 \leq 0$

$16 - 16 \leq 0$

$0 \leq 0$

Verdadero

Para $x = -6$

$x^2 - 16 \leq 0$
$(-6)^2 - 16 \leq 0$

$36 - 16 \leq 0$

$20 \leq 0$

Falso

Lo que queda demostrado.

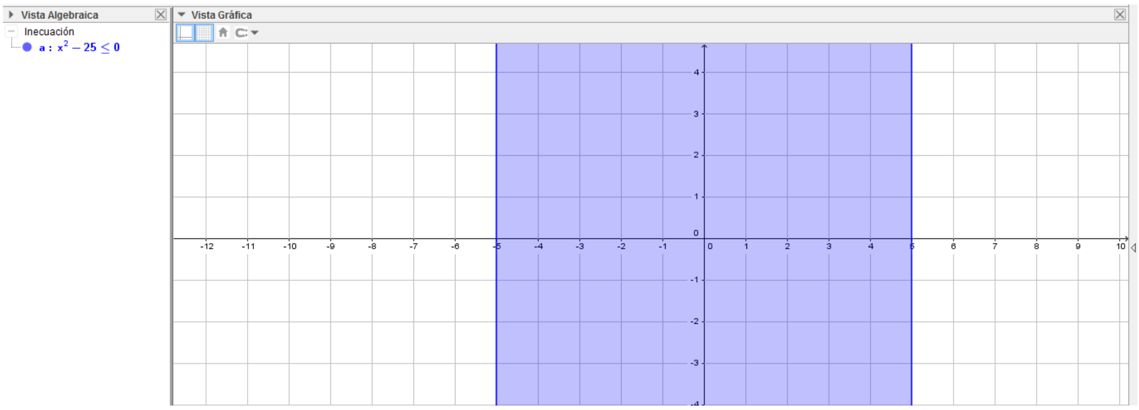
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 - 16 \leq 0$



$-4 \leq x \leq 4$; o $[-4;4]$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 - 16 \leq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-4 \leq x \leq 4$ la desigualdad es verdadera.

35. $x^2-3x-18\leq 0$

Solución:

$x^2-3x-18\leq 0$

Tenemos una ecuación cuadrática, que la resolvemos por medio de factores, buscando dos números que sumados den el coeficiente -3 del segundo término de la ecuación; y que estos dos números multiplicados den como resultado el valor del término independiente -18.

Esos números son -6 y 3.

$(x-6)(x+3)\leq 0$

Resolvemos este par de factores de la desigualdad o inecuación, que nos da como resultado dos inecuaciones:

$(x-6)\leq 0$ y $(x+3)\leq 0$

$x-6\leq 0$

$x\leq 6$

$x+3\leq 0$

$x\leq -3$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=6$
$x=-3$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$[-3;6]$ o también $-3\leq x\leq 6$

Comprobación:

Para $x=6$

$x^2-3x-18\leq 0$

$(6)^2-3(6)-18\leq 0$

$36-18-18\leq 0$

$36-36\leq 0$

$0\leq 0$

Verdadero

Para $x=7$

$(7)^2-3(7)-18\leq 0$
$49-21-18\leq 0$
$49-39\leq 0$
$10\leq 0$
Falso

Para $x=0$

$x^2-3x-18\leq 0$

$(0)^2-3(0)-18\leq 0$
$0-0-18\leq 0$
$-18\leq 0$
Verdadero

Para $x=-3$

$x^2-3x-18\leq 0$

$(-3)^2-3(-3)-18\leq 0$
$9+9-18\leq 0$
$18-18\leq 0$
$0\leq 0$
Verdadero

Para $x=-5$

$x^2-3x-18\leq 0$

$(-5)^2-3(-5)-18\leq 0$
$25+15-18\leq 0$
$40-18\leq 0$
$22\leq 0$
Falso

Lo que queda demostrado.

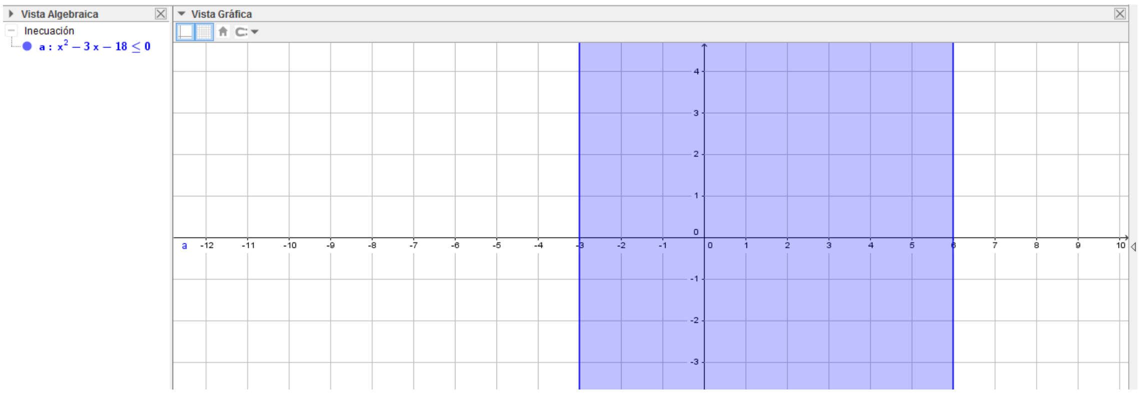
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 - 3x - 18 \leq 0$



$-3 \leq x \leq 6$; o $[-3;6]$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 - 3x - 18 \leq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-3 \leq x \leq 6$ la desigualdad es verdadera.

36. $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

Solución:

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

Tenemos una ecuación cuadrática, que la resolvemos por medio de factores, buscando dos números que sumados den el coeficiente 2 del segundo término de la ecuación; y que estos dos números multiplicados den como resultado el valor del término independiente -8.

Esos números son 4 y -2.

$(x+4)(x-2) \geq 0$

Resolvemos este par de factores de la desigualdad o inecuación, que nos da como resultado dos inecuaciones:

$(x+4) \geq 0$ y $(x-2) \geq 0$

$x + 4 \geq 0$ $\quad$ $x - 2 \geq 0$

$x \geq -4$ $\quad$ $x \geq 2$

Tenemos dos puntos críticos:

$x = 2$
$x = -4$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$-\infty \leq x \leq -4$; o $x \leq -4$

$2 \leq x \leq \infty$; o $x \geq 2$

Comprobación:

Para $x = 2$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

$(2)^2 + 2(2) - 8 \geq 0$
$4 + 4 - 8 \geq 0$
$8 - 8 \geq 0$
$0 \geq 0$
Verdadero

Para $x = 3$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

$(3)^2 + 2(3) - 8 \geq 0$
$9 + 6 - 8 \geq 0$
$15 - 8 \geq 0$
$7 \geq 0$
Verdadero

Para $x = 0$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

$(0)^2 + 2(0) - 8 \geq 0$
$0 + 0 - 8 \geq 0$
$-8 \geq 0$
Falso

Para $x = -4$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

$(-4)^2 + 2(-4) - 8 \geq 0$
$16 - 8 - 8 \geq 0$
$16 - 16 \geq 0$
$0 \geq 0$
Verdadero

Para $x = -5$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$

$(-5)^2 + (2)(-5) - 8 \geq 0$
$25 - 10 - 8 \geq 0$
$25 - 18 \geq 0$
$7 \geq 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

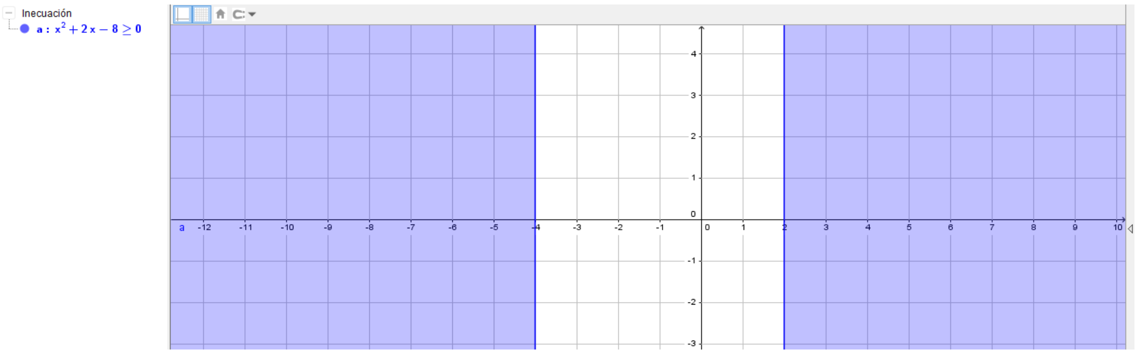
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$



$-\infty \leq x \leq -4$; o $x \leq -4$ $2 \leq x \leq \infty$; o $x \geq 2$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 + 2x - 8 \geq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-\infty \leq x \leq -4$ y el intervalo $2 \leq x \leq \infty$ la desigualdad es verdadera.

37. $x^2+2x-3\geq 0$

Solución:

$x^2+2x-3\geq 0$

Tenemos una ecuación cuadrática, que la resolvemos por medio de factores, buscando dos números que sumados den el coeficiente 2 del segundo término de la ecuación; y que estos dos números multiplicados den como resultado el valor del término independiente -3.

Esos números son 3 y -1.

$(x+3)(x-1)\geq 0$

Resolvemos este par de factores de la desigualdad o inecuación, que nos da como resultado dos inecuaciones:

$(x+3)\geq 0$ y $(x-1)\geq 0$

$x+3\geq 0$ $x-1\geq 0$

$x\geq -3$ $x\geq 1$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=1$
$x=-3$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$-\infty\leq x\leq -3$; o $x\leq -3$

$1\leq x\leq \infty$; o $x\geq 1$

Comprobación:

Para $x=1$

$x^2+2x-3\geq 0$

$(1)^2+2(1)-3\geq 0$

$1+2-3\geq 0$

$3-3\geq 0$

$0\geq 0$

Verdadero

Para $x=2$

$x^2+2x-3\geq 0$

$(2)^2 + 2(2) - 3 \geq 0$

$4 + 4 - 3 \geq 0$

$8 - 3 \geq 0$

$5 \geq 0$

Verdadero

Para $x = 0$

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$

$(0)^2 + 2(0) - 3 \geq 0$

$0 + 0 - 3 \geq 0$

$-3 \geq 0$

Falso

Para $x = -3$

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$

$(-3)^2 + 2(-3) - 3 \geq 0$

$9 - 6 - 3 \geq 0$

$9 - 9 \geq 0$

$0 \geq 0$

Verdadero

Para $x = -4$

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$

$(-4)^2 + 2(-4) - 3 \geq 0$

$16 - 8 - 3 \geq 0$

$16 - 11 \geq 0$

$5 \geq 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

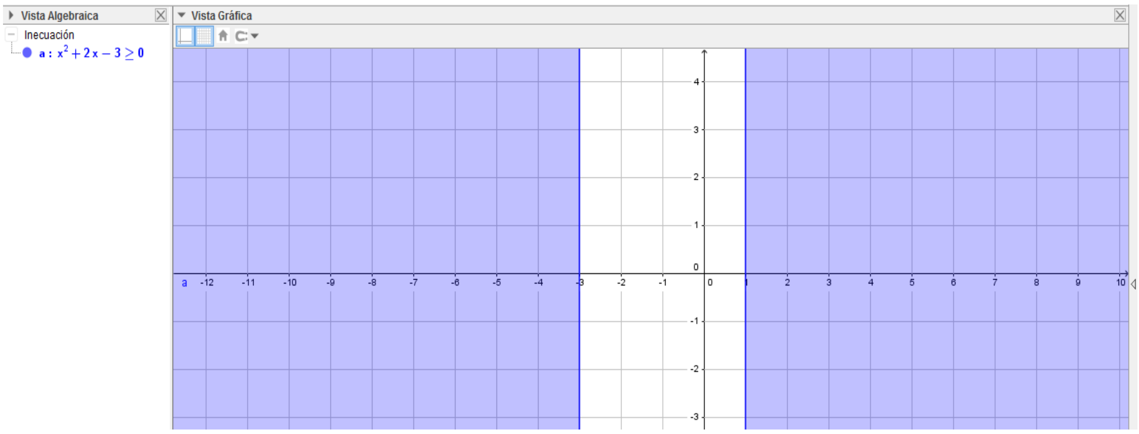
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$



$-\infty \leq x \leq -3$; o $x \leq -3$ $\qquad$ $1 \leq x \leq \infty$; o $x \geq 1$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 + 2x - 3 \geq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-\infty \leq x \leq -3$ y el intervalo $1 \leq x \leq \infty$ la desigualdad es verdadera.

38. $x^2 + 4x - 12 \leq 0$

Solución:

$x^2 + 4x - 12 \leq 0$

Tenemos una ecuación cuadrática, que la resolvemos por medio de factores, buscando dos números que sumados den el coeficiente 4 del segundo término de la ecuación; y que estos dos números multiplicados den como resultado el valor del término independiente -12.

Esos números son 6 y -2.

$(x+6)(x-2) \leq 0$

Resolvemos este par de factores de la desigualdad o inecuación, que nos da como resultado dos inecuaciones:

$(x+6) \leq 0$ $\qquad$ y $\qquad$ $(x-2) \leq 0$

$x+6\leq 0$ $\qquad\qquad$ $x-2\leq 0$

$x\leq -6$ $\qquad\qquad$ $x\leq 2$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=2$
$x=-6$

La solución al problema está dentro del intervalo:

$-6\leq x\leq 2$

Comprobación:

Para $x=2$

$x^2+4x-12\leq 0$

$(2)^2+4(2)-12\leq 0$
$4+8-12\leq 0$
$12-12\leq 0$
$0\leq 0$
Verdadero

Para $x=3$

$x^2+4x-12\leq 0$

$(3)^2+4(3)-12\leq 0$
$9+12-12\leq 0$
$9\leq 0$
Falso

Para $x=0$

$x^2+4x-12\leq 0$

$(0)^2+4(0)-12\leq 0$
$0+0-12\leq 0$
$-12\leq 0$
Verdadero

Para $x=-6$

$x^2+4x-12\leq 0$

$(-6)^2 + 4(-6) - 12 \leq 0$
$36 - 24 - 12 \leq 0$
$36 - 36 \leq 0$
$0 \leq 0$
Verdadero

Para $x = -8$

$x^2 + 4x - 12 \leq 0$

$(-8)^2 + 4(-8) - 12 \leq 0$
$64 - 32 - 12 \leq 0$
$64 - 44 \leq 0$
$20 \leq 0$
Falso

Lo que queda demostrado.

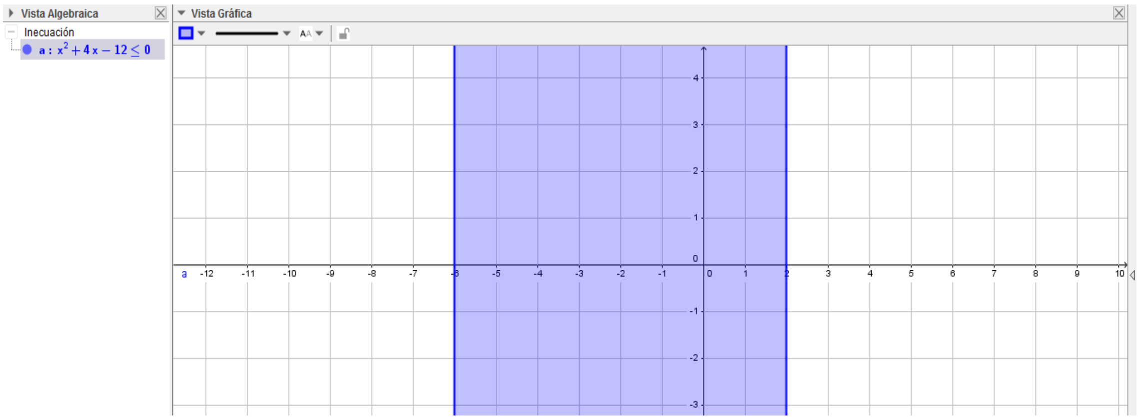
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$x^2 + 4x - 12 \leq 0$



$-6 \leq x \leq 2$; o $[-6;2]$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 + 4x - 12 \leq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-6 \leq x \leq 2$ la desigualdad es verdadera.

39. $2x^2+3x-2<0$

Solución:

Esta inecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c<0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)<0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2+(AD+BC)x+BD=2x^2+3x-2<0$

Luego tenemos que:

$$AC=2$$
$$A=2$$
$$C=1$$

$$AD+BC=3$$

$$BD=-2$$

Luego la expresión:

$$(Ax+B)(Cx+D)<0$$
$$A=2$$
$$C=1$$
$$(2x+B)(1x+D)<0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-2$

Los pares posibles son:

$(1)(-2)$ y $(-1)(2)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 3; como resultado de:

$$AD+BC=3$$
$$2D+1B=3$$

Si probamos con:

$$D=2$$
$$B=-1$$

Tenemos que:

$2(2)+(1)(-1)=3$
$4-1=3$
$3=3$
Verdadero

Por lo tanto: $(2x+B)(2x+D)<0$

Se transforma en: $(2x-1)(x+2)<0$

Resolviendo estos dos factores igualados a cero, nos resultan dos inecuaciones:

$(2x-1)<0$ **y** $(x+2)<0$

$(2x-1)<0$
$2x-1<0$
$2x<1$
$x<\frac{1}{2}$

$(x+2)<0$
$x+2<0$
$x<-2$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=\frac{1}{2}$

$x=-2$

La solución del problema está dentro del intervalo abierto:

$-2<x<\frac{1}{2}$
$(-2;\frac{1}{2})$

Comprobación:

Para $x=0$

$2x^2+3x-2<0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 0

$2(0)^2+3(0)-2<0$
$0+0-2<0$
$-2<0$
Verdadero

Para $x=0$

$2x^2 + 3x - 2 < 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 0

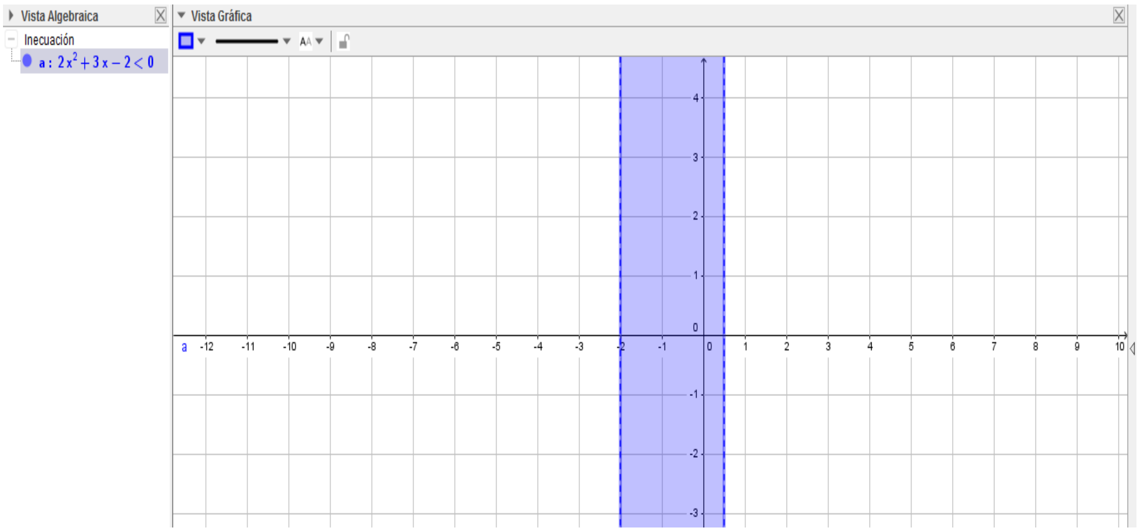
$$2(0)^2 + 3(0) - 2 < 0$$
$$0 + 0 - 2 < 0$$
$$-2 < 0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$2x^2 + 3x - 2 < 0$



$$-2 < x < \frac{1}{2}; \text{ o } (-2; \frac{1}{2})$$

La gráfica de la desigualdad: $2x^2 + 3x - 2 < 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo abierto (no contiene los valores extremos del intervalo): $-2 < x < \frac{1}{2}$ la desigualdad es verdadera.

40. $2x^2 - x - 10 > 0$

Solución:

Esta inecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2 + bx + c > 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax + B)(Cx + D) > 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$$ACx^2 + (AD + BC)x + BD = 2x^2 - x - 10$$

Luego tenemos que:

$$AC = 2$$
$$A = 2$$
$$C = 1$$

$$AD + BC = -1$$

$$BD = -10$$

Luego la expresión:

$$(Ax + B)(Cx + D) > 0$$
$$A = 2$$
$$C = 1$$
$$(2x + B)(1x + D) > 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = -10$

Los pares posibles son:

$(1)(-10)$; $(-1)(10)$; $(2)(-5)$; $(-2)(5)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -1; como resultado de:

$$AD + BC = -1$$
$$2D + 1B = -1$$

Si probamos con:

$$D = 2$$
$$B = -5$$

Tenemos que:

$2(2)+(1)(-5)=-1$
$4-5=-1$
$-1=-1$
Verdadero

Por lo tanto: $(2x+B)(1x+D)>0$

Se transforma en: $(2x-5)(x+2)>0$

Resolviendo estos dos factores igualados a cero, nos resultan dos inecuaciones:

$(2x-5)>0$ **y** $(x+2)>0$

$2x-5>0$
$2x>5$
$x>\frac{5}{2}$

$x+2>0$
$x>-2$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=-2$

$x=\frac{5}{2}$

La solución del problema está dentro de los intervalos abiertos:

$-\infty<x<-2$; o $(-\infty;-2)$
$\frac{5}{2}<x<\infty$; o $(\frac{5}{2};\infty)$

Comprobación:

Para $x=\frac{5}{2}$

$2x^2-x-10>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $\frac{5}{2}$

$$2(\frac{5}{2})^2-(\frac{5}{2})-10>0$$
$$2(\frac{25}{4})-\frac{5}{2}-10>0$$
$$\frac{50}{4}-\frac{5}{2}-10>0$$
$$\frac{25}{2}-\frac{5}{2}-10>0$$
$$\frac{20}{2}-10>0$$
$$10-10>0$$
$$0>0$$
Falso

Para $x=4$

$$2x^2-x-10>0$$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 4

$$2(4)^2-(4)-10>0$$
$$2(16)-4-10>0$$
$$32-14>0$$
$$22>0$$
Verdadero

Para $x=-2$

$$2x^2-x-10>0$$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -2

$$2(-2)^2-(-2)-10>0$$
$$2(4)+2-10>0$$
$$8+2-10>0$$
$$10-10>0$$
$$0>0$$
Falso

Para $x=-3$

$$2x^2-x-10>0$$

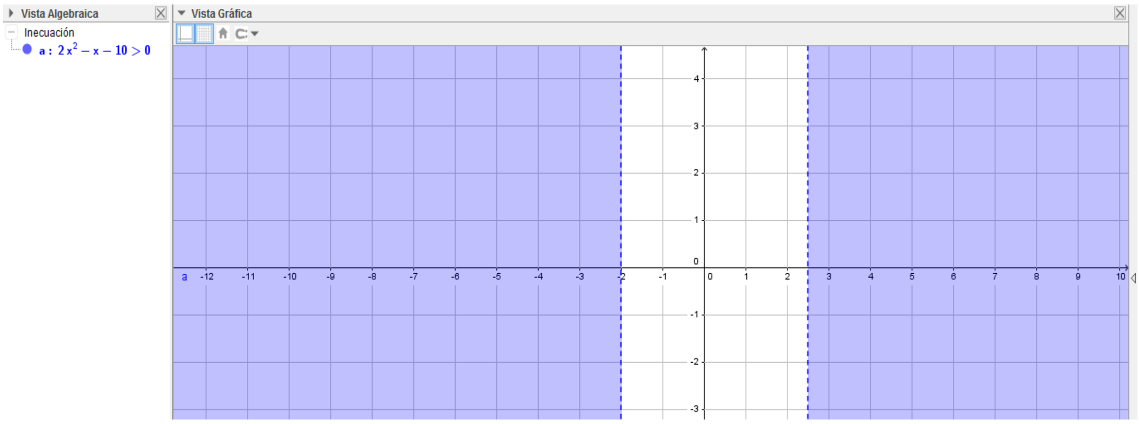
Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -3

$2(-3)^2 - (-3) - 10 > 0$
$2(9) + 3 - 10 > 0$
$18 + 3 - 10 > 0$
$21 - 10 > 0$
$11 > 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$2x^2 - x - 10 > 0$



$(-\infty < x < -2)$ $\qquad$ $(\frac{5}{2} < x < \infty)$

$(-\infty; -2)$ $\qquad$ $(\frac{5}{2}; \infty)$

La gráfica de la desigualdad: $2x^2 - x - 10 > 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo abierto: $(-\infty < x < -2)$ (no contiene los valores extremos del intervalo) y el intervalo abierto: $(\frac{5}{2} < x < \infty)$ (no contiene los valores extremos del intervalo); la desigualdad es verdadera.

41. $x^2+2x-15>0$

Solución:

Esta inecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c>0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)>0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2+(AD+BC)x+BD=x^2+2x-15$

Luego tenemos que:

$AC=1$
$A=1$
$C=1$

$AD+BC=2$

$BD=-15$

Luego la expresión:

$(Ax+B)(Cx+D)>0$
$A=1$
$C=1$
$(1x+B)(1x+D)>0$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD=-15$

Los pares posibles son:

$(1)(-15)$; $(-1)(15)$; $(3)(-5)$; $(-3)(5)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de −1; como resultado de:

$AD+BC=2$
$1D+1B=2$

Si probamos con:

$D=5$
$B=-3$

Tenemos que:

$1(5)+(1)(-3)=2$
$5-3=2$
$2=2$
Verdadero

Por lo tanto: $(x+B)(1x+D)>0$

Se transforma en: $(x-3)(x+5)>0$

Resolviendo estos dos factores igualados a cero, nos resultan dos inecuaciones:

$(x-3)>0$ **y** $(x+5)>0$

$x-3>0$ $x+5>0$
$x>3$ $x>-5$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=3$

$x=-5$

La solución del problema está dentro de los intervalos abiertos:

$-\infty<x<-5$; o $(-\infty;-5)$
$3<x<\infty$; o $(3;\infty)$

Comprobación:

Para $x=3$

$x^2+2x-15>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 3

$(3)^2+2(3)-15>0$
$9+6-15>0$
$15-15>0$
$0>0$
Falso

Para $x=4$

$x^2+2x-15>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 4

$(4)^2 + 2(4) - 15 > 0$
$16 + 8 - 15 > 0$
$24 - 15 > 0$
$9 > 0$
Verdadero

Para $x = -5$

$x^2 + 2x - 15 > 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -5

$(-5)^2 + 2(-5) - 15 > 0$
$25 - 10 - 15 > 0$
$25 - 25 > 0$
$0 > 0$
Falso

Para $x = -7$

$x^2 + 2x - 15 > 0$

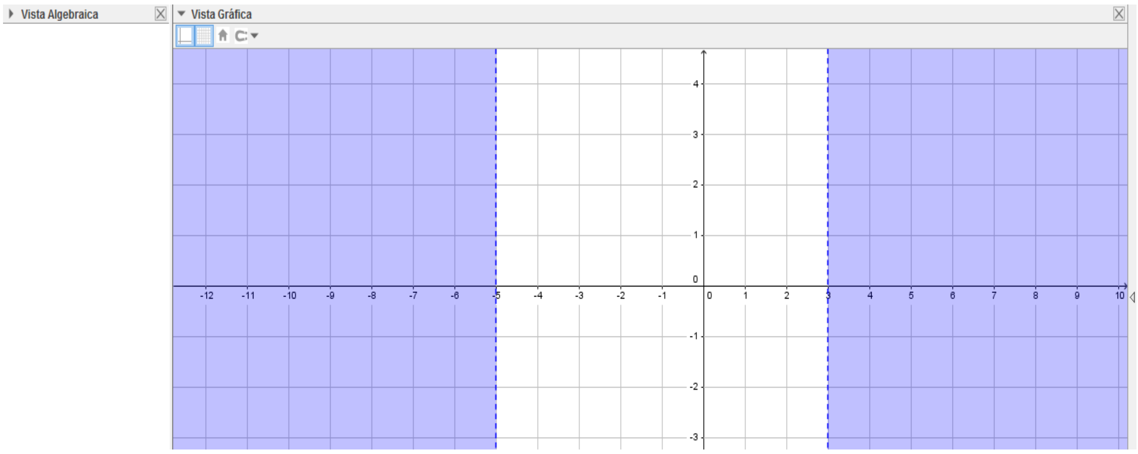
Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -7

$(-7)^2 + 2(-7) - 15 > 0$
$49 - 14 - 15 > 0$
$49 - 29 > 0$
$20 > 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2 + 2x - 15 > 0$



$(-\infty < x < -5)$ $(3 < x < \infty)$

$(-\infty; -5)$ $(3; \infty)$

La gráfica de la desigualdad: $x^2 + 2x - 15 > 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo abierto: $(-\infty < x < -5)$ (no contiene los valores extremos del intervalo) y el intervalo abierto: $(3 < x < \infty)$ (no contiene los valores extremos del intervalo); la desigualdad es verdadera.

42. $2x^2 - 5x + 3 < 0$

Solución:

Esta inecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2 + bx + c < 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax + B)(Cx + D) < 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2 + (AD + BC)x + BD = 2x^2 - 5x + 3$

Luego tenemos que:

$AC = 2$
$A = 1$
$C = 2$

$AD + BC = -5$

$BD = 3$

Luego la expresión:

$$(Ax + B)(Cx + D) < 0$$
$$A = 1$$
$$C = 2$$
$$(1x + B)(2x + D) < 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = 3$

Los pares posibles son:

$(1)(3)\,;(-1)(-3)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -5; como resultado de:

$$AD + BC = -5$$
$$1D + 2B = -5$$

Si probamos con:

$$D = -3$$
$$B = -1$$

Tenemos que:

$$1(-3) + (2)(-1) = -5$$
$$-3 - 2 = -5$$
$$-5 = -5$$

Verdadero

Por lo tanto: $(1x + B)(2x + D) < 0$

Se transforma en: $(1x - 1)(2x - 3) < 0$

Resolviendo estos dos factores igualados a cero, nos resultan dos inecuaciones:

$(1x - 1) < 0$ **y** $(2x - 3) < 0$

$$1x - 1 < 0$$
$$x < 1$$

$$2x - 3 < 0$$
$$2x < 3$$
$$x < \frac{3}{2}$$

Tenemos dos puntos críticos:

$x = 1$

$x = \frac{3}{2}$

La solución del problema está dentro del intervalo abierto:

$1 < x < \frac{3}{2}$; o $(1; \frac{3}{2})$

Comprobación:

Para $x = \frac{3}{2}$

$2x^2 - 5x + 3 < 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $\frac{3}{2}$

$2(\frac{3}{2})^2 - 5(\frac{3}{2}) + 3 < 0$

$2(\frac{9}{4}) - \frac{15}{2} + 3 < 0$

$\frac{18}{4} - \frac{15}{2} + 3 < 0$

$\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3 < 0$

$\frac{24}{2} + 3 < 0$

$12 + 3 < 0$

$15 < 0$

Falso

Para $x = \frac{5}{4}$

$2x^2 - 5x + 3 < 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $\frac{5}{4}$

$2(\frac{5}{4})^2 - 5(\frac{5}{4}) + 3 < 0$

$2(\frac{25}{16}) - \frac{25}{4} + 3 < 0$

$$\frac{50}{16}-\frac{25}{4}+3<0$$
$$\frac{50-100+48}{16}<0$$
$$\frac{98-100}{16}<0$$
$$\frac{-2}{16}<0$$
$$-\frac{1}{8}<0$$
Verdadero

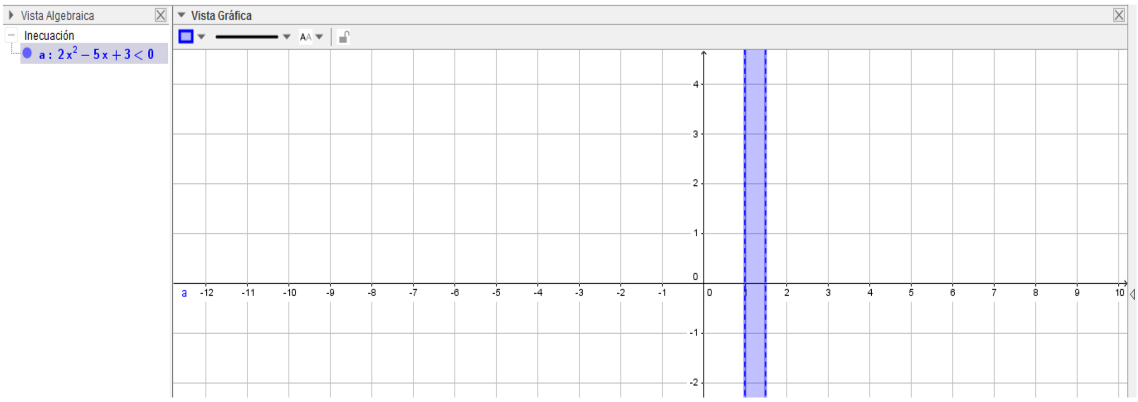
Para $x=1$
$x^2+2x-15>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 1
$$2(1)^2-5(1)+3<0$$
$$2(1)-5+3<0$$
$$5-5<0$$
$$0<0$$
Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2+2x-15>0$



$$(1<x<\frac{3}{2})$$

La gráfica de la desigualdad: $x^2+2x-15>0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo abierto: $(1<x<\frac{3}{2})$ (no contiene los valores extremos del intervalo); la desigualdad es verdadera.

43. $4x^2 - 100 < 0$

Solución:

$4x^2 - 100 < 0$

Tenemos una diferencia de cuadrados:

$(2x - 10)(2x + 10) < 0$

Resolviendo este par de factores de la desigualdad, nos resultan dos desigualdades:

$(2x - 10) < 0$ y $(2x + 10) < 0$

$2x - 10 < 0$

$2x < 10$

$x < \frac{10}{2}$

$x < 5$

$2x + 10 < 0$

$2x < -10$

$x < -\frac{10}{2}$

$x < -5$

Tenemos dos puntos críticos:

$x = 5$

$x = -5$

La solución al problema está dentro del intervalo abierto:

$(-5;5)$ o también $-5 < x < 5$

Comprobación:

Para $x = 5$

$4x^2 - 100 < 0$

$4(5)^2 - 100 < 0$

$4(25) - 100 < 0$

$100 - 100 < 0$

$0 < 0$

Verdadero

Para $x = 9$

$4x^2 - 100 < 0$

$4(0)^2 - 100 < 0$

$0 - 100 < 0$

$-100 < 0$

Verdadero

Para $x = -5$

$4x^2 - 100 < 0$

$4(-5)^2 - 100 < 0$
$4(25) - 100 < 0$
$100 - 100 < 0$
$0 < 0$
Verdadero

Para $x = 6$

$4x^2 - 100 < 0$

$4(6)^2 - 100 < 0$
$4(36) - 100 < 0$
$144 - 100 < 0$
$44 < 0$
Falso

Para $x = -6$

$4x^2 - 100 < 0$

$4(-6)^2 - 100 < 0$
$4(36) - 100 < 0$
$144 - 100 < 0$
$44 < 0$
Falso

Lo que queda demostrado.

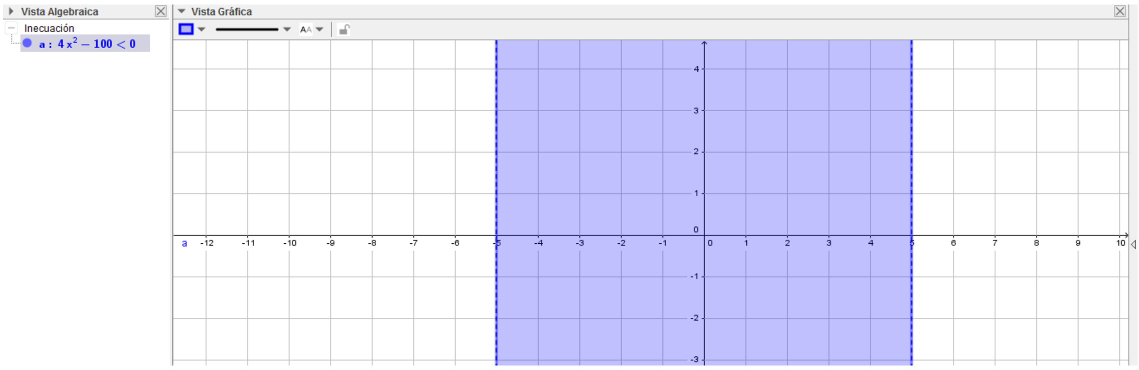
Comprobación gráfica:

Nos apoyamos en el **"Programa Geogebra"** para resolver y presentar el resultado en modelo gráfico.

Este programa se encuentra en la siguiente dirección de la Web:

https://www.geogebra.org/m/bw85KpRZ

$4x^2 - 100 < 0$



$$-5 < x < 5\,;\ \text{o}\ (-5;5)$$

La gráfica de la desigualdad: $4x^2 - 100 \leq 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo: $-5 < x < 5$ la desigualdad es verdadera.

44. $6x^2 + x - 12 > 0$

Solución:

Esta inecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2 + bx + c > 0$ Donde a, b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax + B)(Cx + D) > 0$ Donde A, B, C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$$ACx^2 + (AD + BC)x + BD = 6x^2 + x - 12$$

Luego tenemos que:

$$AC = 6$$
$$A = 3$$
$$C = 2$$

$$AD + BC = 1$$

$BD = -12$

Luego la expresión:

$$(Ax + B)(Cx + D) > 0$$
$$A = 3$$
$$C = 2$$
$$(3x + B)(2x + D) > 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = -12$

Los pares posibles son:

$(1)(-12)$; $(-1)(12)$; $(2)(-6)$; $(-2)(6)$; $(3)(-4)$; $(-3)(4)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 1; como resultado de:

$$AD + BC = 1$$
$$3D + 2B = 1$$

Si probamos con:

$$D = 3$$
$$B = -4$$

Tenemos que:

$$3(3) + (2)(-4) = 1$$
$$9 - 8 = 1$$
$$1 = 1$$

Verdadero

Por lo tanto: $(3x + B)(2x + D) > 0$

Se transforma en: $(3x - 4)(2x + 3) > 0$

Resolviendo estos dos factores igualados a cero, nos resultan dos inecuaciones:

$(3x - 4) > 0$ **y** $(2x + 3) > 0$

$3x - 4 > 0$	$2x + 3 > 0$
$3x > 4$	$2x > -3$
$x > \frac{4}{3}$	$x > -\frac{3}{2}$

Tenemos dos puntos críticos:

$x = \frac{4}{3}$

$x = -\frac{3}{2}$

La solución del problema está dentro de los intervalos abiertos:

$-\infty < x < -\frac{3}{2}$; o $(-\infty; -\frac{3}{2})$

$\frac{4}{3} < x < \infty$; o $(\frac{4}{3}; \infty)$

Comprobación:

Para $x = \frac{4}{3}$

$6x^2 + x - 12 > 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $\frac{4}{3}$

$6(\frac{4}{3})^2 + (\frac{4}{3}) - 12 > 0$

$6(\frac{16}{9}) + \frac{4}{3} - 12 > 0$

$\frac{96}{9} + \frac{4}{3} - 12 > 0$

$\frac{32}{3} + \frac{4}{3} - 12 > 0$

$\frac{36}{3} - 12 > 0$

$12 - 12 > 0$

$0 > 0$

Falso

Para $x = 2$

$6x^2 + x - 12 > 0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor 2

$6(2)^2+(2)-12>0$

$6(4)+2-12>0$

$24+2-12>0$

$14>0$

Verdadero

Para $x=-\frac{3}{2}$

$6x^2+x-12>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor $-\frac{3}{2}$

$6(-\frac{3}{2})^2+(-\frac{3}{2})-12>0$

$6(\frac{9}{4})-\frac{3}{2}-12>0$

$\frac{54}{4}-\frac{3}{2}-12>0$

$\frac{27}{2}-\frac{3}{2}-12>0$

$\frac{24}{2}-12>0$

$12-12>0$

$0>0$

Falso

Para $x=-2$

$6x^2+x-12>0$

Donde está la variable x la reemplazamos por su valor -7

$6(-2)^2+(-2)-12>0$

$6(4)-2-12>0$

$24-14>0$

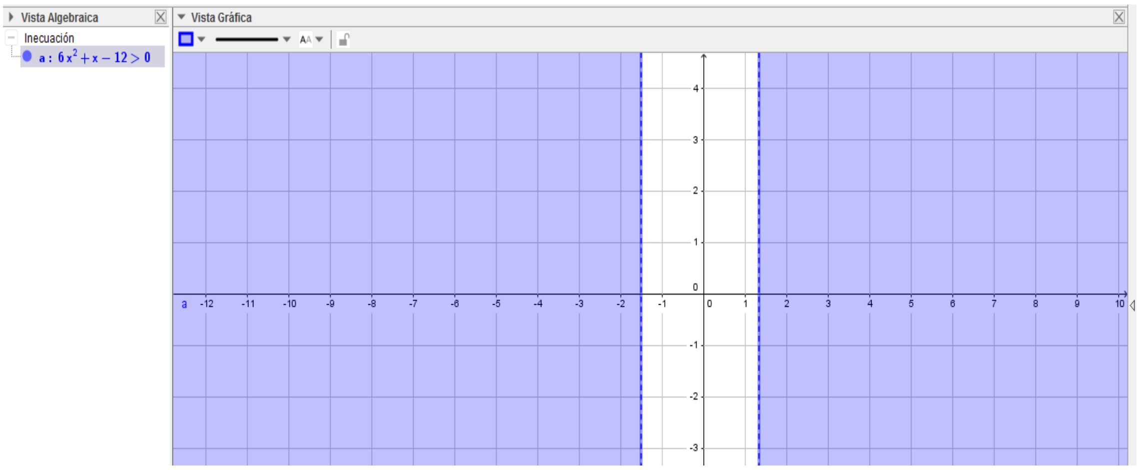
$10>0$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$6x^2 + x - 12 > 0$



$$-\infty < x < -\frac{3}{2} \qquad\qquad \frac{4}{3} < x < \infty$$

$$(-\infty; -\frac{3}{2}) \qquad\qquad (\frac{4}{3}; \infty)$$

La gráfica de la desigualdad: $6x^2 + x - 12 > 0$ expresa que para todo valor de x, comprendido en el intervalo abierto: $-\infty < x < -\frac{3}{2}$ (no contiene los valores extremos del intervalo) y el intervalo abierto: $\frac{4}{3} < x < \infty$ (no contiene los valores extremos del intervalo); la desigualdad es verdadera.

1.4 RELACIONES DE VALOR ABSOLUTO

Ejercicio de Práctica

Resuelva la ecuación:

$|5-2x|=9$

Solución:

Se sabe que para resolver un problema de **“valor absoluto”** tenemos dos soluciones que son: una **“positiva”** y la otra **“negativa”**:

$5-2x=\pm 9$

Tenemos dos soluciones:

$5-2x=+9$	y	$5-2x=-9$

$5-2x=+9$
$-2x=9-5$
$-2x=4$
$-x=\frac{4}{2}$
$-x=2$
$x=-2$

$5-2x=-9$
$-2x=-9-5$
$-2x=-14$
$-x=-\frac{14}{2}$
$-x=-7$
$x=7$

Comprobación:

$|5-2x|=9$

Para comprobar el resultado, tenemos que hacer la sustitución de los dos valores en la ecuación original.

Para $x=-2$

$|5-2(-2)|=9$
$|5+4|=9$
$|9|=9$
$9=9$
Verdadero

Para $x=7$

$|5-2(7)|=9$
$|5-14|=9$
$|-9|=9$
$9=9$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Ejercicio de Práctica

Resuelva la ecuación:

$$|x+3| = |5-x|$$

Solución:

Se sabe que para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones que son: una **"positiva"** y la otra **"negativa"**:

$$x+3=\pm(5-x)$$

Tenemos dos soluciones:

$x+3=+(5-x)$ y $x+3=-(5-x)$

$$x+3=+(5-x)$$
$$x+3=5-x$$
$$x+x=5-3$$
$$2x=2$$
$$x=\frac{2}{2}$$
$$x=1$$

$$x+3=-(5-x)$$
$$x+3=-5+x$$
$$x-x=-5-3$$
$$0=-8$$

Falso

Tenemos un solo valor como solución al problema:

$$x=1$$

Comprobación:

$$|x+3| = |5-x|$$

Para comprobar el resultado, tenemos que hacer la sustitución de los dos valores en la ecuación original.

Para $x=1$

$$|1+3| = |5-1|$$
$$|4| = |4|$$
$$4=4$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

Ejercicio de Práctica

Resuelva la ecuación:

$|2x+3|<5$

Solución:

Se sabe que para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones que son: una **"positiva"** y la otra **"negativa"**:

$\pm|2x+3|<5$

Tenemos dos soluciones:

$+(2x+3)<5$ y $-(2x+3)<5$

$$
\begin{aligned}
&+(2x+3)<5\\
&2x+3<5\\
&2x<5-3\\
&2x<2\\
&x<\frac{2}{2}\\
&x<1
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
&-(2x+3)<5\\
&-2x-3<5\\
&-2x<5+3\\
&-2x<8\\
&-x<\frac{8}{2}\\
&-x<4\\
&x>-4
\end{aligned}
$$

Tenemos dos valores como solución al problema:

$x<1$
$x>-4$

Tenemos dos puntos críticos:

$x=1$

$x=-4$

La solución al problema está dentro del intervalo abierto:

$-4<x<1$ o también $(-4;1)$

Los valores extremos del intervalo no se consideran como solución al problema.

Comprobación:

$|2x+3|<5$

Para comprobar el resultado, tenemos que hacer la sustitución de los valores que están dentro del intervalo abierto en la ecuación original.

Para $x=1$

$|2x+3|<5$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 1.

$|2(1)+3|<5$
$|2+3|<5$
$|5|<5$
$5<5$
$Falso$

Para $x=0$

$|2x+3|<5$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de 0.

$|2(0)+3|<5$
$|0+3|<5$
$3<5$
$Verdadero$

Para $x=-2$

$|2x+3|<5$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -2.

$|2(-2)+3|<5$
$|-4+3|<5$
$|-1|<5$
$1<5$
$Verdadero$

Para $x=-4$

$|2x+3|<5$

Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -4.

$|2(-4)+3|<5$
$|-8+3|<5$
$|-5|<5$
$5<5$
Falso

Para $x=-6$

$|2x+3|<5$

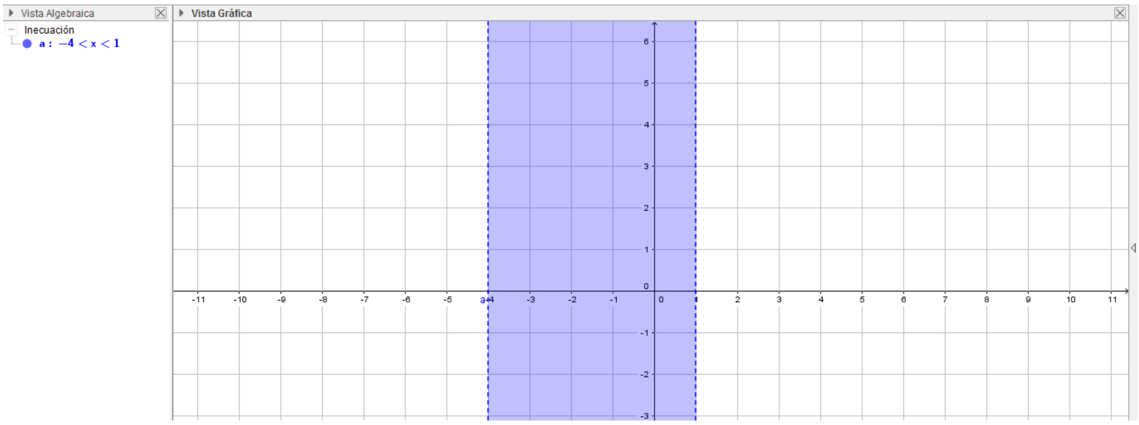
Donde esté la variable x la reemplazamos por el valor de -6.

$|2(-6)+3|<5$
$|-12+3|<5$
$|-9|<5$
$9<5$
Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica

$-4<x<1$



Sección 1.4: Ejercicios de seguimiento

Resuelva las siguientes ecuaciones.

1. $|x| = 10$

Solución:

Se sabe que para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones que son: una **"positiva"** y la otra **"negativa"**:

$x = \pm 10$

Tenemos dos soluciones:

$x = 10$
$x = -10$

Comprobación:

$\lvert x \rvert = 10$	y	$\lvert x \rvert = 10$
Para $x = 10$	y	$x = -10$
$\lvert 10 \rvert = 10$		$\lvert -10 \rvert = 10$
$10 = 10$		$10 = 10$
Verdadero		*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

2. $|x| = -8$

Solución:

No hay solución al problema.

$|x| = -8$

Esto es falso. El valor absoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

3. $|x| = -4$

Solución:

No hay solución al problema.

$|x| = -4$

Esto es falso. El valor absoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

4. $|x| = -20$

Solución:

No hay solución al problema.

$|x| = -20$

Esto es falso. El valor absoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

5. $|x - 6| = 6$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x-6) = 6$ y $-(x-6) = 6$

$x - 6 = 6$

$x = 6 + 6$

$x = 12$

$-x + 6 = 6$

$-x = 6 - 6$

$-x = 0$

$x = 0$

Tenemos dos soluciones:

$x = 0$
$x = 12$

Comprobación:

$|x - 6| = 6$ y $|x - 6| = 6$

Para $x = 0$ y $x = 12$

$|0 - 6| = 6$
$|-6| = 6$
$6 = 6$
Verdadero

$|12 - 6| = 6$
$|6| = 6$
$6 = 6$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

6. $|x + 2| = 6$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x + 2) = 6$ y $-(x + 2) = 6$

$x + 2 = 6$
$x = 6 - 2$
$x = 4$

$-x - 2 = 6$
$-x = 6 + 2$
$-x = 8$
$x = -8$

Tenemos dos soluciones:

$x = 4$
$x = -8$

Comprobación:

$|x + 2| = 6$ y $|x + 2| = 6$

Para $x = 4$ y $x = -8$

$|4 + 2| = 6$
$|6| = 6$
$6 = 6$
Verdadero

$|-8 + 2| = 6$
$|-6| = 6$
$6 = 6$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

7. $|x+3|=15$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x+3)=15$ y $-(x+3)=15$

$$x+3=15$$
$$x=15-3$$
$$x=12$$

$$-x-3=15$$
$$-x=15+3$$
$$-x=18$$
$$x=-18$$

Tenemos dos soluciones:

$x=12$
$x=-18$

Comprobación:

$|x+3|=15$ y $|x+3|=15$

Para $x=12$ y $x=-18$

$$|12+3|=15$$
$$|15|=15$$
$$15=15$$
Verdadero

$$|-18+3|=15$$
$$|-15|=15$$
$$15=15$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

8. $|2x+7|=1$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(2x+7)=1$ y $-(2x+7)=1$

$$2x+7=1$$
$$2x=1-7$$
$$2x=-6$$
$$x=-\frac{6}{2}$$
$$x=-3$$

$$-2x-7=1$$
$$-2x=1+7$$
$$-2x=8$$
$$-x=\frac{8}{2}$$
$$-x=4$$
$$x=-4$$

Tenemos dos soluciones:

$x = -3$
$x = -4$

Comprobación:

$|2x+7| = 1$ y $|2x+7| = 1$

Para $x = -3$ y $x = -4$

$\|2(-3)+7\| = 1$	$\|2(-4)+7\| = 1$
$\|-6+7\| = 1$	$\|-8+7\| = 1$
$\|1\| = 1$	$\|-1\| = 1$
$1 = 1$	$1 = 1$
Verdadero	*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

9. $|x+4| = |-3x+8|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x+4) = (-3x+8)$ y $-(x+4) = (-3x+8)$

$x+4 = -3x+8$	$-x-4 = -3x+8$
$x+3x = 8-4$	$-x+3x = 8+4$
$4x = 4$	$2x = 12$
$x = \frac{4}{4}$	$x = \frac{12}{2}$
$x = 1$	$x = 6$

Tenemos dos soluciones:

$x = 1$
$x = 6$

Comprobación:

$|x+4| = |-3x+8|$ y $|x+4| = |-3x+8|$

Para $x = 1$ y $x = 6$

$|1+4| = |-3(1)+8|$

$|5| = |-3+8|$

$|5| = |5|$

$5 = 5$

Verdadero

$|6+4| = |-3(6)+8|$

$|10| = |-18+8|$

$|10| = |-10|$

$10 = 10$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

10. $|x+7| = |x-5|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x+7) = (x-5)$ y $-(x+7) = (x-5)$

$x+7 = x-5$

$x - x = -5-7$

$0 = -12$

Falso

$-x-7 = x-5$

$-x-x = -5+7$

$-2x = 2$

$-x = \dfrac{2}{2}$

$-x = 1$

$x = -1$

Tenemos una solución:

$x = -1$

Comprobación:

$|x+7| = |x-5|$

Para $x = -1$

$|-1+7| = |-1-5|$

$|6| = |-6|$

$6 = 6$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

11. $|2x+5| = |x-4|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(2x+5) = (x-4)$ y $-(2x+5) = (x-4)$

$$2x+5 = x-4$$
$$2x - x = -4-5$$
$$x = -9$$

$$-2x-5 = x-4$$
$$-2x - x = -4+5$$
$$-3x = 1$$
$$-x = \frac{1}{3}$$
$$x = -\frac{1}{3}$$

Tenemos una solución:

$$x = -9$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Comprobación:

$|2x+5| = |x-4|$ y $|2x+5| = |x-4|$

Para $x = -9$

$$|2(-9)+5| = |-9-4|$$
$$|-18+5| = |-13|$$
$$|-13| = |-13|$$
$$13 = 13$$

verdadero

Para $x = -\frac{1}{3}$

$$\left|2(-\frac{1}{3})+5\right| = \left|-\frac{1}{3}-4\right|$$
$$\left|-\frac{2}{3}+5\right| = \left|\frac{-1-12}{3}\right|$$
$$\left|\frac{-2+15}{3}\right| = \left|\frac{-13}{3}\right|$$
$$\left|\frac{13}{3}\right| = \left|-\frac{13}{3}\right|$$
$$\frac{13}{3} = \frac{13}{3}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

12. $|3x-10| = |2x-7|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(3x-10) = (2x-7)$ y $-(3x-10) = (2x-7)$

$$3x-10 = 2x-7$$
$$3x-2x = -7+10$$
$$x = 3$$

$$-3x+10) = 2x-7$$
$$-3x-2x = -7-10$$
$$-5x = -17$$
$$5x = 17$$
$$x = \frac{17}{5}$$

Tenemos una solución:

$$x = 3$$

$$x = \frac{17}{5}$$

Comprobación:

$|3x-10| = |2x-7|$ y $|3x-10| = |2x-7|$

Para $x = 3$

$$|3(3)-10| = |2(3)-7|$$
$$|9-10| = |6-7|$$
$$|-1| = |-1|$$
$$1 = 1$$

Verdadero

Para $x = \frac{17}{5}$

$$\left|3(\frac{17}{5})-10\right| = \left|2(\frac{17}{5})-7\right|$$
$$\left|\frac{51}{5}-10\right| = \left|\frac{34}{5}-7\right|$$
$$\left|\frac{51-50}{5}\right| = \left|\frac{34-35}{5}\right|$$
$$\left|\frac{1}{5}\right| = \left|-\frac{1}{5}\right|$$
$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

13. $\left|5+3x\right| = \left|-2x+7\right|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(5+3x) = (-2x+7)$ y $-(5+3x) = (-2x+7)$

$$5+3x = -2x+7$$
$$3x+2x = 7-5$$
$$5x = 2$$
$$x = \frac{2}{5}$$

$$-5-3x = -2x+7$$
$$-3x+2x = 7+5$$
$$-x = 12$$
$$x = -12$$

Tenemos dos soluciones:

$$x = \frac{2}{5}$$

$$x = -12$$

Comprobación:

$\left|5+3x\right| = \left|-2x+7\right|$ y $\left|5+3x\right| = \left|-2x+7\right|$

Para $x = \frac{2}{5}$

$$\left|5+3(\frac{2}{5})\right| = \left|-2(\frac{2}{5})+7\right|$$
$$\left|5+\frac{6}{5}\right| = \left|-\frac{4}{5}+7\right|$$
$$\left|\frac{25+6}{5}\right| = \left|\frac{-4+35}{5}\right|$$
$$\left|\frac{31}{5}\right| = \left|\frac{31}{5}\right|$$
$$\frac{31}{5} = \frac{31}{5}$$

Verdadero

Para $x = -12$

$$\left|5+3(-12)\right| = \left|-2(-12)+7\right|$$
$$\left|5-36\right| = \left|24+7\right|$$
$$\left|-31\right| = \left|31\right|$$
$$31 = 31$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

14. $|x| = |-x+5|$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) = (-x+5)$ y $-(x) = (-x+5)$

$$x = -x+5$$
$$x + x = 5$$
$$2x = 5$$
$$x = \frac{5}{2}$$

$$-x = -x+5$$
$$-x + x = 5$$
$$0 = 5$$
Falso

Tenemos una solución:

$$x = \frac{5}{2}$$

Comprobación:

Para $x = \frac{5}{2}$

$$|x| = |-x+5|$$

$$\left|\frac{5}{2}\right| = \left|-\frac{5}{2}+5\right|$$
$$\frac{5}{2} = \left|\frac{-5+10}{2}\right|$$
$$\frac{5}{2} = \left|\frac{5}{2}\right|$$
$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$
Verdadero

Para $x = 0$

$$|x| = |-x+5|$$
$$|0| = |-(0)+5|$$
$$0 = |5|$$
$$0 = 5$$
Falso

Para $x = 10$

$$|x| = |-x+5|$$

$|10| = |-10+5|$

$10 = |-5|$

$10 = 5$

Falso

Se demuestra que para cualquier valor que se le dé a la variable x diferente del valor de $\frac{5}{2}$; no hay solución en el conjunto de los número reales.

15. $|x| < 12$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) < 12$ y $-(x) < 12$

$+(x) < 12$

$x < 12$

$-(x) < 12$

$-x < 12$

$x > -12$

Tenemos dos soluciones:

$x < 12$

$x > -12$

Comprobación:

$|x| < 12$ y $|x| < 12$

Para $x = 12$

$|12| < 12$

$12 < 12$

Falso

Para $x - 12$

$|-12| < 12$

$12 < 12$

Falso

$|x| < 12$ y $|x| < 12$

Para $x = 10$

$|10| < 12$

$10 < 12$

Verdadero

Para $x = -10$

$|-10| < 12$

$10 < 12$

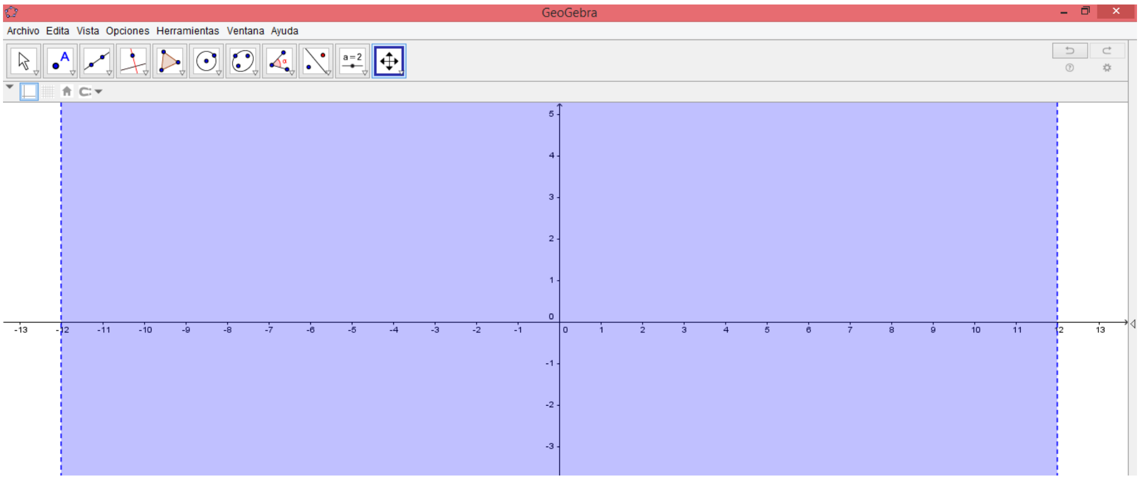
Verdadero

El conjunto solución del problema es el intervalo abierto:

$-12 < x < 12$ o también $(-12;12)$.

Demostración gráfica:

$$|x| < 12$$
$$x < 12$$
$$x > -12$$



La gráfica nos demuestra que la solución es el intervalo abierto:

$$-12 < x < 12$$
$$(-12;12)$$

Lo que queda demostrado.

16. $|x| > 80$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) > 80$ y $-(x) > 80$

$$+(x) > 80$$
$$x > 80$$

$$-(x) > 80$$
$$-x > 80$$
$$x < -80$$

Tenemos dos soluciones:

$$x > 80$$

$$x < -80$$

Comprobación:

$|x| > 80$ y $|x| > 80$

Para $x = 80$

$|80| > 80$

$80 > 80$

Falso

Para $x = -80$

$|-80| > 80$

$80 > 80$

Falso

$|x| > 80$ y $|x| > 80$

Para $x = 90$

$|90| > 80$

$90 > 80$

Verdadero

Para $x = -90$

$|-90| > 80$

$90 > 80$

Verdadero

$|x| > 80$ y $|x| > 80$

Para $x = 10$

$|10| > 80$

$10 > 80$

Falso

Para $x = -10$

$|-10| > 80$

$10 > 80$

Falso

El conjunto solución del problema son dos intervalos abiertos:

$-\infty < x < -80$ o también $(-\infty; -80)$.

$80 < x < \infty$ o también $(80; \infty)$.

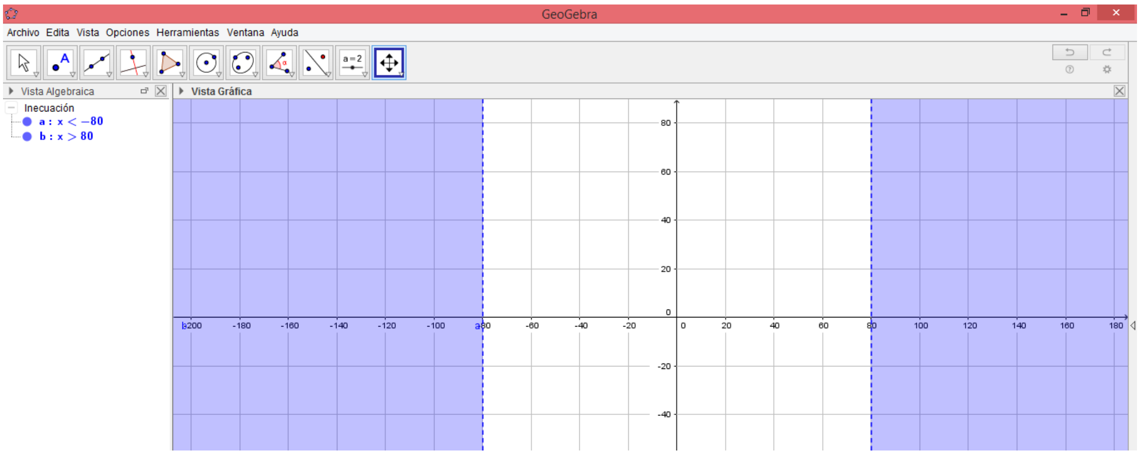
$$(-\infty; -80) \cup (80; \infty).$$

Demostración gráfica:

$|x| > 80$

$x > 80$

$x < -80$



La gráfica nos demuestra que hay dos intervalos abiertos de la solución al problema:

$$-\infty < x < -80 \qquad \text{y} \qquad 80 < x < \infty$$

$$(-\infty;-80) \qquad\qquad (80;\infty)$$

$$(-\infty;-80) \cup (80;\infty)$$

Lo que queda demostrado.

17. $|x| > -2$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) > -2$ y $-(x) > -2$

$$-(x) > -2$$

$$+(x) > -2 \qquad -x > -2$$

$$x > -2 \qquad x < 2$$

Tenemos dos soluciones:

$x > -2$

$x < 2$

Hay un intervalo abierto de la solución al problema:

$-2 < x < 2$

$(-2;-2)$

Comprobación:

$|x| > -2$ y $|x| > -2$

Para $x > -2$

$x = -1$

$|-1| > -2$

$1 > -2$

Verdadero

Para $x < 2$

$x = 1$

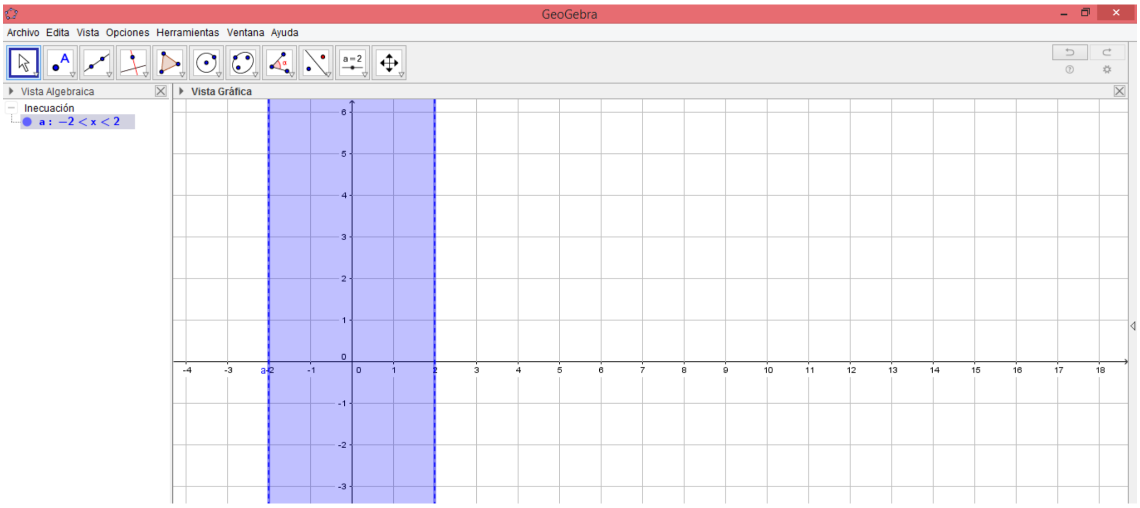
$|1| > -2$

$1 > -2$

Verdadero

Demostración gráfica:

$$|x| > -2$$
$$x > -2$$
$$x < 2$$



La gráfica nos demuestra que hay un intervalo abierto de la solución al problema:

$$-2 < x < 2$$
$$(-2;-2)$$

Lo que queda demostrado.

18. $|x| < 8$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) < 8$ y $-(x) < 8$

$$+(x) < 8$$
$$x < 8$$

$$-(x) < 8$$
$$-x < 8$$
$$x > -8$$

Tenemos dos soluciones:

$x < 8$

$x > -8$

Comprobación:

$|x| < 8$ y $|x| < 8$

Para $x = 8$

$|8| < 8$

$8 < 8$

Falso

Para $x = -8$

$|-8| < 8$

$8 < 8$

Falso

$|x| < 8$ y $|x| < 8$

Para $x = 6$

$|6| < 8$

$6 < 8$

Verdadero

Para $x = -6$

$|-6| < 8$

$6 < 8$

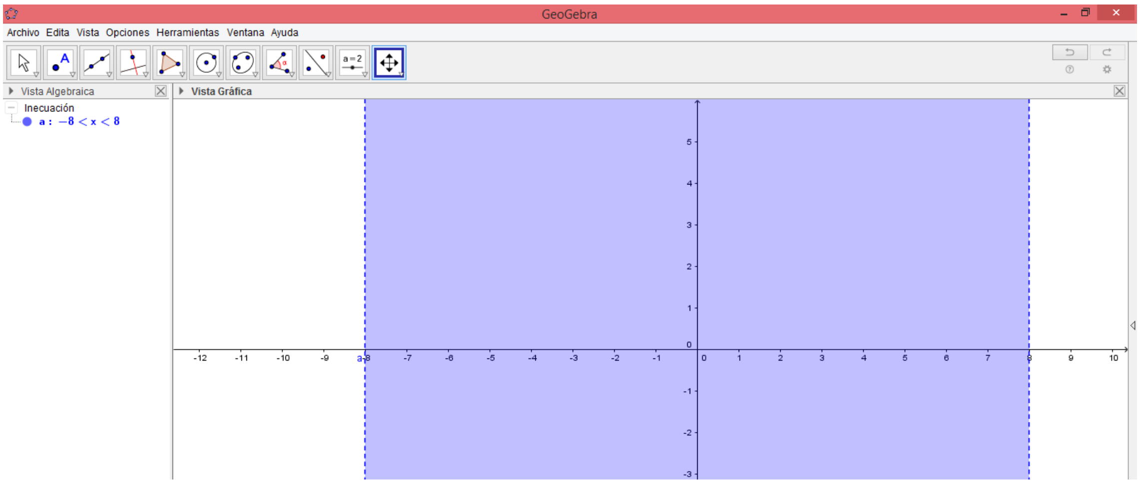
Verdadero

El conjunto solución del problema es el intervalo abierto:

$-8 < x < 8$ o también $(-8;8)$.

Demostración gráfica:

$$|x| < 8$$
$$x < 8$$
$$x > -8$$



La gráfica nos demuestra que la solución es el intervalo abierto:

$$-8 < x < 8$$
$$(-8;8)$$

Lo que queda demostrado.

19. $|x| \leq 3$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x) \leq 3$ y $-(x) \leq 3$

$x \leq 3$

$-x \leq 3$
$x \geq -3$

Tenemos dos soluciones:

$x \leq 3$

$x \geq -3$

Comprobación:

$|x| \leq 3$ y $|x| \leq 3$

Para $x = 3$
$|3| \leq 3$
$3 \leq 3$
Verdadero

Para $x = -3$
$|-3| \leq 3$
$3 \leq 3$
Verdadero

$|x| \leq 3$ y $|x| \leq 3$

Para $x=1$ | Para $x=-2$

$|1| \leq 3$ | $|-2| \leq 3$

$1 \leq 3$ | $2 \leq 3$

Verdadero | *Verdadero*

$|x| \leq 3$ y $|x| \leq 3$

Para $x=4$ | Para $x=-4$

$|4| \leq 3$ | $|-4| \leq 3$

$4 \leq 3$ | $4 \leq 3$

Falso | *Falso*

El conjunto solución del problema es el intervalo cerrado:

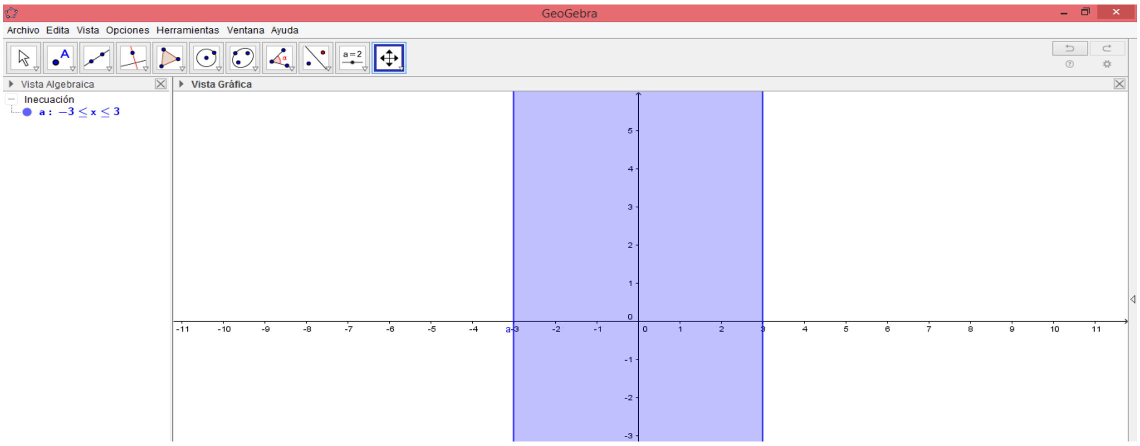
$-3 \leq x \leq 3$ o también $[-3;3]$.

Demostración gráfica:

$|x| \leq 3$

$x \leq 3$

$x \geq -3$



La gráfica nos demuestra que la solución es el intervalo cerrado:

$$-3 \leq x \leq 3 \text{ o } [-3;3]$$

Lo que queda demostrado.

20. $|2x| \geq -20$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(2x) \geq -20$ y $-(2x) \geq -20$

$+(2x) \geq -20$
$2x \geq -20$
$x \geq -\frac{20}{2}$
$x \geq -10$

$-(2x) \geq -20$
$-2x \geq -20$
$-x \geq -20$
$x \leq 20$

Tenemos dos soluciones:
$x \geq -10$

$x \leq 20$

Hay un intervalo cerrado de la solución al problema:

$-10 \leq x \leq 10$
$[-10;10]$

Comprobación:

$|2x| \geq -20$ y $|2x| \geq -20$

Para $x = 10$

$|2(10)| \geq -20$
$|20| \geq -20$
$20 \geq -20$
Verdadero

Para $x = -10$

$|2(-10)| \geq -20$
$|-20| \geq -20$
$20 \geq -20$
Verdadero

$|2x| \geq -20$ y $|2x| \geq -20$

Para $x = 5$

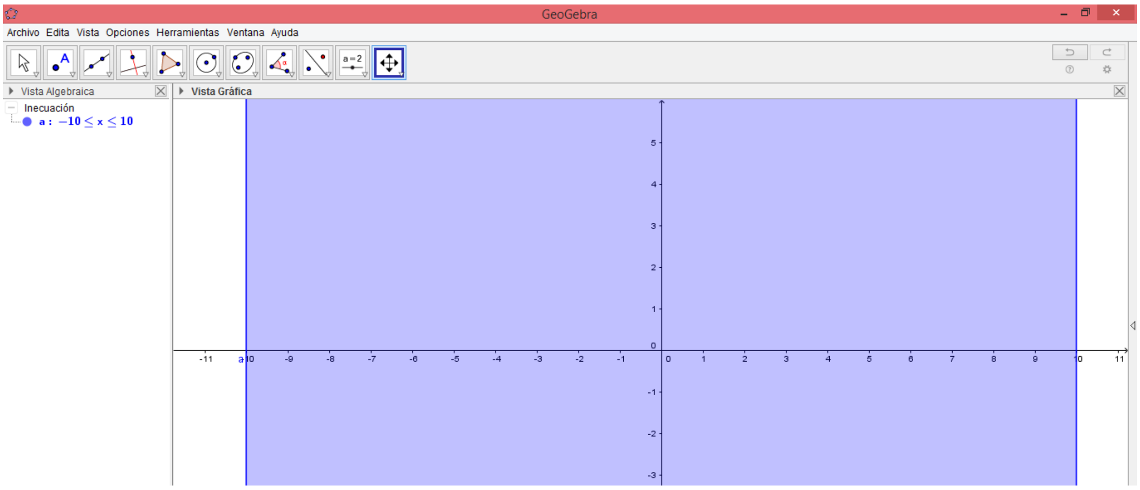
$|2(5)| \geq -20$
$|10| \geq -20$
$10 \geq -20$
Verdadero

Para $x = -5$

$|2(-5)| \geq -20$
$|-10| \geq -20$
$10 \geq -20$
Verdadero

Demostración gráfica:

$|2x| \geq -20$
$x \geq -10$
$x \leq 10$



La gráfica nos demuestra que hay un intervalo cerrado de la solución al problema:

$$-10 \le x \le 10$$
$$[-10;10]$$

Lo que queda demostrado.

21. $|x-5| < 100$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x-5) < 100$ y $-(x-5) < 100$

$x - 5 < 100$

$x < 100 + 5$

$x < 105$

$-x + 5 < 100$

$-x < 100 - 5$

$-x < 95$

$x > -95$

Tenemos dos soluciones:

$x < 105$
$x > -95$

Hay un intervalo abierto de la solución al problema:

$$-95 < x < 105$$
$$(-95;105)$$

Comprobación:

$|x-5| < 100$ y $|x-5| < 100$

Para $x = -95$ Para $x = 105$

$$|-95-5|<100$$
$$|-100|<100$$
$$100<100$$
$Falso$

$$|105-5|<100$$
$$|100|<100$$
$$100<100$$
$Falso$

$|x-5|<100$ y $|x-5|<100$

Para $x=-90$
$$|-90-5|<100$$
$$|-95|<100$$
$$95<100$$
$Verdadero$

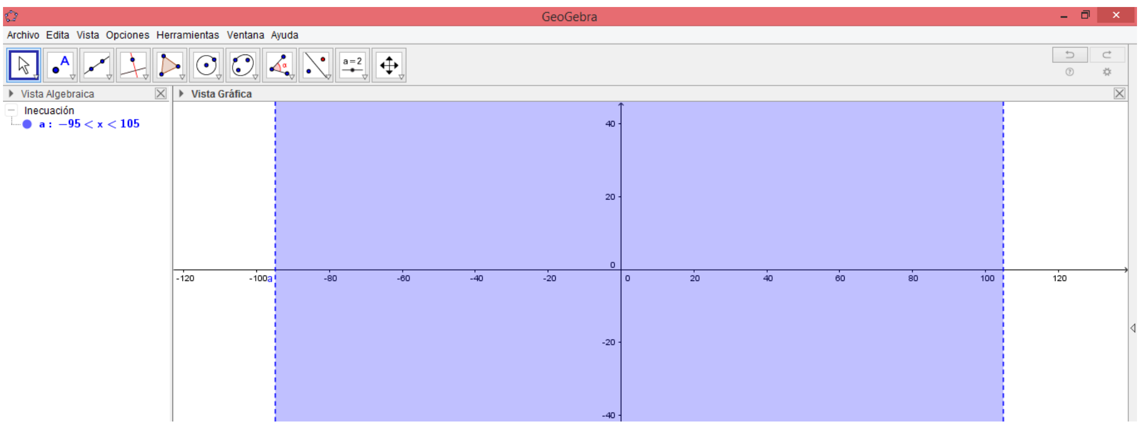
Para $x=100$
$$|100-5|<100$$
$$|95|<100$$
$$95<100$$
$Verdadero$

El conjunto solución del problema es el intervalo abierto:

$-95<x<105$ o también $(-95;105)$.

Demostración gráfica:

$$|x-5|<100$$
$$x<105$$
$$x>-95$$



La gráfica nos demuestra que la solución es el intervalo abierto:

$$-95<x<105$$
$$(-95;105)$$

Lo que queda demostrado.

22. $|4-2x|<2$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(4-2x)<2$ y $-(4-2x)<2$

$4-2x<2$

$-2x<2-4$

$-2x<-2$

$-x<-\frac{2}{2}$

$-x<-1$

$x>1$

$-4+2x<2$

$2x<2+4$

$2x<6$

$x<\frac{6}{2}$

$x<3$

Tenemos dos soluciones:

$x>1$
$x<3$

Hay un intervalo abierto de la solución al problema:

$$1<x<3$$
$$(1;3)$$

Comprobación:

$|4-2x|<2$ y $|4-2x|<2$

Para $x=1$

$|4-2(1)|<2$

$|4-2|<2$

$|2|<2$

$2<2$

Falso

Para $x=3$

$|4-2(3)|<2$

$|4-6|<2$

$|-2|<2$

$2<2$

Falso

$|4-2x|<2$ y $|4-2x|<2$

Para $x=2$

$|4-2(2)|<2$

$|4-4|<2$

$|0|<2$

$0<2$

Verdadero

Para $x=0$

$|4-2(0)|<2$

$|4-0|<2$

$|4|<2$

$4<2$

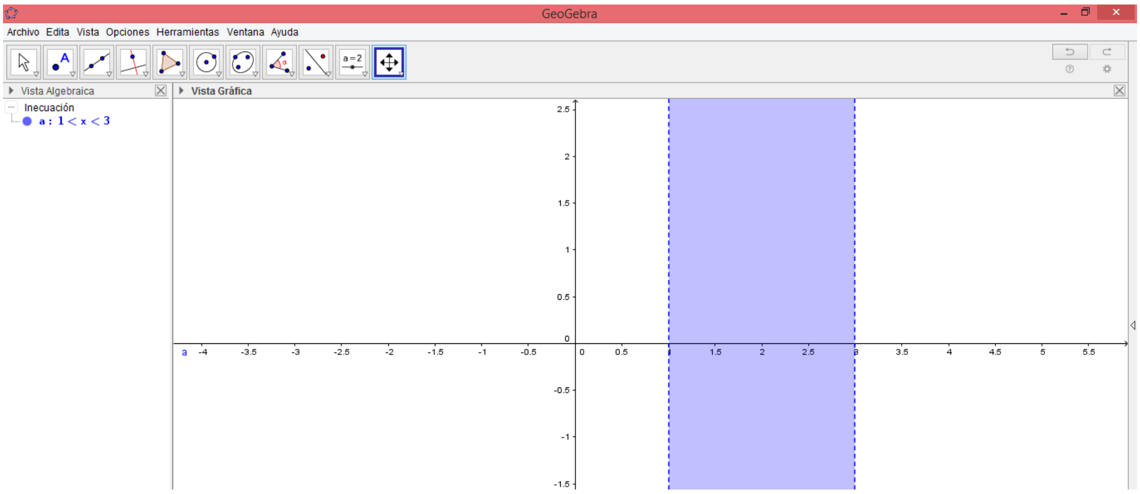
Falso

El conjunto solución del problema es el intervalo abierto:

$1 < x < 3$ o también $(1;3)$.

Demostración gráfica:

$$|4-2x| < 2$$
$$x > 1$$
$$x < 3$$



La gráfica nos demuestra que la solución es el intervalo abierto:

$$1 < x < 3$$
$$(1;3)$$

Lo que queda demostrado.

23. $|2x-3| > 15$

Solución:

Existen dos opciones de solución

$+(2x-3) > 15$ y $-(2x-3) > 15$

$$2x-3 > 15$$
$$2x > 15+3$$
$$2x > 18$$
$$x > \frac{18}{2}$$
$$x > 9$$

$$-2x+3 > 15$$
$$-2x > 15-3$$
$$-2x > 12$$
$$-x > \frac{12}{2}$$
$$-x > 6$$
$$x < -6$$

Tenemos dos soluciones:

$x > 9$

$x < -6$

Hay dos intervalos abierto de la solución al problema:

$-\infty < x < -6$
$9 < x < \infty$

$$(-\infty;-6) \cup (9;\infty)$$

Comprobación:

$|2x-3| > 15$ y $|2x-3| > 15$

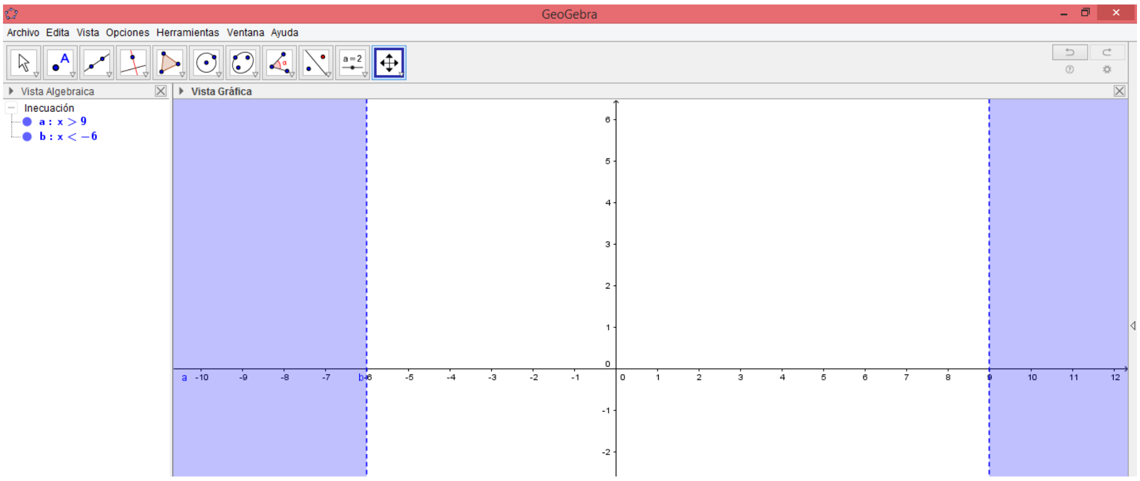
Para $x = -6$	Para $x = 9$
$\|2(-6)-3\| > 15$	$\|2(9)-3\| > 15$
$\|-12-3\| > 15$	$\|18-3\| > 15$
$\|-15\| > 15$	$\|15\| > 15$
$15 > 15$	$15 > 15$
Falso	*Falso*

$|2x-3| > 15$ y $|2x-3| > 15$

Para $x = -8$	Para $x = 10$
$\|2(-8)-3\| > 15$	$\|2(10)-3\| > 15$
$\|-16-3\| > 15$	$\|20-3\| > 15$
$\|-19\| > 15$	$\|17\| > 15$
$19 > 15$	$17 > 15$
Verdadero	*Verdadero*

Demostración gráfica:

$|2x-3| > 15$
$x > 9$
$x < -6$



La gráfica nos demuestra que hay dos intervalos abiertos de la solución al problema:

$$-\infty < x < -6 \qquad\qquad 9 < x < \infty$$

$$(-\infty;-6) \cup (9;\infty)$$

Lo que queda demostrado.

24. $|3x-8| > 7$

Solución:

Existen dos opciones de solución

$+(3x-8) > 7$	y	$-(3x-8) > 7$
$3x-8 > 7$		$-3x+8) > 7$
$3x > 7+8$		$-3x > 7-8$
$3x > 15$		$-3x > -1$
$x > \frac{15}{3}$		$-x > -\frac{1}{3}$
$x > 5$		$x < \frac{1}{3}$

Tenemos dos soluciones:

$x > 5$

$x < \frac{1}{3}$

Hay dos intervalos abierto de la solución al problema:

$$-\infty < x < \frac{1}{3}$$

$5 < x < \infty$

$$(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (5; \infty)$$

Comprobación:

$|3x-8| > 7$ y $|3x-8| > 7$

Para $x = \frac{1}{3}$

$\left|3(\frac{1}{3}) - 8\right| > 7$

$\left|\frac{3}{3} - 8\right| > 7$

$|1-8| > 7$

$|-7| > 7$

$7 > 7$

Falso

Para $x = 5$

$|3(5) - 8| > 7$

$|15-8| > 7$

$|7| > 7$

$7 > 7$

Falso

$|3x-8| > 7$ y $|3x-8| > 7$

Para $x = 0$

$|3(0) - 8| > 7$

$|0-8| > 7$

$|-8| > 7$

$8 > 7$

Verdadero

Para $x = 6$

$|3(6) - 8| > 7$

$|18-8| > 7$

$|10| > 7$

$10 > 7$

Verdadero

Para $x = 2$

$|3(2) - 8| > 7$

$|6-8| > 7$

$|-2| > 7$

$2 > 7$

Falso

Para $x = 4$

$|3(4) - 8| > 7$

$|12-8| > 7$

$|4| > 7$

$4 > 7$

Falso

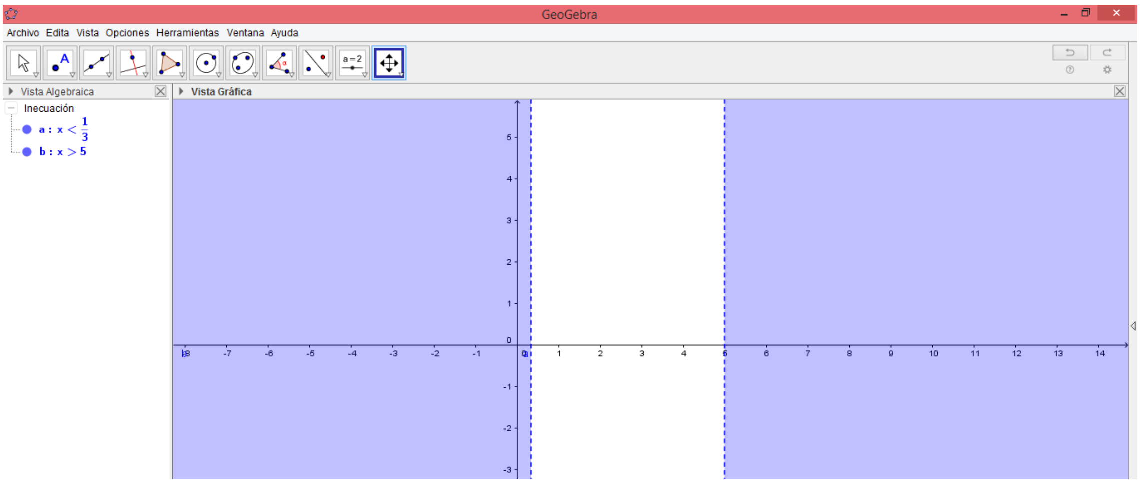
Demostración gráfica:

$|3x-8| > 7$

$x > 5$

$x < \frac{1}{3}$

La gráfica nos demuestra que hay dos intervalos abiertos de la solución al problema:



$-\infty < x < \frac{1}{3}$ $\qquad\qquad$ $5 < x < \infty$

$$(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (5; \infty)$$

Lo que queda demostrado.

25. $|y+1| \leq -9$

Solución:

No hay solución.
El valor absoluto de un número siempre da como resultadoun número positivo y nunca llegará a ser igual o menor a menos nueve (≤ -9) .

26. $|y+1| \leq -9$

Solución:

No hay solución.

El valor absoluto de un número siempre da como resultadoun número positivo y nunca llegará a ser igual o menor a menos nueve (≤ -9) .

27. $\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(\frac{t}{2}) \geq 12$ y $-(\frac{t}{2}) \geq 12$

$\frac{t}{2} \geq 12$	$-\frac{t}{2} \geq 12$
$t \geq (12)(2)$	$-t \geq (12)(2)$
$t \geq 24$	$-t \geq 24$
	$t \leq -24$

Tenemos dos soluciones:

$t \geq 24$

$t \leq -24$

Hay dos intervalos cerrados de la solución al problema:

$-\infty \leq t \leq -24$ o $(-\infty;-24]$

$24 \leq t \leq \infty$ o $[24;\infty$

$$(-\infty;-24] \cup [24;\infty)$$

Comprobación:

$\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$ y $\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$

Para $t = 24$	Para $t = -24$
$\left|\frac{24}{2}\right| \geq 12$	$\left|\frac{-24}{2}\right| \geq 12$
$\lvert 12 \rvert \geq 12$	$\lvert -12 \rvert \geq 12$
$12 \geq 12$	$12 \geq 12$
Verdadero	*Verdadero*

$\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$ y $\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$

Para $t = 30$ Para $t = -30$

$$\left|\frac{30}{2}\right| \geq 12$$
$$15 \geq 12$$
$$\textit{Verdadero}$$

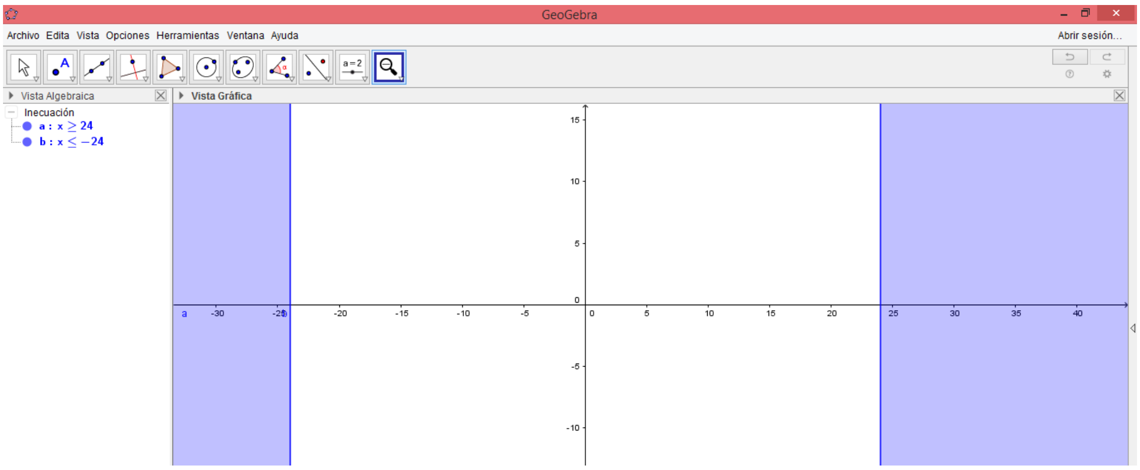
$$\left|\frac{-30}{2}\right| \geq 12$$
$$\left|-15\right| \geq 12$$
$$15 \geq 12$$
$$\textit{Verdadero}$$

Demostración gráfica:

Para la demostración gráfica el programa Geogebra se maneja con las variables denominadas con la letra *"x".*

Luego tenemos que:

$$\left|\frac{t}{2}\right| \geq 12$$
$$x = t \geq 24$$
$$x = t \leq -24$$



La gráfica nos demuestra que hay dos intervalos cerrados de la solución al problema:

$-\infty \leq t \leq -24$ o $(-\infty;-24]$

$24 \leq t \leq \infty$ o $[24;\infty$

$$(-\infty;-24] \cup [24;\infty)$$

Lo que queda demostrado.

28. $|y-5| \geq 3$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(y-5) \geq 3$ y $-(y-5) \geq 3$

$y-5 \geq 3$

$y \geq 3+5$

$y \geq 8$

$-y+5 \geq 3$

$-y \geq 3-5$

$-y \geq -2$

$y \leq 2$

Tenemos dos soluciones:

$y \geq 8$

$y \leq 2$

Hay dos intervalos cerrados de la solución al problema:

$-\infty \leq y \leq 2$ o $(-\infty;2]$

$8 \leq y \leq \infty$ o $[8;\infty)$

$(-\infty;2] \cup [8;\infty)$

Comprobación:

$|y-5| \geq 3$ y $|y-5| \geq 3$

Para $y=2$ Para $y=8$

$|2-5| \geq 3$ $|8-5| \geq 3$

$|-3| \geq 3$ $|3| \geq 3$

$3 \geq 3$ $3 \geq 3$

Verdadero *Verdadero*

$|y-5| \geq 3$ y $|y-5| \geq 3$

Para $y=3$ Para $y=7$

$|3-5| \geq 3$ $|7-5| \geq 3$

$|-2| \geq 3$ $|2| \geq 3$

$2 \geq 3$ $2 \geq 3$

Falso *Falso*

$|y-5| \geq 3$ y $|y-5| \geq 3$

Para $y = 0$

$$|0-5| \geq 3$$
$$|-5| \geq 3$$
$$5 \geq 3$$

Verdadero

Para $y = 10$

$$|10-5| \geq 3$$
$$|-5| \geq 3$$
$$5 \geq 3$$

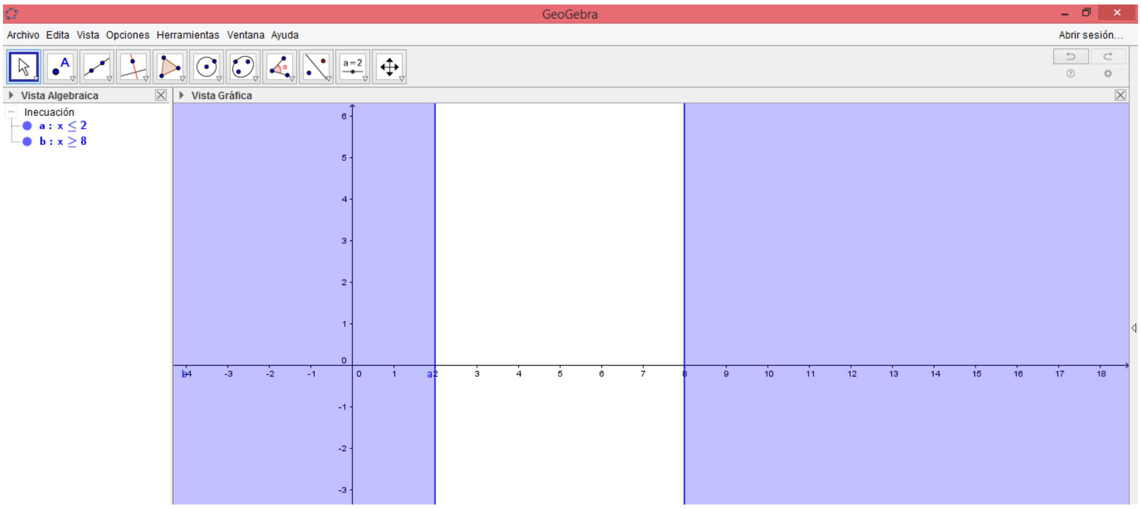
Verdadero

Demostración gráfica:

Para la demostración gráfica el programa Geogebra se maneja con la variable denominada con la letra *"x".*

Luego tenemos que:

$$|y-5| \geq 3$$
$$x = y \geq 8$$
$$x = y \leq 2$$



La gráfica nos demuestra que hay dos intervalos cerrados de la solución al problema:

$-\infty \leq y \leq 2$ o $(-\infty;2]$

$8 \leq y \leq \infty$ o $[8;\infty)$

$$(-\infty;2] \cup [8;\infty)$$

Lo que queda demostrado.

29. $\left|x^2-2\right|\geq 2$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x^2-2)\geq 2$ y $-(x^2-2)\geq 2$

$x^2-2\geq 2$

$x^2\geq 2+2$

$x^2\geq 4$

$\sqrt{x^2}\geq\sqrt{4}$

$x\geq\pm 2$

$-x^2+2\geq 2$

$-x^2\geq 2-2$

$-x^2\geq 0$

$x^2\leq 0$

$\sqrt{x^2}\leq 0$

$x\leq 0$

Tenemos dos soluciones:

$x\geq 2$

$x\geq -2$

Hay un intervalo cerrado de la solución al problema:

$-2\leq x\leq\infty$ o

$[-2;\infty)$

Comprobación:

$\left|x^2-2\right|\geq 2$ y $\left|x^2-2\right|\geq 2$

Para $x=2$

$\left|(2)^2-2\right|\geq 2$

$\left|4-2\right|\geq 2$

$\left|2\right|\geq 2$

$2\geq 2$

Verdadero

Para $x=5$

$\left|(5)^2-2\right|\geq 2$

$\left|25-2\right|\geq 2$

$\left|23\right|\geq 2$

$23\geq 2$

Verdadero

$\left|x^2-2\right|\geq 2$ y $\left|x^2-2\right|\geq 2$

Para $x=-2$

$\left|(-2)^2-2\right|\geq 2$

$\left|4-2\right|\geq 2$

$\left|2\right|\geq 2$

$2\geq 2$

Verdadero

Para $x=0$

$\left|(0)^2-2\right|\geq 2$

$\left|-2\right|\geq 2$

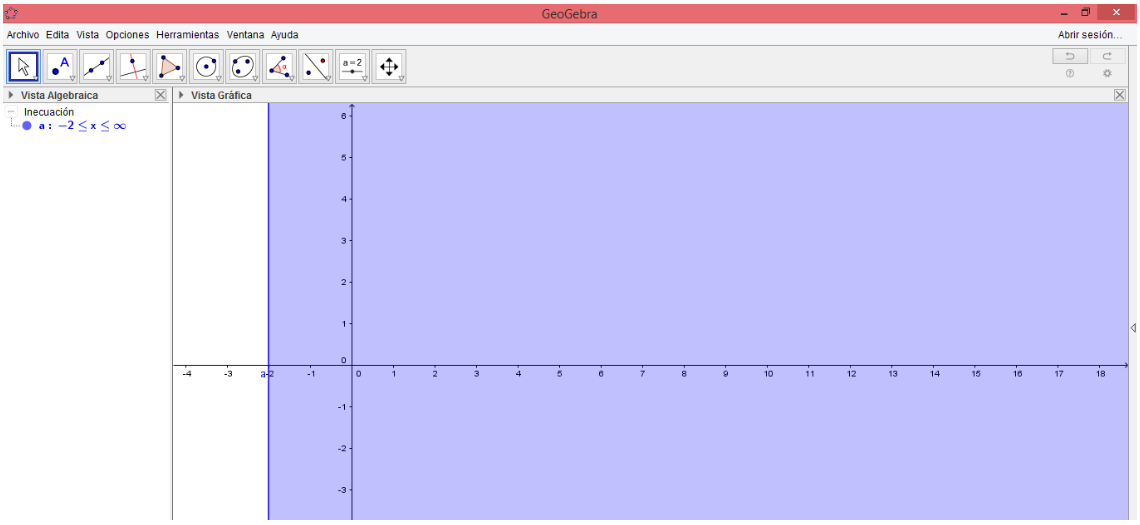
$2\geq 2$

Verdadero

Demostración gráfica:

$$\left|x^2-2\right| \geq 2$$

$$-2 \leq x \leq \infty$$



La gráfica nos demuestra que hay un intervalo cerrado de la solución al problema:

$$-2 \leq x \leq \infty$$

$$[-2;\infty)$$

Lo que queda demostrado.

30. $\left|x^2-8\right| \leq 8$

Solución:

Existen dos opciones de solución:

$+(x^2-8) \leq 8$ y $-(x^2-8) \leq 8$

$$x^2-8 \leq 8$$

$$x^2 \leq 8+8$$

$$x^2 \leq 16$$

$$\sqrt{x^2} \leq \sqrt{16}$$

$$x \leq \pm 4$$

$$-x^2+8 \leq 8$$

$$-x^2 \leq 8-8$$

$$-x^2 \leq 0$$

$$x^2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2} \geq 0$$

$$x \geq 0$$

Tenemos dos soluciones:

$$x \leq \pm 4$$

$$x \geq 0$$

Hay un intervalo cerrado de la solución al problema:

$-\infty \leq x \leq 4$ o $(-\infty;4]$

Comprobación:

$|x^2 - 8| \leq 8$ y $|x^2 - 8| \leq 8$

Para $x = 4$

$|(4)^2 - 8| \leq 8$

$|16 - 8| \leq 8$

$|8| \leq 8$

$8 \leq 8$

Verdadero

Para $x = -4$

$|(-4)^2 - 8| \leq 8$

$|16 - 8| \leq 8$

$|8| \leq 8$

$8 \leq 8$

Verdadero

$|x^2 - 8| \leq 8$ y $|x^2 - 8| \leq 8$

Para $x = 0$

$|(0)^2 - 8| \leq 8$

$|-8| \leq 8$

$8 \leq 8$

Verdadero

Para $x = 5$

$|(5)^2 - 8| \leq 8$

$|25 - 8| \leq 8$

$|17| \leq 8$

$17 \leq 8$

Falso

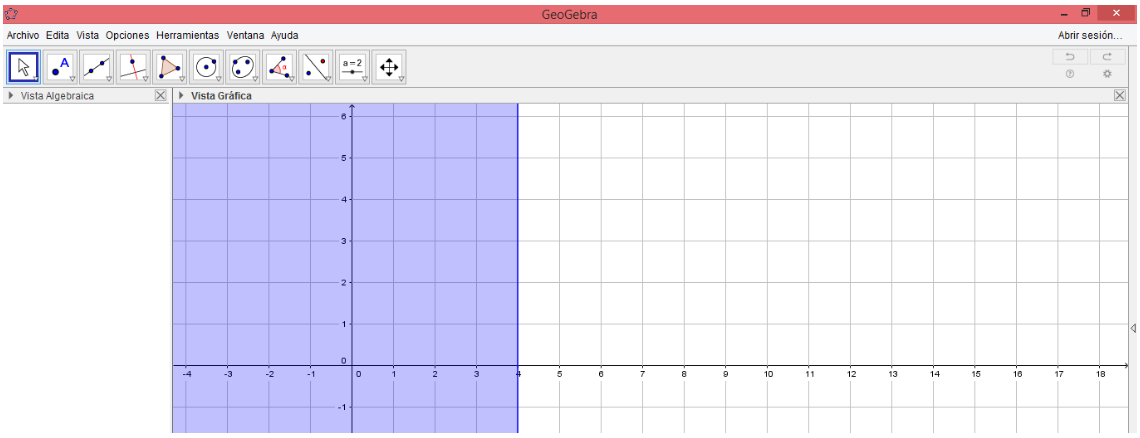
Lo que queda demostrado.

Demostración gráfica:

$|x^2 - 8| \leq 8$

$-\infty \leq x \leq 4$

$x \leq 4$



La gráfica nos demuestra que hay un intervalo cerrado de la solución al problema:
$-\infty \leq x \leq 4$ o $(-\infty;4]$

1.5 SISTEMA DE COORDENADAS RECTANGULARES

Ejercicio de práctica

Encuentre el punto medio del segmento qur une $(4;12)$ y $(-2;-18)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 4$ $\quad$ $y_1 = 12$

$x_2 = -2$ $\quad$ $y_2 = -18$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{4-2}{2}; \frac{12-18}{2})$$

$$M = (\frac{2}{2}; \frac{-6}{2})$$

$$M = (1;-3)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 1$

$y = -3$

Ejercicio de práctica

Determine la distancia que separa a $(4;-2)$ y $(-3;6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 4$ $\quad$ $y_1 = -2$ $\quad$ $A(4;-2)$

$x_2 = -3$ $\quad$ $y_2 = 6$ $\quad$ $B(-3;6)$

$d(AB) = \sqrt{(-3-4)^2 + [6-(-2)]^2} = \sqrt{(-7)^2 + (6+2)^2} = \sqrt{49 + (8)^2}$

$d(AB) = \sqrt{49 + 64} = \sqrt{113}$

$d(AB) = \pm 10.63$

SECCIÓN 1.5:EJERCICIOS DE SEGUIMIENTO

Encuentre el punto medio del segmento de línea que une los siguientes puntos:

1. $(-1;3)$ y $(4;5)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = -1$ $\qquad$ $y_1 = 3$

$x_2 = 4$ $\qquad$ $y_2 = 5$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{-1+4}{2}; \frac{3+5}{2})$$

$$M = (\frac{3}{2}; \frac{8}{2})$$

$$M = (1.5;4)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 1.5$

$y = 4$

2. $(7;-2)$ y $(3;6)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 7$ $\quad$ $y_1 = -2$

$x_2 = 3$ $\quad$ $y_2 = 6$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{7+3}{2}; \frac{-2+6}{2})$$

$$M = (\frac{10}{2}; \frac{4}{2})$$

$$M = (5;2)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 5$

$y = 2$

3. $(10;4)$ y $(5;-8)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 10$ $\quad$ $y_1 = 4$

$x_2 = 5$ $\quad$ $y_2 = -8$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{10+5}{2}; \frac{4-8}{2})$$

$$M = (\frac{15}{2}; \frac{-4}{2})$$

$$M = (7.5; -2)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 7.5$

$y = -2$

4. $(-1;-3)$ y $(2;15)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1=-1$ $y_1=-3$

$x_2=2$ $y_2=15$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M=(\frac{-1+2}{2};\frac{-3+15}{2})$$

$$M=(\frac{1}{2};\frac{12}{2})$$

$$M=(0.5;6)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x=0.5$

$y=6$

5. $(20;40)$ y $(-5;10)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1=20$ $y_1=40$

$x_2=-5$ $y_2=10$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M=(\frac{20-5}{2};\frac{40+10}{2})$$

$$M=(\frac{15}{2};\frac{50}{2})$$

$$M=(7.5;25)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 7.5$
$y = 25$

6. $(5;24)$ y $(-1;-8)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 5$ $\quad$ $y_1 = 24$

$x_2 = -1$ $\quad$ $y_2 = -8$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{5-1}{2}; \frac{24-8}{2})$$

$$M = (\frac{4}{2}; \frac{16}{2})$$

$$M = (2;8)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 2$
$y = 8$

7. $(0;-6)$ y $(-4;24)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 0$ $\qquad$ $y_1 = -6$

$x_2 = -4$ $\qquad$ $y_2 = 24$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{0-4}{2}; \frac{-6+24}{2})$$

$$M = (\frac{-4}{2}; \frac{18}{2})$$

$$M = (-2;9)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = -2$

$y = 9$

8. $(-4;2)$ y $(6;-16)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = -4$ $\qquad$ $y_1 = 2$

$x_2 = 6$ $\qquad$ $y_2 = -16$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{-4+6}{2}; \frac{2-16}{2})$$

$$M = (\frac{2}{2}; \frac{-14}{2})$$

$$M = (1;-7)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 1$

$y = -7$

9. $(5;0)$ y $(7;-16)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 5$ $\quad$ $y_1 = 0$

$x_2 = 7$ $\quad$ $y_2 = -16$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{5+7}{2}; \frac{0-16}{2})$$

$$M = (\frac{12}{2}; \frac{-16}{2})$$

$$M = (6; -8)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 6$

$y = -8$

10. $(3; -2)$ y $(-1; 12)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 3$ $\quad$ $y_1 = -2$

$x_2 = -1$ $\quad$ $y_2 = 12$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{3-1}{2}; \frac{-2+12}{2})$$

$$M = (\frac{2}{2}; \frac{10}{2})$$

$$M = (1; 5)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 1$
$y = 5$

11. $(6;3)$ y $(9;-9)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 6$ $\quad$ $y_1 = 3$
$x_2 = 9$ $\quad$ $y_2 = -9$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{6+9}{2}; \frac{3-9}{2})$$
$$M = (\frac{15}{2}; \frac{-6}{2})$$
$$M = (7.5;-)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 7.5$
$y = -3$

12. $(0;4)$ y $(4;0)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 0$ $\qquad$ $y_1 = 4$

$x_2 = 4$ $\qquad$ $y_2 = 0$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{0+4}{2};\frac{4+0}{2})$$

$$M = (\frac{4}{2};\frac{4}{2})$$

$$M = (2;2)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 2$

$y = 2$

13. $(-2;-4)$ y $(2;4)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 2$ $\qquad$ $y_1 = -4$

$x_2 = 2$ $\qquad$ $y_2 = 4$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{-2+2}{2};\frac{-4+4}{2})$$

$$M = (\frac{0}{2};\frac{0}{2})$$

$$M = (0;0)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 0$

$y = 0$

14. $(5;5)$ y $(-2;-2)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 5$ $\qquad$ $y_1 = 5$

$x_2 = -2$ $\qquad$ $y_2 = -2$

Por lo tanto, el punto medio:

$$M = (\frac{5-2}{2};\frac{5-2}{2})$$

$$M = (\frac{3}{2};\frac{3}{2})$$

$$M = (1.5;1.5)$$

Conclusión:

El punto medio tiene las coordenadas:

$x = 1.5$

$y = 1.5$

ENCUENTRE LA DISTANCIA QUE SEPARA LOS SIGUIENTES PUNTOS

15. $(-4;-6)$ y $(0;0)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = -4$ $\qquad$ $y_1 = -6$ $\qquad$ $A(-4;-6)$

$x_2 = 0$ $\qquad$ $y_2 = 0$ $\qquad$ $B(0;0)$

$d(AB) = \sqrt{[0-(-4)]^2 + [0-(-6)]^2} = \sqrt{(4)^2 + (6)^2} = \sqrt{16+36}$
$d(AB) = \sqrt{52}$
$d(AB) = 7.25$

Conclusión:

$d(AB) = 7.25$

16. $(2;6)$ y $(6;9)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 2$	$y_1 = 6$	$A(2;6)$
$x_2 = 6$	$y_2 = 9$	$B(6;9)$

$d(AB) = \sqrt{[6-2]^2 + [9-6]^2} = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9}$
$d(AB) = \sqrt{25}$
$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

17. $(0;0)$ y $(-3;-4)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 0$ $\quad y_1 = 0$ $\quad A(0;0)$
$x_2 = -3$ $\quad y_2 = -4$ $\quad B(-3;-4)$

$d(AB) = \sqrt{[-3+0]^2 + [-4+0]^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16}$
$d(AB) = \sqrt{25}$
$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

18. $(-4;-3)$ y $(4;3)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = -4$ $\quad y_1 = -3$ $\quad A(-4;-3)$
$x_2 = 4$ $\quad y_2 = 3$ $\quad B(4;3)$

$d(AB) = \sqrt{[4-(-4)]^2 + [3-(-3)]^2} = \sqrt{(4+4)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$
$d(AB) = \sqrt{64+36} = \sqrt{100}$
$d(AB) = 10$

Conclusión:

$d(AB) = 10$

19. $(3;-4)$ y $(-3;5)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 3$ $\qquad y_1 = -4$ $\qquad A(3;-4)$

$x_2 = -3$ $\qquad y_2 = 5$ $\qquad B(-3;5)$

$$d(AB) = \sqrt{[-3-3]^2 + [5-(-4)]^2} = \sqrt{(-6)^2 + (5+4)^2} = \sqrt{36 + (9)^2}$$
$$d(AB) = \sqrt{36+81} = \sqrt{117}$$
$$d(AB) = 10.82$$

Conclusión:

$$d(AB) = 10.82$$

20. $(10;5)$ y $(20;10)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 10$ $\qquad y_1 = 5$ $\qquad A(10;5)$

$x_2 = 20$ $\qquad y_2 = 10$ $\qquad B(20;10)$

$$d(AB) = \sqrt{[20-10]^2 + [10-5]^2} = \sqrt{(10)^2 + (5)^2} = \sqrt{100+25}$$
$$d(AB) = \sqrt{125}$$
$$d(AB) = 11.18$$

Conclusión:

$$d(AB) = 11.18$$

21. $(-4;-2)$ y $(6;10)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = -4$ $y_1 = -2$ $A(-4;-2)$

$x_2 = 6$ $y_2 = 10$ $B(6;10)$

$d(AB) = \sqrt{[6-(-4)]^2 + [10-(-2)]^2} = \sqrt{(6+4)^2 + (10+2)^2} = \sqrt{(10)^2 + (12)^2}$

$d(AB) = \sqrt{100+144} = \sqrt{244} = 15.62$

$d(AB) = 15.62$

Conclusión:

$d(AB) = 15.62$

22. $(3;12)$ y $(0;8)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 3$ $y_1 = 12$ $A(3;12)$

$x_2 = 0$ $y_2 = 8$ $B(0;8)$

$d(AB) = \sqrt{[0-3]^2 + [8-12]^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16}$

$d(AB) = \sqrt{25} = 5$

$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

23. $(8;0)$ y $(0;-6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 8$ $\quad y_1 = 0$ $\quad A(8;0)$

$x_2 = 0$ $\quad y_2 = -6$ $\quad B(0;-6)$

$d(AB) = \sqrt{[0-8]^2 + [-6-0]^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36}$

$d(AB) = \sqrt{100} = 10$

$d(AB) = 10$

Conclusión:

$d(AB) = 10$

24. $(5;1)$ y $(1;4)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 5$ $\quad y_1 = 1$ $\quad A(5;1)$

$x_2 = 1$ $\quad y_2 = 4$ $\quad B(1;4)$

$d(AB) = \sqrt{[1-5]^2 + [4-1]^2} = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9}$

$d(AB) = \sqrt{25} = 5$

$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

25. $(2;4)$ y $(1;0)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 2$ $\quad y_1 = 4$ $\quad A(-2;4)$

$x_2 = 1$ $\quad y_2 = 0$ $\quad B(1;0)$

$d(AB) = \sqrt{[1-(-2)]^2 + [0-4]^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16}$

$d(AB) = \sqrt{25} = 5$

$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

26. $(2;2)$ y $(10;8)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 2$ $\quad y_1 = 2$ $\quad A(2;2)$

$x_2 = 10$ $\quad y_2 = 8$ $\quad B(10;8)$

$d(AB) = \sqrt{[10-2]^2 + [8-2]^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64+36}$

$d(AB) = \sqrt{100} = 10$

$d(AB) = 10$

Conclusión:

$d(AB) = 10$

27. $(5;2)$ y $(0;6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 5$ $y_1 = 2$ $A(5;2)$
$x_2 = 0$ $y_2 = 6$ $B(0;6)$

$d(AB) = \sqrt{[0-5]^2 + [6-2]^2} = \sqrt{(-5)^2 + (4)^2} = \sqrt{25+16}$
$d(AB) = \sqrt{41} = 6.40$
$d(AB) = 10$

Conclusión:

$d(AB) = 6.40$

28. $(4;4)$ y $(-5;-8)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 4$ $y_1 = 4$ $A(4;4)$
$x_2 = -5$ $y_2 = -8$ $B(-5;-8)$

$d(AB) = \sqrt{[-5-4]^2 + [-8-4]^2} = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2} = \sqrt{81+144}$
$d(AB) = \sqrt{225} = 15$
$d(AB) = 15$

Conclusión:

$d(AB) = 15$

29. $(7;2)$ y $(-1;4)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 7$ $\quad y_1 = 2 \quad A(7;2)$

$x_2 = -1$ $\quad y_2 = 4 \quad B(-1;4)$

$d(AB) = \sqrt{[-1-7]^2 + [4-2]^2} = \sqrt{(-8)^2 + (2)^2} = \sqrt{64+4}$

$d(AB) = \sqrt{68} = 8.25$

$d(AB) = 8.25$

Conclusión:

$d(AB) = 8.25$

30. $(3;26)$ y $(-2;4)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$x_1 = 3$ $\quad y_1 = 6 \quad A(3;6)$

$x_2 = -2$ $\quad y_2 = 4 \quad B(-2;4)$

$d(AB) = \sqrt{[-2-3]^2 + [4-6]^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4}$

$d(AB) = \sqrt{29} = 5.38$

$d(AB) = 5.38$

Conclusión:

$d(AB) = 5.38$

EJERCICIOS ADICIONALES

Sección 1.1.

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado.

1. $8x-4=5x+2$

Solución:

$$\begin{aligned}
&8x-5x=2+4\\
&3x=6\\
&x=\frac{6}{3}\\
&x=2
\end{aligned}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 2.

$$8x-4=5x+2$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 2.

$$\begin{aligned}
&8(2)-4=5(2)+2\\
&16-4=10+2\\
&12=12
\end{aligned}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

2. $-12+4x=3x-8$

Solución:

$$\begin{aligned}
&4x-3x=-8+12\\
&x=4
\end{aligned}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 4.

$$-12+4x=3x-8$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 4.

$-12+4(4)=3(4)-8$
$-12+16=12-8$
$4=4$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

3. $5x=3x+6$

Solución:

$5x-3x=6$
$2x=6$
$x=\frac{6}{2}$
$x=3$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 3.

$5x=3x+6$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 3.

$5(3)=3(3)+6$
$15=9+6$
$15=15$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

4. $-2x+12=2x-4$

Solución:

$-2x-2x=-4-12$
$-4x=-16$
$4x=16$
$x=\frac{16}{4}$
$x=4$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 4.

$-2x+12=2x-4$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 4.

$-2(4)+12=2(4)-4$
$-8+12=8-4$
$4=4$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

5. $4y=10y+30$

Solución:

$4y-10y=30$
$-6y=30$
$-y=\frac{30}{6}$
$-y=5$
$=-5$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* y toma el valor de 5.

$4y=10y+30$

La *variable* y la reemplazamos por el valor de 4.

$4(-5)=10(-5)+30$
$-20=-50+30$
$-20=-20$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

6. $4(y-3)=y+15$

Solución:

$4y-12=y+15$
$4y-y=15+12$
$3y=27$
$y=\frac{27}{3}$
$y=9$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* y toma el valor de 9.

$4(y-3)=y+15$

La *variable* y la reemplazamos por el valor de 9.

$4(9-3)=9+15$
$36-12=9+15$
$24=24$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

7. $6x+10=40+9x$

Solución:

$6x-9x=40-10$
$-3x=30$
$-x=\frac{30}{3}$
$-x=10$
$x=-10$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de -10.

$6x+10=40+9x$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de -10.

$6(-10)+10=40+9(-10)$
$-60+10=40-90$
$-50=-50$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

8. $15x-4(3x+18)=0$

Solución:

$15x-12x-72=0$
$3x=72$
$x=\frac{72}{3}$
$x=24$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 24.

$15x-4(3x+18)=0$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 24.

$15(24)-4(3(24)+18)=0$
$360-4(72+18)=0$
$360-4(90)=0$
$360-360=0$

Lo que queda demostrado.

9. $-3y-5(y+4)=4$

Solución:

$-3y-5y-20=4$
$-8y=4+20$
$-8y=24$
$8y=-24$
$y=-\frac{24}{8}$
$y=-3$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* y toma el valor de -3.

$-3y-5(y+4)=4$

La *variable* y la reemplazamos por el valor de -3.

$-3(-3)-5(-3+4)=4$
$9+15-20=4$
$24-20=4$
$4=4$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

10. $3(x-4)+2(2x+1)=11$

Solución:

$3x-12+4x+2=11$
$7x=11+12-2$
$7x=21$
$x=\frac{21}{7}$
$x=3$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de 3.

$3(x-4)+2(2x+1)=11$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 3.

$3(3-4)+2[2(3)+1]=11$
$3(-1)+2(6+1)=11$
$-3+2(7)=11$
$-3+14=11$
$11=11$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

11. $30x+50(x-6)=-20$

Solución:

$$30x+50x-300=-20$$
$$80x=-20+300$$
$$80x=280$$
$$x=\frac{280}{80}$$
$$x=\frac{7}{2}$$

Comprobación:

Evaluemos la ecuación cuando la *variable* x toma el valor de $\frac{7}{2}$.

$$30x+50(x-6)=-20$$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de $\frac{7}{2}$.

$$30(\frac{7}{2})+50(\frac{7}{2}-6)=-20$$
$$\frac{210}{2}+\frac{350}{2}-300=-20$$
$$105+175-300=-20$$
$$-20=-20$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

12. $4(5-x)+2x-10=-2x+10$

Solución:

$$20-4x+2x-10+2x=10$$
$$0=10+10-20$$
$$0=0$$

Verdadero

La ecuación es verdadera para cualquier número real.

Por ejemplo:

Para $x = 5$

$4(5-x)+2x-10=-2x+10$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 5.

$4(5-5)+2(5)-10=-2(5)+10$
$4(0)+10-10=-10+10$
$0=0$
Verdadero

Por ejemplo:

Para $x=10$

$4(5-x)+2x-10=-2x+10$

La *variable* x la reemplazamos por el valor de 10.

$4(5-10)+2(10)-10=-2(10)+10$
$4(-5)+20-10=-20+10$
$-20+10=-10$
$-10=-10$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

Sección 1.2.

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado.

13. $x^2-64=0$

Solución:

Tenemos una diferencia de cuadrados y esto es igual dos factores que tienen como primer término a la variable x.

$(x.........)(x.........)=0$

Un factor tendrá como signo $+$ y el otro factor como signo $-$.

$(x+.........)(x-.........)=0$

El número independiente de cada factor es el resultado de la raíz cuadrada del segundo valor de la ecuación original $\sqrt{64} = 8$

$(x+8)(x-8)=0$

Este producto de dos factores igualados a cero, nos da como resultado dos ecuaciones independientes.

$(x+8)=0$	y	$(x-8)=0$
$x+8=0$		$x-8=0$
$x=-8$		$x=8$

Comprobación:

$x^2-64=0$	y	$x^2-64=0$
Para $x=8$		Para $x=-8$
$(8)^2-64=0$		$(-8)^2-64=0$
$64-64=0$		$64-64=0$
$0=0$		$0=0$
Verdadero		*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

14. $x^2-14x+49=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(-)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(-)(+)=-$.

$(x-.....)(x-.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación (-14) y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (49).

Estos dos números son: -7 y -7.

$(x-1)(x-7)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x-7)=0$	y	$(x-7)=0$

$x-7=0$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x-7=0$
$x=7$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x=7$

Los valores solución son: $x=7$

Comprobación:

Para $x=7$

$x^2-14x+49=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor 7.

$(7)^2-14(7)+49=0$
$49-98+49=0$
$98-98=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

15. $x^2+5x+4=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(+)=+$.

$(x+.....)(x+.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(5x)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (4).

Estos dos números son: $+4$ y $+1$.

$(x+4)(x+1)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x+4)=0$ $\qquad$ y $\qquad$ $(x+1)=0$

$x+4=0$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x+1=0$

$x=-4$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x=-1$

Los valores solución son: $x=-1$ y $x=-4$

Comprobación:

Para $x=-1$

$x^2+5x+4=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor -1.

$(-1)^2+5(-1)+4=0$
$1-5+4=0$
$5-5=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=-4$

$x^2+5x+4=0$

Done esté la variable x la reemplazamos por su valor -4.

$(-4)^2+5(-4)+4=0$
$16-20+4=0$
$20-20=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

16. $\quad 4x^2-2x-30=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c=0$ $\qquad$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$ $\qquad$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2+(AD+BC)x+BD=4x^2-2x-30$

Luego tenemos que:

$$AC = 4$$
$$A = 2$$
$$C = 2$$

$$AD + BC = -2$$

$$BD = -30$$

Luego la expresión:

$$(Ax + B)(Cx + D) = 0$$
$$A = 2$$
$$C = 2$$
$$(2x + B)(2x + D) = 0$$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = -30$

Los pares posibles son:

$$(1)(-30); (-1)(30); (5)(-6); (-5)(6); (15)(-2); (-2)(15)$$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de -2; como resultado de:

$$AD + BC = -2$$
$$2D + 2B = -2$$

Si probamos con:

$$D = -6$$
$$B = 5$$

Tenemos que:

$$2D + 2B = -2$$
$$2(-6) + 2(5) = -2$$
$$-12 + 10 = -2$$
$$-2 = -2$$

Verdadero

Por lo tanto: $(2x + B)(2x + D) = 0$

Se transforma en: $(2x + 5)(2x + -6) = 0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(2x+5)=0$ **y** $(2x-6)=0$

$$2x+5=0$$
$$2x=-5$$
$$x=-\frac{5}{2}$$

$$2x-6=0$$
$$2x=6$$
$$x=\frac{6}{2}$$
$$x=3$$

Tenemos dos resultados:

$$x=-\frac{5}{2}$$

$$x=3$$

Comprobación:

Para $x=-\frac{5}{2}$

$$4x^2-2x-30=0$$

$$4(-\frac{5}{2})^2-2(-\frac{5}{2})-30=0$$
$$4(\frac{25}{4})+\frac{10}{2}-30=0$$
$$\frac{100}{4}+5-30=0$$
$$25-25=0$$
$$0=0$$
Verdadero

Para $x=3$

$$4x^2-2x-30=0$$

$$4(3)^2-2(3)-30=0$$
$$4(9)-6-30=0$$
$$36-36=0$$
$$0=0$$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

17. $7x^2-70=-21x$
$7x^2+21x-70=0$

Esta ecuación es de la forma cuadrática:

$ax^2+bx+c=0$ Donde a,b y c son enteros.

Este polinomio cuadrático se lo puede transformar como:

$(Ax+B)(Cx+D)=0$ Donde A,B,C y D son también enteros.

Hallando el producto, tenemos:

$ACx^2 + (AD + BC)x + BD = 7x^2 + 21x - 70$

Luego tenemos que:

$AC = 7$
$A = 7$
$C = 1$

$AD + BC = 21$

$BD = -70$

Luego la expresión:

$(Ax + B)(Cx + D) = 0$
$A = 7$
$C = 1$
$(7x + B)(1x + D) = 0$

El siguiente paso es encontrar un par de enteros B y D cuyo producto $BD = -70$

Los pares posibles son:

$(7)(-10); (-7)(10); (5)(-14); (-5)(14)$

Ahora debemos comprobar si uno de los pares da el valor de 21; como resultado de:

$AD + BC = 21$
$7D + 1B = 21$

Si probamos con:

$D = 5$
$B = -14$

Tenemos que:

$7D + 1B = 21$
$7(5) + 1(-14) = 21$
$35 - 14 = 21$
$21 = 21$
Verdadero

Por lo tanto: $(7x + B)(1x + D) = 0$

Se transforma en: $(7x - 14)(x + 5) = 0$

Resolviendo este par de factores igualados a cero, nos resultan dos ecuaciones:

$(7x-14)=0$ **y** $(x+5)=0$

$7x-14=0$

$7x=14$

$x=\frac{14}{7}$

$x=2$

$x+5=0$

$x=-5$

Tenemos dos resultados:

$x=2$

$x=-5$

Comprobación:

$7x^2-70=-21x$ **y** $7x^2-70=-21x$

Para $x=2$

$7(2)^2-70=-21(2)$

$7(4)-70=-42$

$28-70=-42$

$-42=-42$

Verdadero

Para $x=-5$

$7(-5)^2-70=-21(-5)$

$7(25)-70=105$

$175-70=105$

$105=105$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

18. $2x^2+3x-10=x^2+6x+30$

$2x^2-x^2+3x-6x-10-30=0$

$x^2-3x-40=0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(-)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(-)(-)=+$.

$(x-.....)(x+.....)=0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(-3x)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación (-40).

Estos dos números son: -8 y 5.

$(x-8)(x+5)=0$

Estos dos factores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x-8)=0$ y $(x+5)=0$

$x-8=0$ | $x+5=0$

$x=8$ | $x=-5$

Los valores solución son: $x=8$ y $x=-5$

Comprobación:

$x^2-3x-40=0$ | $x^2-3x-40=0$

Para $x=8$ y Para $x=-5$

$(8)^2-3(8)-40=0$
$64-24-40=0$
$64-64=0$
$0=0$
Verdadero

$(-5)^2-3(-5)-40=0$
$25+15-40=0$
$40-40=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

19. $-6x^2+4x-10=0$

Solución:

Utilizamos la fórmula d ela ecuación cuadrática.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$a=-6$
$b=4$
$c=-10$

$$x=\frac{-(4)\pm\sqrt{(4)^2-4(-6)(-10)}}{2(-6)}=\frac{-4\pm\sqrt{16-240}}{-12}=\frac{-4\pm\sqrt{-224}}{-12}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-224}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema.

20. $-5x^2+10x-20=0$

Solución:

Utilizamos la fórmula d ela ecuación cuadrática.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$a=-5$
$b=10$
$c=-20$

$$x=\frac{-(10)\pm\sqrt{(10)^2-4(-5)(-20)}}{2(-5)}=\frac{-10\pm\sqrt{100-400}}{-10}=\frac{-4\pm\sqrt{-300}}{-10}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-300}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema.

21. $5x^2-17.5x-10=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a=5$
$b=-17.5$
$c=-10$

$$x=\frac{-(-17.5)\pm\sqrt{(-17.5)^2-4(5)(-10)}}{2(5)}=\frac{17\pm\sqrt{306.25+200}}{10}$$

$$x=\frac{17.5\pm\sqrt{506.25}}{10}=\frac{17.5\pm 22.50}{10}$$

$$x_1=\frac{17.5+22.5}{10}=\frac{40}{10}=4$$

$$x_1=4$$

$$x_2=\frac{17.5-22.5}{10}=\frac{-5}{10}=-\frac{1}{2}$$

$$x_2=-\frac{1}{2}$$

Comprobación:

$5x^2-17.5x-10=0$ y $5x^2-17.5x-10=0$

Para $x=4$

$$5(4)^2-17.5(4)-10=0$$
$$5(16)-70-10=0$$
$$80-80=0$$
$$0=0$$

Verdadero

Para $x=-\frac{1}{2}$

$$5(-\frac{1}{2})^2-17.5(-\frac{1}{2})-10=0$$
$$5(\frac{1}{4})+\frac{17.5}{2}-10=0$$
$$\frac{5}{4}+\frac{17.5}{2}-10=0$$
$$\frac{5+35-40}{4}=0$$
$$\frac{40-40}{4}=0$$
$$\frac{0}{40}=0$$
$$0=0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

22. $x^2+64=0$

Solución:

$$x^2=-64$$
$$\sqrt{x^2}=\sqrt{-64}$$
$$x=\sqrt{-64}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-64}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces de solución al problema.

23. $8x^2+2x-15=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$$a=8$$
$$b=2$$
$$c=-15$$

$$x=\frac{-(2)\pm\sqrt{(2)^2-4(8)(-15)}}{2(8)}=\frac{-2\pm\sqrt{4+480}}{16}$$
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{484}}{16}=\frac{-2\pm 22}{16}$$

$$x_1=\frac{-2+22}{16}=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$$

$$x_1=\frac{5}{4}$$

$$x_2=\frac{-2-22}{16}=\frac{-24}{16}=-\frac{3}{2}$$

$$x_2=-\frac{3}{2}$$

Comprobación:

$8x^2+2x-15=0$ y $8x^2+2x-15=0$

Para $x = \frac{5}{4}$

$8(\frac{5}{4})^2 + 2(\frac{5}{4}) - 15 = 0$

$8(\frac{25}{16}) + \frac{10}{4} - 15 = 0$

$\frac{200}{16} + \frac{5}{2} - 15 = 0$

$\frac{25}{2} + \frac{5}{2} - 15 = 0$

$\frac{30}{2} - 15 = 0$

$15 - 15 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Para $x = -\frac{3}{2}$

$8(-\frac{3}{2})^2 + 2(-\frac{3}{2}) - 15 = 0$

$8(\frac{9}{4}) - \frac{6}{2} - 15 = 0$

$\frac{72}{4} - 3 - 15 = 0$

$18 - 18 = 0$

$0 = 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

24. $-x^2 - 2x + 35 = 0$

$x^2 + 2x - 35 = 0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a = 1$
$b = 2$
$c = -35$

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-35)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 12}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$x_1 = 5$

$$x_2 = \frac{-2-12}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$x_2 = -7$$

Comprobación:

$-x^2 - 2x + 35 = 0$ y $-x^2 - 2x + 35 = 0$

Para $x = 5$

$$-(5)^2 - 2(5) + 35 = 0$$
$$-(25) - 10 + 35 = 0$$
$$-35 + 35 = 0$$
$$0 = 0$$

Verdadero

Para $x = -7$

$$-(-7)^2 - 2(-7) + 35 = 0$$
$$-(49) + 14 + 35 = 0$$
$$-49 + 49 = 0$$
$$0 = 0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

25. $2a^2 + 2a - 12 = 0$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$$a = 1$$
$$b = 1$$
$$c = -6$$

$$a = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$a_1 = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$a_2 = -3$

Comprobación:

$2a^2 + 2a - 12 = 0$ y $2a^2 + 2a - 12 = 0$

Para $a = 2$

$2(2)^2 + 2(2) - 12 = 0$
$2(4) + 4 - 12 = 0$
$12 - 12 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Para $a = -3$

$2(-3)^2 + 2(-3) - 12 = 0$
$2(9) - 6 - 12 = 0$
$18 - 18 = 0$
$0 = 0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

26. $5a^2 - 2a + 16 = 0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a = 5$
$b = -2$
$c = 16$

$$a = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(5)(16)}}{2(5)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 320}}{10}$$

$$a = \frac{2 \pm \sqrt{-316}}{10}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-316}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces solución al problema.

27. $3a^2 - 3a - 18 = 0$
$a^2 - a - 6 = 0$

Solución:

$(a-3)(a+2) = 0$

$(a-3) = 0$ y $(a+2) = 0$

$a - 3 = 0$ $a + 2 = 0$

$a = 3$ $a = -2$

Tenemos dos resultados:

$a = 3$

$a = -2$

Comprobación:

$3a^2 - 3a - 18 = 0$ y $3a^2 - 3a - 18 = 0$

Para $a = 3$ Para $a = -2$

$3(3)^2 - 3(3) - 18 = 0$ $3(-2)^2 - 3(-2) - 18 = 0$

$3(9) - 9 - 18 = 0$ $3(4) + 6 - 18 = 0$

$27 - 27 = 0$ $18 - 18 = 0$

$0 = 0$ $0 = 0$

Verdadero *Verdadero*

Lo que queda demostrado.

28. $x^2 + 2x - 48 = 0$

Solución;

$(x+8)(x-6) = 0$

$(x+8) = 0$ y $(x-6) = 0$

$x + 8 = 0$ $x - 6 = 0$

$x = -8$ $x = 6$

Tene,os dos resultados:

$x = 6$
$x = -8$

Comprobación:

$x^2+2x-48=0$ y $x^2+2x-48=0$

Para $x=6$

$(6)^2+2(6)-48=0$
$36+12-48=0$
$48-48=0$
$0=0$
Verdadero

Para $x=-8$

$(-8)^2+2(-8)-48=0$
$64-16-48=0$
$64-64=0$
$0=0$
Verdadero

Lo que queda demostrado.

29. $x^2-2x+10=0$

Solución:

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$a=1$
$b=-2$
$c=10$

$$a=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(10)}}{2(1)}=\frac{2\pm\sqrt{4-40}}{12}$$
$$a=\frac{2\pm\sqrt{-36}}{10}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-316}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces solución al problema.

30. $5x^2-20x+15=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tenemos que:

$$a = 5$$
$$b = -20$$
$$c = 15$$

$$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(5)(15)}}{2(5)} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 300}}{10}$$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{100}}{10} = \frac{20 \pm 10}{10}$$

$$x_1 = \frac{20 + 10}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{20 - 10}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$x_2 = 1$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1 = 3$$
$$x_2 = 1$$

Comprobación:

$5x^2 - 20x + 15 = 0$ y $5x^2 - 20x + 15 = 0$

Para $x = 1$

$$5(1)^2 - 20(1) + 15 = 0$$
$$5 - 20 + 15 = 0$$
$$20 - 20 = 0$$
$$0 = 0$$

Verdadero

Para $x = 3$

$$5(3)^2 - 20(3) + 15 = 0$$
$$5(9) - 60 + 15 = 0$$
$$45 - 45 = 0$$
$$0 = 0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

SECCIÓN 1.3.

Resuelva las desigualdades siguientes:

31. $x+8 \leq 2x+4$

Solución:

$$x-2x \leq 4-8$$
$$-x \leq -4$$

Si queremos cambiar el signo a toda la desigualdad, lo podemos hacer; pero con la condición de invertir el relacionador $\leq$ por el relacionador $\geq$.

Luego tenemos que:

$$x \geq 4$$

Intervalo de solución:

$4 \leq x \leq \infty$ o $[4;\infty)$

Comprobación:

$x+8 \leq 2x+4$ y $x+8 \leq 2x+4$

Para $x=10$

$$10+8 \leq 2(10)+4$$
$$18 \leq 20+4$$
$$18 \leq 24$$

Verdadero

Para $x=0$

$$0+8 \leq 2(0)+4$$
$$8 \leq 4$$

Falso

Lo que queda demostrado.

32. $3x+4 \leq 4x+2$

Solución:

$$3x-4x \leq 2-4$$
$$-x \leq -2$$

Si queremos cambiar el signo a toda la desigualdad, lo podemos hacer; pero con la condición de invertir el relacionador $\leq$ por el relacionador $\geq$.

Luego tenemos que:

$x \geq 2$

Intervalo de solución:

$2 \leq x \leq \infty$ o $[2;\infty)$

Comprobación:

$3x+4 \leq 4x+2$	y	$3x+4 \leq 4x+2$
Para $x=10$		Para $x=0$
$3(10)+4 \leq 4(10)+2$		$3(0)+4 \leq 4(0)+2$
$30+4 \leq 40+2$		$0+4 \leq 0+2$
$34 \leq 42$		$4 \leq 2$
Verdadero		*Falso*

Lo que queda demostrado.

33. $4x-5 \geq 2x-3$

Solución:

$4x-2x \geq 2x-3$
$2x \geq -3+5$
$2x \geq 2$
$x \geq \frac{2}{2}$
$x \geq 1$

Intervalo de solución:

$1 \leq x \leq \infty$ o $[1;\infty)$

Comprobación:

$4x-5 \geq 2x-3$	y	$4x-5 \geq 2x-3$
Para $x=10$		Para $x=0$

$4(10)-5 \geq 2(10)-3$ $\quad$ $4(0)-5 \geq 2(0)-3$

$40-5 \geq 20-3$ $\quad$ $0-5 \geq 0-3$

$35 \geq 17$ $\quad$ $-5 \geq -3$

Verdadero $\quad$ *Falso*

Lo que queda demostrado.

34. $9x-5 \geq 6x+4$

Solución:

$9x-6x \geq 4+5$

$3x \geq 9$

$x \geq \frac{9}{3}$

$x \geq 3$

Intervalo de solución:

$3 \leq x \leq \infty$ o $[3;\infty)$

Comprobación:

$9x-5 \geq 6x+4$ y $9x-5 \geq 6x+4$

Para $x=10$ $\quad$ Para $x=0$

$9(10)-5 \geq 6(10)+4$ $\quad$ $9(0)-5 \geq 6(0)+4$

$90-5 \geq 60+4$ $\quad$ $0-5 \geq 0+4$

$85 \geq 64$ $\quad$ $-5 \geq 4$

Verdadero $\quad$ *Falso*

Lo que queda demostrado.

35. $-2x+10 \geq x-17$

Solución:

$-2x-x \geq -17-10$

$-3x \geq -27$

$3x \leq 27$

$x \leq \frac{27}{3}$

$x \leq 9$

Intervalo de solución:

$-\infty \leq x \leq 9$ o $(-\infty;9])$

Comprobación:

$-2x+10 \geq x-17$ y $-2x+10 \geq x-17$

Para $x=10$

$$\begin{aligned}&-2(10)+10 \geq 10-17\\&-20+10 \geq -7\\&-10 \geq -7\end{aligned}$$

Falso

Para $x=5$

$$\begin{aligned}&-2(5)+10 \geq 5-17\\&-10+10 \geq -12\\&0 \geq -12\end{aligned}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

36. $5x-4 \geq 3x+12$

Solución:

$$\begin{aligned}&5x-3x \geq 12+4\\&2x \geq 16\\&x \geq \frac{16}{2}\\&x \geq 8\end{aligned}$$

Intervalo de solución:

$8 \leq x \leq \infty$ o $[8;\infty)$

Comprobación:

$5x-4 \geq 3x+12$ y $5x-4 \geq 3x+12$

Para $x=10$

$$\begin{aligned}&5(10)-4 \geq 3(10)+12\\&50-4 \geq 30+12\\&46 \geq 42\end{aligned}$$

Verdadero

Para $x=5$

$$\begin{aligned}&5(5)-4 \geq 3(5)+12\\&25-4 \geq 15+12\\&21 \geq 27\end{aligned}$$

Falso

Lo que queda demostrado.

37. $-4 \leq 2x+2 \leq 10$

Solución:

Restamos el valor de -2 a todos los miembros de la desigualdad.

$$-4-2 \leq 2x+2-2 \leq 10-2$$
$$-6 \leq 2x \leq 8$$

Dividimos para el valor de 2 a todos los miembros de la desigualdad.

$$-\frac{6}{2} \leq \frac{2}{2}x \leq \frac{8}{2}$$
$$-3 \leq x \leq 4$$

Tenemos dos soluciones:

$-3 \leq x$ y $x \leq 4$

Intervalo de solución:

$-3 \leq x \leq 4$ o $[-3;4]$

Comprobación:

$-4 \leq 2x+2 \leq 10$ y $-4 \leq 2x+2 \leq 10$

Para $x=0$

$$-4 \leq 2(0)+2 \leq 10$$
$$-4 \leq 0+2 \leq 10$$
$$-4 \leq 2 \leq 10$$

Verdadero

Para $x=5$

$$-4 \leq 2(5)+2 \leq 10$$
$$-4 \leq 10+2 \leq 10$$
$$-4 \leq 12 \leq 10$$

Falso

Lo que queda demostrado.

38. $4 \leq -x+3 \leq 12$

Solución:

Restamos el valor de -3 a todos los miembros de la desigualdad.

$$4-3 \leq -x+3-3 \leq 12-3$$
$$1 \leq -x \leq 9$$

Tenemos dos vías de solución:

$4 \leq -x+3$ y $-x+3 \leq 12$

$x \leq 3-4$ $\qquad$ $-x \leq 12-3$

$x \leq -1$ $\qquad$ $-x \leq 9$

$x \geq -9$

Tenemos dos soluciones:

$x \leq -1$ y $x \geq -9$

Intervalo de solución:

$-9 \leq x \leq -1$ o $[-9;-1]$

Comprobación:

$4 \leq -x+3 \leq 12$ y $4 \leq -x+3 \leq 12$

Para $x=-5$ $\qquad$ Para $x=0$

$4 \leq -(-5)+3 \leq 12$

$4 \leq 5+3 \leq 12$

$4 \leq 8 \leq 12$

Verdadero

$4 \leq -(0)+3 \leq 12$

$4 \leq 3 \leq 12$

Falso

Lo que queda demostrado.

39. $x+5 \leq x+1 \leq 6$

Solución:

Restamos el valor de -1 a todos los miembros de la desigualdad.

$x+5-1 \leq x+1-1 \leq 6-1$

$x+4 \leq x \leq 5$

Tenemos dos vías de solución:

$x+4 \leq x$ y $x \leq 5$

$x-x \leq -4$

$0 \leq -4$ $\qquad$ $x \leq 5$

Falso

No hay solución en el conjunto de los números reales que haga verdadera la desigualdad o inecuación.

Demostración:

$x+5\leq x+1\leq 6$ y $x+5\leq x+1\leq 6$

Para $x=-5$

$-5+5\leq -5+1\leq 6$
$0\leq -4\leq 6$
Falso

Para $x=10$

$10+5\leq 10+1\leq 6$
$15\leq 11\leq 6$
Falso

Lo que queda demostrado.

40. $-x+3\leq 2x+3\leq 9$

Solución:

Restamos el valor de -3 a todos los miembros de la desigualdad.

$-x-3+3\leq 2x+3-3\leq 9-3$
$-x\leq 2x\leq 6$

Tenemos dos vías de solución.

Resolvemos la inecuación tanto por el lado izquierdo como para el derecho.

$-x+3\leq 2x+3$ y $2x+3\leq 9$

$-x-2x\leq 3-3$
$-3x\leq 0$
$3x\geq 0$
$\frac{3}{3}x\geq \frac{0}{3}$
$x\geq 0$

$2x\leq 9-3$
$2x\leq 6$
$x\leq \frac{6}{2}$
$x\leq 3$

Tenemos dos soluciones:

$x\geq 0$ y $x\leq 3$

Intervalo de solución:

$0\leq x\leq 3$ o $[0;3]$

Comprobación:

$-x+3 \leq 2x+3 \leq 9$ y $-x+3 \leq 2x+3 \leq 9$

Para $x=2$

$$-2+3 \leq 2(2)+3 \leq 9$$
$$1 \leq 4+3 \leq 9$$
$$1 \leq 7 \leq 9$$

Verdadero

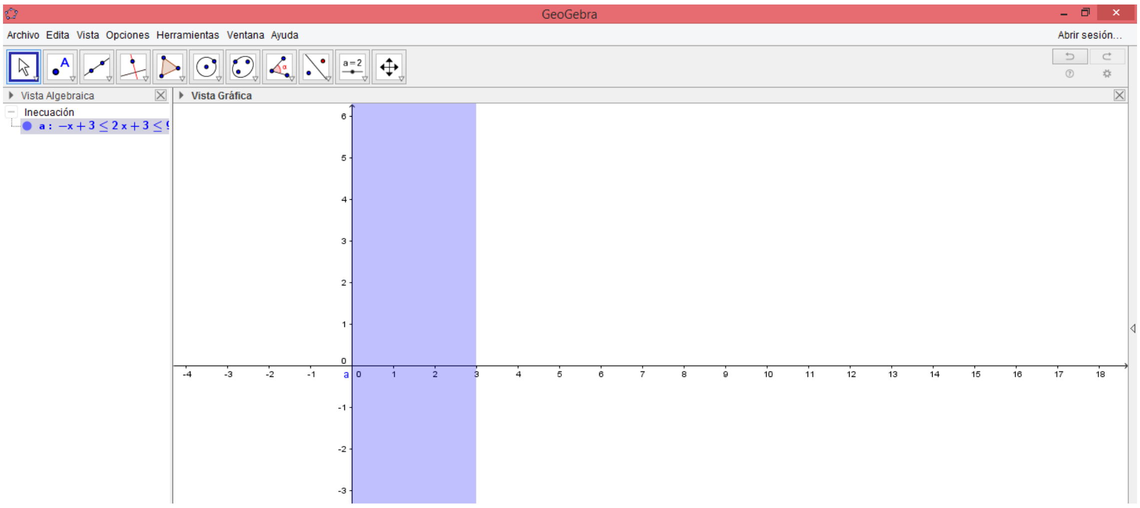
Para $x=5$

$$-5+3 \leq 2(5)+3 \leq 9$$
$$-2 \leq 10+3 \leq 9$$
$$-2 \leq 13 \leq 9$$

Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:



41. $x^2-81 \geq 0$

Solución:

Tenemos una diferencia de cuadrados:

$$x^2-81 \geq 0$$

$$(x-9)(x+9) \geq 0$$

Esta inecuación tiene dos vías de solución:

$(x-9) \geq 0$ y $(x+9) \geq 0$

$$x-9 \geq 0$$
$$x \geq 9$$

$$x+9 \geq -9$$

Tenemos dos soluciones:

$x \geq 9$ y $x \geq -9$

El intervalo de solución que hace verdadera a la inecuación es:

$9 \leq x \leq \infty$ o $[9;\infty)$

Comprobación:

$x^2 - 81 \geq 0$ y $x^2 - 81 \geq 0$

Para $x = 0$ Para $x = 10$

$(0)^2 - 81 \geq 0$ $(10)^2 - 81 \geq 0$

$0 - 81 \geq 0$ $100 - 81 \geq 0$

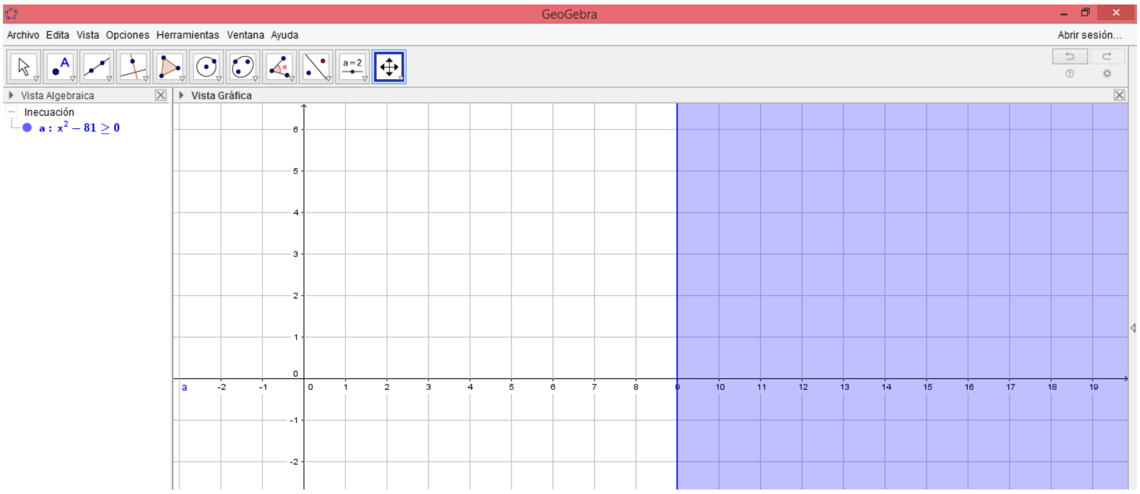
$-81 \geq 0$ $19 \geq 0$

Falso *Verdadero*

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2 - 81 \geq 0$



42. $x^2 - 144 \geq 0$

Solución:

Tenemos una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 144 \geq 0$

$(x-12)(x+12) \geq 0$

Esta inecuación tiene dos vías de solución:

$(x-12) \geq 0$ y $(x+12) \geq 0$

$x - 12 \geq 0$ $\quad$ $x + 12 \geq 0$

$x \geq 12$ $\quad$ $x \geq -12$

Tenemos dos soluciones:

$x \geq 12$ y $x \geq -12$

El intervalo de solución que hace verdadera a la inecuación es:

$12 \leq x \leq \infty$ o $[12; \infty)$

Comprobación:

$x^2 - 144 \geq 0$ y $x^2 - 144 \geq 0$

Para $x = 0$ $\quad$ Para $x = 14$

$(0)^2 - 144 \geq 0$ $\quad$ $(14)^2 - 144 \geq 0$

$0 - 144 \geq 0$ $\quad$ $196 - 144 \geq 0$

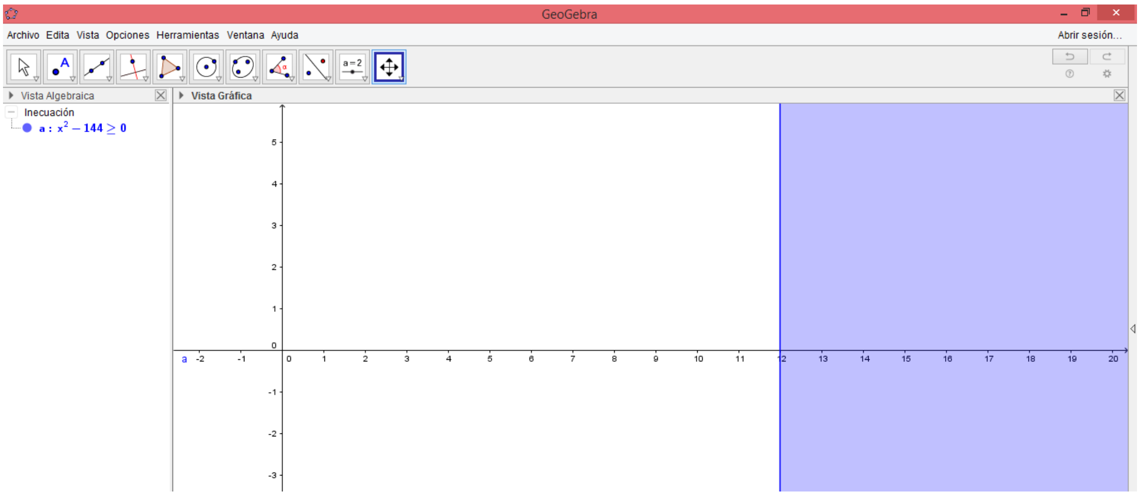
$-144 \geq 0$ $\quad$ $52 \geq 0$

Falso $\quad$ *Verdadero*

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2 - 144 \geq 0$



43. $x^2 + 5x + 4 \leq 0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(+)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(+)(+) = +$.

$(x + ...)(x + ...) \leq 0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+5)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación $(+4)$.

Estos dos números son: 4 y 1.

$(x + 4)(x + 1) \leq 0$

Estos dos valores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x + 4) \leq 0$	y	$(x + 1) \leq 0$
$x + 4 \leq 0$		$x + 1 \leq 0$
$x \leq -4$		$x \leq -1$

Los valores solución son: $x \leq -1$ y $x \leq -4$.

Tenemos dos puntos críticos:
$x = -4$
$x = -1$

Tenemos un intervalo cerrado de solución al problema.

$$-4 \le x \le -1$$
$$[-4;-1]$$

Comprobación:

$x^2 + 5x + 4 \le 0$ y $x^2 + 5x + 4 \le 0$

Para $x = -2$

$(-2)^2 + 5(-2) + 4 \le 0$
$4 - 10 + 4 \le 0$
$-2 \le 0$
Verdadero

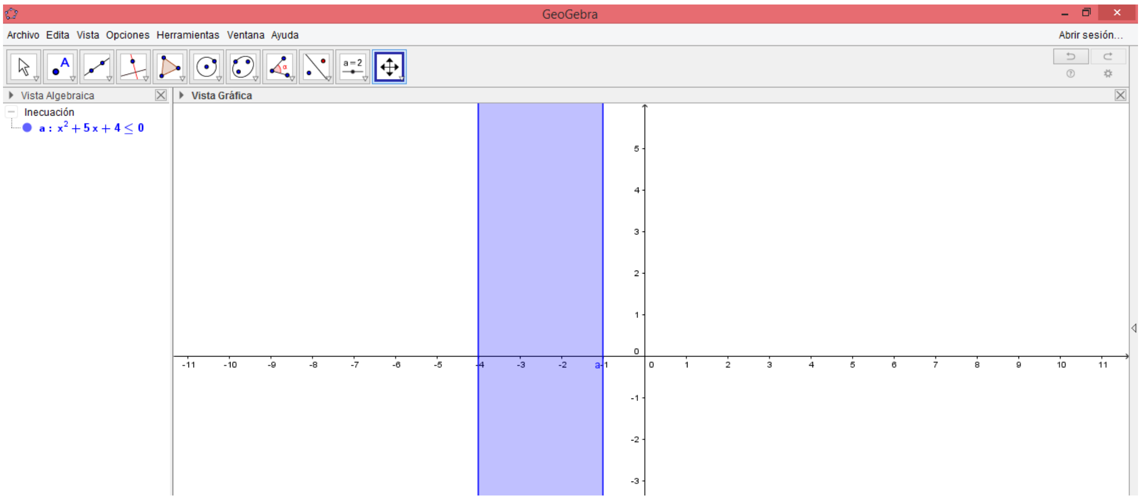
Para $x = 0$

$(0)^2 + 5(0) + 4 \le 0$
$0 + 0 + 4 \le 0$
$4 \le 0$
Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2 + 5x + 4 \le 0$



44. $x^2 - x - 20 \leq 0$

Solución:

Buscamos dos factores que contengan como primer término a la variable *x*. Seguidamente el primer factor tendrá el signo del segundo término de la ecuación $(-)$; y el signo del segundo factor, será el producto de los signos del segundo y tercer término de la ecuación $(-)(-) = +$.

$(x - .....)(x + ...) \leq 0$

Luego tenemos que encontrar dos números que sumados den como resultado el valor del coeficiente del segundo término de la ecuación $(+5)$ y que multiplicados den como resultado el valor del término independiente de la ecuación $(+4)$.

Estos dos números son: 5 y -4.

$(x-5)(x+4) \leq 0$

Estos dos valores que están igualados a cero, nos proporcionan dos ecuaciones independientes:

$(x-5) \leq 0$ y $(x+4) \leq 0$

$x - 5 \leq 0$ $\quad$ $x + 4 \leq 0$

$x \leq 5$ $\quad$ $x \leq -4$

Los valores solución son: $x \leq 5$ y $x \leq -4$.

Tenemos dos puntos críticos:
$x = 5$
$x = -4$

Tenemos un intervalo cerrado de solución al problema.

$$-4 \leq x \leq 5$$
$$[-4;5]$$

Comprobación:

$x^2 - x - 20 \leq 0$ y $x^2 - x - 20 \leq 0$

Para $x = 0$ $\quad$ Para $x = 10$

$(0)^2 - (0) - 20 \le 0$

$-20 \le 0$

Verdadero

$(10)^2 - (10) - 20 \le 0$

$100 - 30 \le 0$

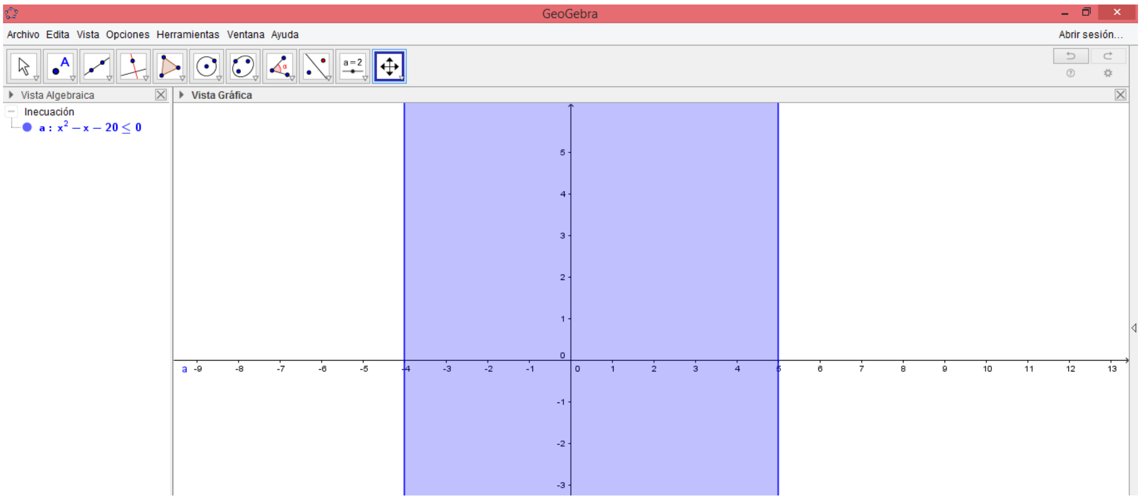
$70 \le 0$

Falso

Lo que queda demostrado.

Comprobación gráfica:

$x^2 - x - 20 \le 0$



45. $2x^2 - 5x - 12 \ge 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 2$

$b = -5$

$c = -12$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(-12)}}{2(2)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{5 \pm 11}{4}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 \ge \frac{5 + 11}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$x_1 \ge 4$

$$x_2 \geq \frac{5-11}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 \geq -\frac{3}{2}$$

Tenemos dos puntos críticos:

$$x_1 = 4$$

$$x_2 \geq -\frac{3}{2}$$

Tenemos dos intervalos de solución:

$-\infty \leq x \leq -\frac{3}{2}$ o $(-\infty; -\frac{3}{2}]$

$4 \leq x \leq \infty$ o $[4; \infty)$

$$(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [4; \infty)$$

Comprobación:

Para $x = 0$

$2x^2 - 5x - 12 \geq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 0.

$2(0)^2 - 5(0) - 12 \geq 0$

$0 - 0 - 12 \geq 0$

$-12 \geq 0$

Falso

Para $x = -5$

Reemplazamos la variable x por el valor de -5.

$2x^2 - 5x - 12 \geq 0$

$2(-5)^2 - 5(-5) - 12 \geq 0$

$2(25) + 25 - 12 \geq 0$

$75 - 12 \geq 0$

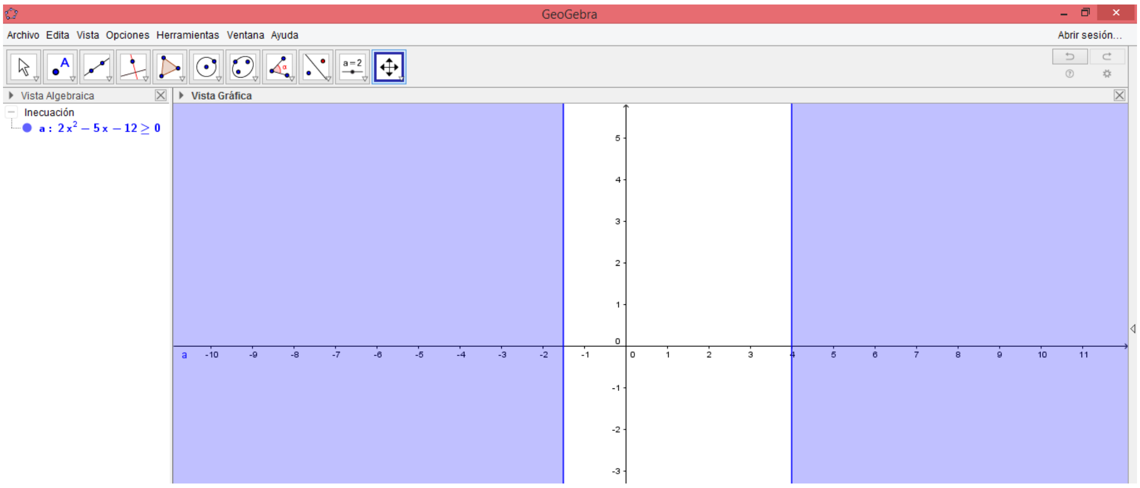
$63 \geq 0$

Verdadero

Lo que queda demostrado

Comprobación gráfica:

$$2x^2 - 5x - 12 \geq 0$$



46. $5x^2 - 13x - 6 \geq 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 5$

$b = -13$

$c = -6$

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(5)(-6)}}{2(5)} = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{10} = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{10} = \frac{13 \pm 17}{10}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 \geq \frac{13+17}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$x_1 \geq 3$

$$x_2 \geq \frac{13-17}{10} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$$

$$x_2 \geq -\frac{2}{5}$$

Tenemos dos puntos críticos:

$x_1 = 3$

$$x_2 \geq -\frac{2}{5}$$

Tenemos dos intervalos de solución:

$$-\infty \leq x \leq -\frac{2}{5} \text{ o } (-\infty; -\frac{2}{5}]$$

$3 \leq x \leq \infty$ o $[3;\infty)$

$$(-\infty;-\frac{2}{5}] \cup [3;\infty)$$

Comprobación:

Para $x=-3$

$5x^2 - 13x - 6 \geq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de -3.

$5(-3)^2 - 13(-3) - 6 \geq 0$

$5(9) + 39 - 6 \geq 0$

$45 + 33 \geq 0$

$78 \geq 0$

Verdadero

Para $x=5$

$5x^2 - 13x - 6 \geq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 5.

$5(5)^2 - 13(5) - 6 \geq 0$

$5(25) - 65 - 6 \geq 0$

$125 - 71 \geq 0$

$54 \geq 0$

Verdadero

Para $x=0$

$5x^2 - 13x - 6 \geq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 0.

$5(0)^2 - 13(0) - 6 \geq 0$

$0 - 0 - 6 \geq 0$

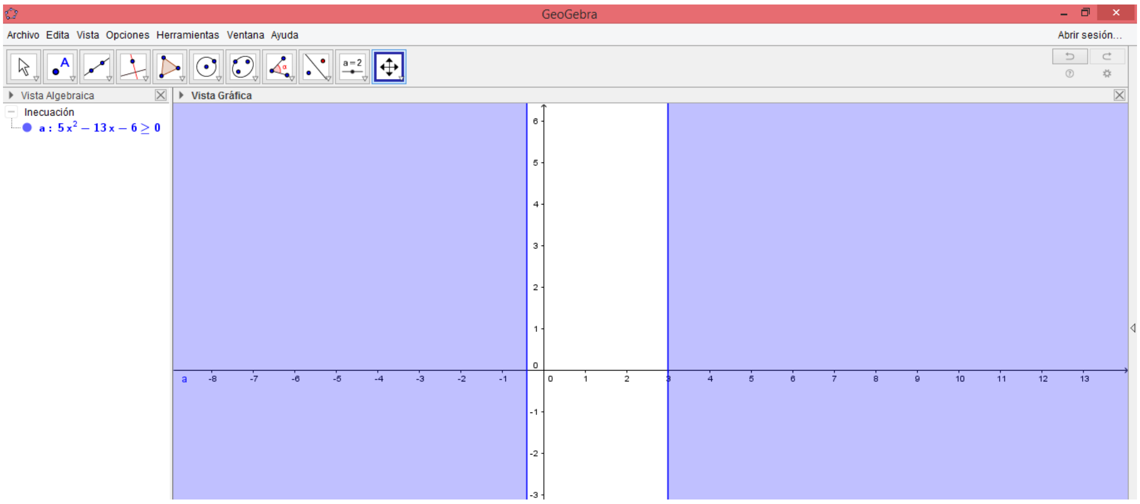
$-6 \geq 0$

Falso

Lo que queda demostrado

Comprobación gráfica:

$$5x^2 - 13x - 6 \geq 0$$



47. $12x^2 - 5x - 2 \leq 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 12$$

$$b = -5$$

$$c = -2$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(12)(-2)}}{2(12)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{24} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{24} = \frac{5 \pm 11}{24}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 \leq \frac{5 + 11}{24} \leq \frac{16}{24} \leq \frac{2}{3}$$

$$x_1 \leq \frac{2}{3}$$

$$x_2 \leq \frac{5 - 11}{24} \leq \frac{-6}{24} \leq -\frac{1}{4}$$

$$x_2 \leq -\frac{2}{5}$$

Tenemos dos puntos críticos:

$$x_1 = \frac{2}{3}$$

$$x_2 \leq -\frac{1}{4}$$

Tenemos un intervalo de solución:

$-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{2}{3}$ o $[-\frac{1}{4}; \frac{2}{3}]$

Comprobación:

Para $x = 0$
$12x^2 - 5x - 2 \leq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 0.

$12(0)^2 - 5(0) - 2 \leq 0$
$0 - 0 - 2 \leq 0$
$-2 \leq 0$
Verdadero

Para $x = -2$

$12x^2 - 5x - 2 \leq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de -2.

$12(-2)^2 - 5(-2) - 2 \leq 0$
$12(4) + 10 - 2 \leq 0$
$48 + 8 \leq 0$
$56 \leq 0$
Falso

Para $x = 1$
$12x^2 - 5x - 2 \leq 0$

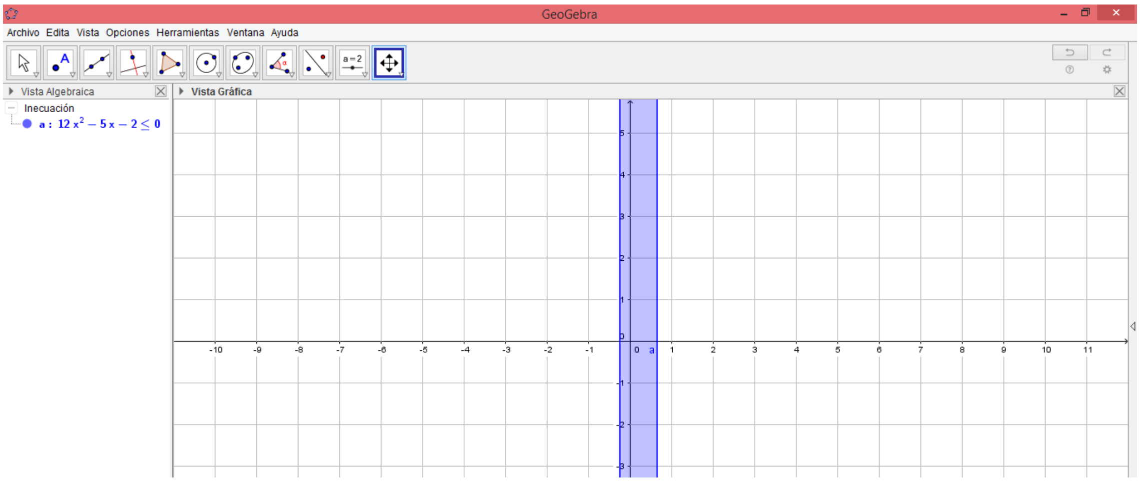
Reemplazamos la variable x por el valor de 1.

$12(1)^2 - 5(1) - 2 \leq 0$
$12 - 5 - 2 \leq 0$
$5 \leq 0$
Falso

Lo que queda demostrado

Comprobación gráfica:

$$12x^2 - 5x - 2 \geq 0$$



48. $3x^2 + x - 10 \leq 0$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$c = -10$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(3)(-10)}}{2(3)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{6} = \frac{-1 \pm 11}{6}$$

Tenemos dos respuestas:

$$x_1 \leq \frac{-1+11}{6} \leq \frac{10}{6} \leq \frac{5}{3}$$

$$x_1 \leq \frac{5}{3}$$

$$x_2 \leq \frac{-1-11}{6} \leq \frac{-12}{6} \leq -2$$

$$x_2 \leq -2$$

Tenemos dos puntos críticos:

$$x_1 = \frac{5}{3}$$

$$x_2 \leq -2$$

Tenemos un intervalo de solución:

$-2 \leq x \leq \frac{5}{3}$ o $[-2; \frac{5}{3}]$

Comprobación:

Para $x = 0$

$3x^2 + x - 10 \leq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 0.

$3(0)^2 + (0) - 10 \leq 0$

$0 + 0 - 10 \leq 0$

$-10 \leq 0$

Verdadero

Para $x = -3$

$3(-3)^2 + (-3) - 10 \leq 0$

$3(9) - 3 - 10 \leq 0$

$27 - 13 \leq 0$

$14 \leq 0$

Falso

Para $x = 3$

$3x^2 + x - 10 \leq 0$

Reemplazamos la variable x por el valor de 3.

$3(3)^2 + (3) - 10 \leq 0$

$3(9) - 7 \leq 0$

$27 - 7 \leq 0$

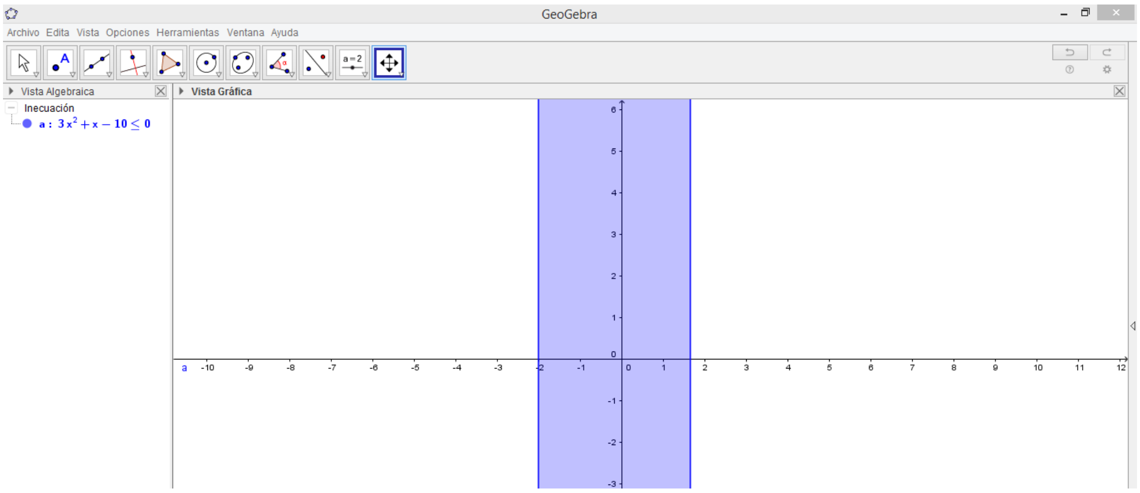
$20 \leq 0$

Falso

Lo que queda demostrado

Comprobación gráfica:

$3x^2 + x - 10 \leq 0$



Sección 1.4

Resuelva las ecuaciones siguientes.

49. $|x+5| = 4$

Para resolver un problema de **“valor absoluto”** tenemos dos soluciones; que son, una **“positiva”** y otra **“negativa”**.

Solución:

$$\begin{aligned} +(x+5) &= 4 \\ x+5 &= 4 \\ x &= 4-5 \\ x &= -1 \end{aligned} \qquad \text{y} \qquad \begin{aligned} -(x+5) &= 4 \\ -x-5 &= 4 \\ -x &= 4+5 \\ -x &= 9 \\ x &= -9 \end{aligned}$$

Tenemos dos resultados:

$x_1 = -1$

$x_2 = -9$

Comprobación:

$|x+5| = 4$ y $|x+5| = 4$

Para $x_1 = -1$ Para $x_2 = -9$

$|-1+5|=4$ $\qquad$ $|-9+5|=4$

$|4|=4$ $\qquad$ $|-4|=4$

$4=4$ $\qquad$ $4=4$

Verdadero $\qquad$ *Verdadero*

Lo que queda demostrado.

50. $|10-2x|=20$

Para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones; que son, una **"positiva"** y otra **"negativa"**.

Solución:

$$+(10-2x)=20$$
$$10-2x=20$$
$$-2x=20-10$$
$$-2x=10$$
$$2x=-10$$
$$x=-\frac{10}{2}$$
$$x=-5$$

y

$$-(10-2x)=20$$
$$-10+2x=20$$
$$2x=20+10$$
$$2x=30$$
$$x=\frac{30}{2}$$
$$x=15$$

Tenemos dos resultados:

$x_1=-5$

$x_2=15$

Comprobación:

$|10-2x|=20$ $\qquad$ y $\qquad$ $|10-2x|=20$

Para $x_1=-5$

$|10-2(-5)|=20$

$|10+10|=20$

$|20|=20$

$20=20$

Verdadero

Para $x_2=15$

$|10-2(15)|=20$

$|10-30|=20$

$|-20|=20$

$20=20$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

51. $|x-8|=2$

Para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones; que son, una **"positiva"** y otra **"negativa"**.

Solución:

$$+(x-8)=2$$
$$x-8=2$$
$$x=2+8$$
$$x=10$$

y

$$-(x-8)=2$$
$$-x+8=2$$
$$-x=2-8$$
$$-x=-6$$
$$x=6$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1=10$$
$$x_2=6$$

Comprobación:

$|x-8|=2$

Para $x_1=10$

$|10-8|=2$

$|2|=2$

$2=2$

Verdadero

y

$|x-8|=2$

Para $x_2=6$

$|6-8|=2$

$|-2|=2$

$2=2$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

52. $|x-5|=-10$

No hay solución al problema.

$$|x-5|=-10$$

Esto es falso. El valor bsoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

53. $|x-4| = |8+2x|$

Para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones; que son, una **"positiva"** y otra **"negativa"**.

Solución:

$$+(x-4) = (8+2x)$$
$$x-4 = 8+2x$$
$$x-2x = 8+4$$
$$-x = 12$$
$$x = -12$$

y

$$-(x-4) = (8+2x)$$
$$-x+4 = 8+2x$$
$$-x-2x = 8-4$$
$$-3x = 4$$
$$3x = -4$$
$$x = -\frac{4}{3}$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1 = -12$$
$$x_2 = -\frac{4}{3}$$

Comprobación:

$|x-4| = |8+2x|$

Para $x_1 = -12$

$$|-12-4| = |8+2(-12)|$$
$$|-16| = |8-24|$$
$$16 = |-16|$$
$$16 = 16$$

Verdadero

y

$|x-4| = |8+2x|$

Para $x_2 = -\frac{4}{3}$

$$\left|-\frac{4}{3}-4\right| = \left|8+2(-\frac{4}{3})\right|$$
$$\left|\frac{-4-12}{3}\right| = \left|8-\frac{8}{3}\right|$$
$$\left|\frac{-16}{3}\right| = \left|\frac{8-24}{3}\right|$$
$$\frac{16}{3} = \left|\frac{-16}{3}\right|$$
$$\frac{16}{3} = \frac{16}{3}$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

54. $|3x-6| = |x+6|$

Para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones; que son, una **"positiva"** y otra **"negativa"**.

Solución:

$$+(3x-6)=(x+6)$$
$$3x-6=x+6$$
$$3x-x=6+6$$
$$2x=12$$
$$x=\frac{12}{2}$$
$$x=6$$

y

$$-(3x-6)=(x+6)$$
$$-3x+6=x+6$$
$$-3x-x=6-6$$
$$-4x=0$$
$$x=\frac{0}{-4}$$
$$x=0$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1=6$$
$$x_2=0$$

Comprobación:

$$|3x-6| = |x+6|$$

Para $x_1=6$

$$|3(6)-6| = |6+6|$$
$$|18-6| = |12|$$
$$|12| = |12|$$
$$12=12$$

Verdadero

y

$$|3x-6| = |x+6|$$

Para $x_2=0$

$$|3(0)-6| = |0+6|$$
$$|0-6| = |6|$$
$$|-6| = |6|$$
$$6=6$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

55. $|x| = |9 - x|$

Para resolver un problema de **"valor absoluto"** tenemos dos soluciones; que son, una **"positiva"** y otra **"negativa"**.

Solución:

$+(x) = (9 - x)$		$-(x) = 9 - x$
$x = 9 - x$		$-x = 9 - x$
$x + x = 9$	y	$-x + x = 9$
$2x = 9$		$0 = 9$
$x = \frac{9}{2}$		*Falso*

Tenemos un resultados:

$$x_1 = \frac{9}{2}$$

Comprobación:

$$|x| = |9 - x|$$

Para $x_1 = \frac{9}{2}$

$$\left|\frac{9}{2}\right| = \left|9 - \frac{9}{2}\right|$$

$$\frac{9}{2} = \left|\frac{18 - 9}{2}\right|$$

$$\frac{9}{2} = \left|\frac{9}{2}\right|$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9}{2}$$

$$0 = 0$$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

56. $|2x+5| = |-x|$

Para resolver un problema de **“valor absoluto”** tenemos dos soluciones; que son, una **“positiva”** y otra **“negativa”**.

Solución:

$+(2x+5)=(-x)$
$2x+5=-x$
$2x+x=-5$
$3x=-5$
$x=-\frac{5}{3}$

y

$-(2x+5)=(-x)$
$-2x-5=-x$
$-2x+x=5$
$-x=5$
$x=-5$

Tenemos un resultados:

$x_1=-\frac{5}{3}$
$x_2=-5$

Comprobación:

$|2x+5| = |-x|$

Para $x_1=-\frac{5}{3}$

$\left|2(-\frac{5}{3})+5\right| = \left|-\frac{5}{3}\right|$

$\left|-\frac{10}{3}+5\right| = \frac{5}{3}$

$\left|\frac{-10+15}{3}\right| = \frac{5}{3}$

$\left|\frac{5}{3}\right| = \frac{5}{3}$

$\frac{5}{3}=\frac{5}{3}$

Verdadero

y

$|2x+5| = |-x|$

Para $x_2=-5$

$|2x+5| = |-x|$
$|2(-5)+5| = |-(-5)|$
$|-10+5| = |5|$
$|-5| = 5$
$5=5$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

Resuelva las siguientes desigualdades

57. $|x| \leq 20$

Solución:

$$+(x) \leq 20$$
$$x \leq 20$$

y

$$-(x) \leq 20$$
$$-x \leq 20$$
$$x \geq -20$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1 \leq 20$$
$$x_2 \geq -20$$

Comprobación:

$|x| \leq 20$ y $|x| \leq 20$

Para $x_1 = 10$

$|10| \leq 20$

$10 \leq 20$

Verdadero

Para $x_2 = -10$

$|-10| \leq 20$

$10 \leq 20$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

58. $|-x| \geq 8$

Solución:

$$+(-x) \geq 8$$
$$-x \geq 8$$
$$x \leq -8$$

y

$$-(-x) \geq 8$$
$$x \geq 8$$

Tenemos dos resultados:

$$x_1 \leq -8$$
$$x_2 \geq 8$$

Hay dos intervalos cerrados de solución al problema:

$-\infty \leq x \leq -8$ o $(-\infty;-8]$

$8 \leq x \leq \infty$ o $[8;\infty)$

$$(-\infty;-8] \cup [8;\infty)$$

Comprobación:

$|-x| \geq 8$ y $|-x| \geq 8$

Para $x = -10$

$|-(-10)| \geq 8$

$|10| \geq 8$

$10 \geq 8$

Verdadero

Para $x_2 = 10$

$|-x| \geq 8$

$|-(10)| \geq 8$

$|-10| \geq 8$

$10 \geq 8$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

59. $|x+5| \leq 3$

Solución:

$+(x+5) \leq 3$

$x+5 \leq 3$

$x \leq 3-5$

$x \leq -2$

y

$-(x+5) \leq 3$

$-x-5 \leq 3$

$-x \leq 3+5$

$-x \leq 8$

$x \geq -8$

Tenemos dos resultados:

$x_1 \leq -2$

$x_2 \geq -8$

Hay un intervalo cerrados de solución al problema:

$-8 \leq x \leq -2$ o $[-8;-2]$

Comprobación:

$|x+5| \leq 3$ y $|x+5| \leq 3$

Para $x = -6$

$|-6+5| \leq 3$

$|-1| \leq 3$

$1 \leq 3$

Verdadero

Para $x_2 = -4$

$|-4+5| \leq 3$

$|1| \leq 3$

$1 \leq 3$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

60. $|x-15| \leq 12$

Solución:

$$+(x-15)\le 12 \qquad\qquad -(x-15)\le 12$$
$$x-15\le 12 \qquad\qquad -x+15\le 12$$
$$x\le 12+15 \qquad \text{y} \qquad -x\le 12-15$$
$$x\le 27 \qquad\qquad -x\le -3$$
$$x\ge 3$$

Tenemos dos resultados:

$x_1 \le 27$

$x_2 \ge 3$

Hay un intervalo cerrados de solución al problema:

$3\le x\le 27$ o $[3;27]$

Comprobación:

$|x-15|\le 12$ y $|x-15|\le 12$

Para $x=5$

$|5-15|\le 12$

$|-10|\le 12$

$10\le 12$

Para $x=20$

$|20-15|\le 12$

$|5|\le 12$

$5\le 12$

Verdadero

Lo que queda demostrado.

61. $|3x-5|\ge 8$

Solución:

$$+(3x-5)\ge 8 \qquad\qquad -(3x-5)\ge 8$$
$$3x-5\ge 8 \qquad\qquad -3x+5\ge 8$$
$$3x\ge 8+5 \qquad \text{y} \qquad -3x\ge 8-5$$
$$3x\ge 13 \qquad\qquad -3x\ge 3$$
$$x\ge \frac{13}{3} \qquad\qquad -x\ge \frac{3}{3}$$
$$-x\ge 1$$
$$x\le -1$$

Tenemos dos resultados:

$x_1 \ge \frac{13}{3}$

$x_2 \le -1$

Hay udos intervalo cerrados de solución al problema:

$-\infty \le x \le -1$ o $(-\infty;-1]$

$\frac{13}{3} \le x \le \infty$ o $[\frac{13}{3};\infty)$

$$(-\infty;-1] \cup [\frac{13}{3};\infty)$$

Comprobación:

$\lvert 3x-5 \rvert \ge 8$	y	$\lvert 3x-5 \rvert \ge 8$
Para $x=-3$		Para $x=5$
$\lvert 3(-3)-5 \rvert \ge 8$		$\lvert 3(5)-5 \rvert \ge 8$
$\lvert -9-5 \rvert \ge 8$		$\lvert 15-5 \rvert \ge 8$
$\lvert -14 \rvert \ge 8$		$\lvert 10 \rvert \ge 8$
$14 \ge 8$		$10 \ge 8$
Verdadero		*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

62. $\lvert 2x+9 \rvert \ge 7$

Solución:

$+(2x+9) \ge 7$		$-(2x+9) \ge 7$
$2x+9 \ge 7$		$-2x-9 \ge 7$
$2x \ge 7-9$		$-2x \ge 7+9$
$2x \ge -2$	y	$-2x \ge 16$
$x \ge -\frac{2}{2}$		$-x \ge \frac{16}{2}$
$x \ge -1$		$-x \ge 8$
		$x \le -8$

Tenemos dos resultados:

$x_1 \ge -1$

$x_2 \le -8$

Hay dos intervalos cerrados de solución al problema:

$-\infty \leq x \leq -8$ o $(-\infty;-8]$

$-1 \leq x \leq \infty$ o $[-1;\infty)$

$$(-\infty;-8] \cup [-1;\infty)$$

Comprobación:

$\lvert 2x+9 \rvert \geq 7$	y	$\lvert 2x+9 \rvert \geq 7$
Para $x=-9$		Para $x=0$
$\lvert 2(-9)+9 \rvert \geq 7$		$\lvert 2(0)+9 \rvert \geq 7$
$\lvert -18+9 \rvert \geq 7$		$\lvert 0+9 \rvert \geq 7$
$\lvert -9 \rvert \geq 7$		$\lvert 9 \rvert \geq 7$
$9 \geq 7$		$9 \geq 7$
Verdadero		*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

63. $\lvert 3x-6 \rvert \leq -4$

Solución:

No hay solución al problema.

$\lvert 3x-6 \rvert \leq -4$

Esto es falso. El valor absoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

64. $\lvert 5x-3 \rvert \leq -9$

Solución:

No hay solución al problema.

$\lvert 5x-3 \rvert \leq -9$

Esto es falso. El valor absoluto de un número siempre da como resultado un número positivo.

Sección 1.5

Encuentre el punto medio del segmento de línea que une los siguientes puntos.

65. $(-8;10)$ y $(2;-12)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$$\begin{array}{lcl} x_1=-8 & & y_1=10 \\ x_2=2 & \text{y} & y_2=-12 \end{array}$$

Por lo tanto el punto medio: $M=\left(\frac{-8+2}{2};\frac{10-12}{2}\right)=\left(\frac{-6}{2};\frac{-2}{2}\right)=(-3;-1)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$$\begin{array}{ll} x=-3 & \\ y=-1 & M=(-3;-1) \end{array}$$

66. $(-1;7)$ y $(1;-9)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$$\begin{array}{lcl} x_1=-1 & & y_1=7 \\ x_2=1 & \text{y} & y_2=-9 \end{array}$$

Por lo tanto el punto medio: $M=\left(\frac{-1+1}{2};\frac{7-9}{2}\right)=\left(\frac{0}{2};\frac{-2}{2}\right)=(0;-1)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$x = 0$
$y = -1$ $\qquad M = (0;-1)$

67. $(4;-4)$ y $(-2;2)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$x_1 = 4$ $\qquad$ y $\qquad$ $y_1 = -2$
$x_2 = -2$ $\qquad\qquad$ $y_2 = 2$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{4-2}{2}; \frac{-4+2}{2}) = (\frac{2}{2}; \frac{-2}{2}) = (1;-1)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$x = 1$
$y = -1$ $\qquad M = (1;-1)$

68. $(0;-4)$ y $(2;0)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$x_1 = 0$ $\qquad$ y $\qquad$ $y_1 = 2$
$x_2 = 2$ $\qquad\qquad$ $y_2 = 0$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{0+2}{2}; \frac{-4+0}{2}) = (\frac{2}{2}; \frac{-4}{2}) = (1;-2)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$x = 1$
$y = -2$ $\qquad M = (1;-2)$

69. $(-4;-8)$ y $(2;-6)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$x_1 = -4$ $\quad$ y $\quad$ $y_1 = -8$
$x_2 = 2$ $\qquad\quad$ $y_2 = -6$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{-4+2}{2}; \frac{-8-6}{2}) = (\frac{-2}{2}; \frac{-14}{2}) = (-1;-7)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$x = -1$
$y = -7$ $\qquad M = (-1;-7)$

70. $(a;a)$ y $(b;b)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$$\begin{matrix} x_1 = a \\ x_2 = b \end{matrix} \quad \text{y} \quad \begin{matrix} y_1 = a \\ y_2 = b \end{matrix}$$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{a+b}{2}; \frac{a+b}{2})$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$$\begin{matrix} x = \frac{a+b}{2} \\ y = \frac{a+b}{2} \end{matrix} \qquad M = (\frac{a+b}{2}; \frac{a+b}{2})$$

71. $(a;b)$ y $(3a;3b)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$$\begin{matrix} x_1 = a \\ x_2 = 3a \end{matrix} \quad \text{y} \quad \begin{matrix} y_1 = b \\ y_2 = 3b \end{matrix}$$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{a+3a}{2}; \frac{b+3b}{2}) = (\frac{4a}{2}; \frac{4b}{2}) = (2a;2b)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$$\begin{matrix} x = 2a \\ y = 2b \end{matrix} \qquad M = (2a;2b)$$

72. $(a;b)$ y $(-a;-b)$

Solución:

El punto medio M del segmento de línea que une dos puntos que tienen las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, tiene las coordenadas:

$$(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2})$$

Para nuestro ejemplo tenemos:

$$\begin{matrix} x_1 = a & & y_1 = b \\ x_2 = -a & \text{y} & y_2 = -b \end{matrix}$$

Por lo tanto el punto medio: $M = (\frac{a-a}{2};\frac{b-b}{2}) = (\frac{0}{2};\frac{0}{2}) = (0;0)$

Conclusión:

El punto medio tiene tiene las coordenadas:

$$\begin{matrix} x = 0 & \\ y = 0 & \end{matrix} \qquad M = (0;0)$$

ENCUENTRE LA DISTANCIA QUE SEPARA LOS PUNTOS

73. $(2;2)$ y $(-4;6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1;y_1)$ y $(x_2;y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{matrix} x_1 = 2 & & y_1 = 2 & A(2;2) \\ x_2 = -4 & \text{y} & y_2 = 6 & B(-4;6) \end{matrix}$$

$$d(AB) = \sqrt{(-4-2)^2+(6-2)^2} = \sqrt{(-6)^2+(4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$$
$$d(AB) = 7.21$$

Conclusión:

$d(AB) = 7.21$

74. $(-6;2)$ y $(4;-3)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{matrix} x_1 = -6 \\ x_2 = 4 \end{matrix} \quad \text{y} \quad \begin{matrix} y_1 = 2 \\ y_2 = -3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} A(-6;2) \\ B(4;-3) \end{matrix}$$

$d(AB) = \sqrt{(4-(-6))^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{(4+6)^2 + (-5)^2} = \sqrt{(10)^2 + 25} = \sqrt{100+25} = \sqrt{125}$
$d(AB) = 11.18$

Conclusión:

$d(AB) = 11.18$

75. $(6;3)$ y $(-2;6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{matrix} x_1 = 6 \\ x_2 = -2 \end{matrix} \quad \text{y} \quad \begin{matrix} y_1 = 3 \\ y_2 = 6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} A(6;3) \\ B(-2;6) \end{matrix}$$

$d(AB) = \sqrt{(-2-6)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (3)^2} = \sqrt{64+9} = \sqrt{73}$
$d(AB) = 8.54$

Conclusión:

$d(AB) = 8.54$

76. $(-1;-2)$ y $(-4;-6)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = -1$ y $y_1 = -2$ $A(-1;-2)$
$x_2 = -4$ $y_2 = -6$ $B(-2;-6)$

$d(AB) = \sqrt{(-4-(-1))^2 + (-6-(-2))^2} = \sqrt{(-4+1)^2 + (-6+2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$
$d(AB) = 5$

Conclusión:

$d(AB) = 5$

77. $(10;5)$ y $(-10;5)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$x_1 = 10$ y $y_1 = 5$ $A(10;5)$
$x_2 = -10$ $y_2 = 5$ $B(-10;5)$

$d(AB) = \sqrt{(-10-10)^2 + (5-5))^2} = \sqrt{(-20)^2 + (0)^2} = \sqrt{400+0} = \sqrt{400} =$
$d(AB) = 20$

Conclusión:

$d(AB) = 20$

78. $(5;-10)$ y $(20;10)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{array}{llll} x_1 = 5 & \multirow{2}{*}{y} & y_1 = -10 & A(5;-10) \\ x_2 = 20 & & y_2 = 10 & B(20;10) \end{array}$$

$$d(AB) = \sqrt{(20-5)^2 + (10-(-10))^2} = \sqrt{(15)^2 + (10+10)^2} = \sqrt{225 + (20)^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625}$$
$$d(AB) = 25$$

Conclusión:

$d(AB) = 25$

79. $(a;b)$ y $(a;3b)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{array}{llll} x_1 = a & \multirow{2}{*}{y} & y_1 = b & A(a;b) \\ x_2 = a & & y_2 = 3b & B(a;3b) \end{array}$$

$$d(AB) = \sqrt{(a-a)^2 + (3b-b)^2} = \sqrt{(0)^2 + (2b)^2} = \sqrt{0 + 4b^2} = \sqrt{4b^2} =$$
$$d(AB) = 2b$$

Conclusión:

$d(AB) = 2b$

80. $(5a;2b)$ y $(0;2b)$

Solución:

La distancia entre dos puntos A y B, que tiene las coordenadas $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$, respectivamente, es:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$\begin{array}{lcll} x_1 = 5a & \multirow{2}{*}{y} & y_1 = 2b & A(5a;2b) \\ x_2 = 0 & & y_2 = 2b & B(0;2b) \end{array}$$

$d(AB) = \sqrt{(0 - 5a)^2 + (2b - 2b)^2} = \sqrt{(-5a)^2 + (0)^2} = \sqrt{25a^2 + 0} = \sqrt{25a^2} =$

$d(AB) = 5a$

Conclusión:

$d(AB) = 5a$

EVALUACIÓN DEL CAPÍTULO

1. Resuelva la ecuación: $5x = 5x + 10$

Solución:

$5x - 5x = 10$

$0 = 10$

Falso

No hay solución para esta ecuación en el conjunto de los números reales.

2. Resuelva la ecuación: $x^2 - 2x + 5 = 0$

Solución:

Aplicando la fórmula de la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$
$b = -2$
$c = 5$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

Tenemos un radical $\sqrt{-16}$ que no corresponde a un número real.
Por lo tanto no hay raíces solución al problema.

3. Resuelva la ecuación: $x^2 - 7x + 12 = 0$

Solución:

Aplicando la técnica de factores:

$(x-4)(x-3) = 0$

Tenemos dos soluciones:

$(x-4) = 0$		$(x-3) = 0$
$x - 4 = 0$	y	$x - 3 = 0$
$x = 4$		$x = 3$

Comprobación:

$x^2 - 7x + 12 = 0$	y	$x^2 - 7x + 12 = 0$
Para $x = 4$		Para $x = 3$
$(4)^2 - 7(4) + 12 = 0$		$(3)^2 - 7(3) + 12 = 0$
$16 - 28 + 12 = 0$		$9 - 21 + 12 = 0$
$28 - 28 = 0$		$21 - 21 = 0$
$0 = 0$		$0 = 0$
Verdadero		*Verdadero*

Lo que queda demostrado.

4. Resuelva la siguiente desigualdad: $-2 \le x - 6 \le x + 1$

Solución:

$$-2 \leq x - 6 \leq x + 1$$
$$-2 + 6 \leq x - 6 + 6 \leq x + 1 + 6$$
$$4 \leq x \leq x + 7$$

Tenemos dos soluciones:

$4 \leq x$ $-x \leq -4$ $x \geq 4$	y	$x \leq x + 7$ $x - x \leq 7$ $0 \leq 7$ *Verdadero*
$4 \leq x \leq \infty$ $[4;\infty)$	y	$0 \leq x \leq 7$ $[0;7]$

5. Resuelva la siguiente desigualdad: $x^2 + 3x + 2 \leq 0$

Solución:

$$x^2 + 3x + 2 \leq 0$$
$$(x+2)(x+1) \leq 0$$

Tenemos dos soluciones.

$(x+2) \leq 0$ $x + 2 \leq 0$ $x \leq -2$	y	$(x+1) \leq 0$ $x + 1 \leq 0$ $x \leq -1$

Hay dos puntos críticos.

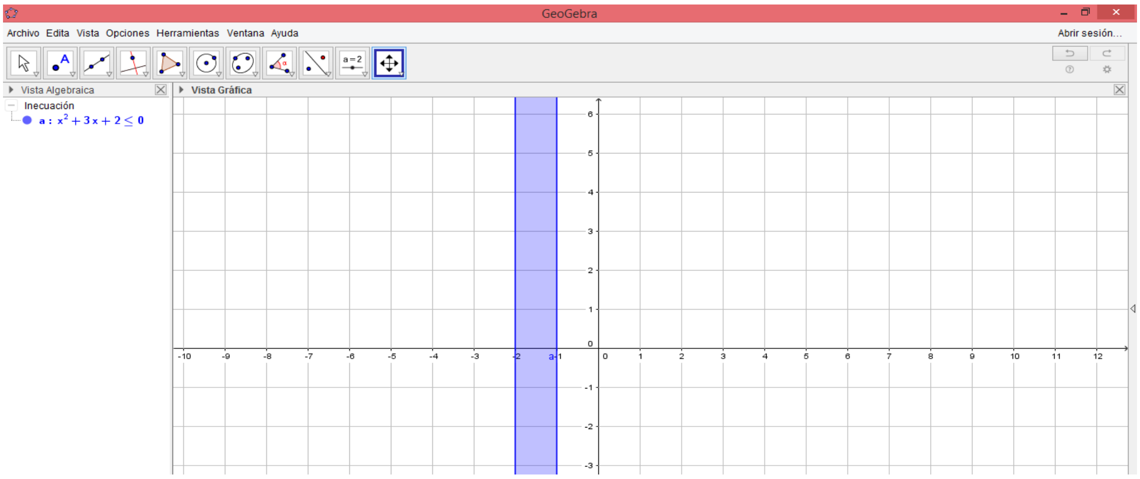
$$x = -2$$
$$x = -1$$

Tenemos como resultado un intervalo cerrado coo solución del problema.

$$-2 \leq x \leq -1$$
$$[-2;-1]$$

Comprobación gráfica:

$$x^2 + 3x + 2 \leq 0$$



6. Resuelva la ecuación: $|x-12| = |4-x|$

Solución:

Tenemos dos procesos para resolver un problema de valor absoluto:

$+(x-12)=(4-x)$ y $-(x-12)=(4-x)$

$$x-12=4-x$$
$$x+x=4+12$$
$$2x=16$$
$$x=\frac{16}{2}$$
$$x=8$$

$$-x+12=4-x$$
$$-x+x=4-12$$
$$0=-8$$
Falso

Tenemos una solución.

$x=8$

Comprobación:

$$|x-12| = |4-x|$$
Para $x=8$
$$|8-12| = |4-8|$$
$$|-4| = |-4|$$
$$4=4$$
Verdadero

Lo que aueda demostrado.

7. Resuelva la siguiente desigualdad: $|x+12| \le 8$

Solución:

Tenemos dos procesos para resolver un problema de valor absoluto:

$$\begin{array}{lcl} +(x+12) \le 8 & & -(x+12) \le 8 \\ x+12 \le 8 & & -x-12 \le 8 \\ x \le 8-12 & \text{y} & -x \le 8+12 \\ x \le -4 & & -x \le 20 \\ & & x \ge -20 \end{array}$$

Tenemos una solución.
$x \le -4$ y $x \ge -20$
Hay dos puntos críticos:

$x = -4$
$x = -20$

Tenemos el siguiente intervalo cerrado como solución al problema:

$x \le -4$

Comprobación:

$|x+12| \le 8$
Para $x = -14$
$|-14+12| \le 8$
$|-2| \le 8$
$4 \le 8$
Verdadero

Lo que aueda demostrado.

8. Dado los puntos $(-4;8)$ y $6(;-12)$

a) Determine el punto medio del segmento de línea que une los puntos.

Solución

$x_1 = -4$ $\qquad y_1 = 8$
$x_2 = 6$ $\qquad y_2 = 2$

$$M = \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 - y_2}{2}$$

$M=(\frac{-4+6}{2};\frac{8-12}{2})=(\frac{2}{2};\frac{-4}{2})=(1;-2)$

Solución:

El punto medio tiene coml solución el par ordenado cuyas coordenadas son:

$x=1$
$y=-2$

b) Determine la distancia que separa los dos puntos.

$x_1=-4$	$y_1=8$	$A(-4;8)$
$x_2=6$	$y_2=2$	$B(6;-12)$

Formula para encontrar la distancia entre dos puntos:

$$d(AB)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

Para nuestro problematenemosque:

$d(AB)=\sqrt{(6-(-4))^2+(-12-8)^2}=\sqrt{(6+4)^2+(-20)^2}=\sqrt{(10)^2+(400)}=\sqrt{100+400}=\sqrt{500}$
$d(AB)=22.36$

Conclusión:

$d(AB)=22.36$

Uleam
UNIVERSIDAD LAICA
ELOY ALFARO DE MANABÍ

ISBN: 978-9942-775-42-9
9789942775429