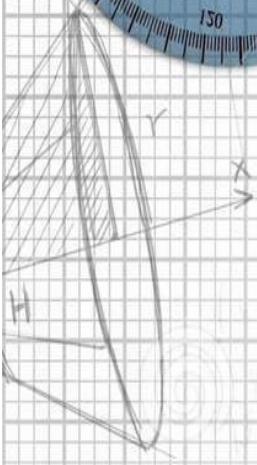
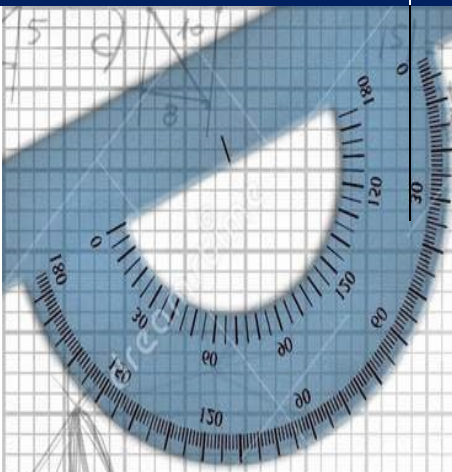


2020

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

Juan Carlos Cevallos Hoppe



$$f'(h) = -\frac{3\pi h^2}{4} + 15\pi$$

$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{5} \vee h = -2\sqrt{5}$$

max: $f(2\sqrt{5})$



$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 + a^2} - a \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} - \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + a^2}} = -\frac{1}{a^2} \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} + C$$



$$x^2 + y^2 \leq 6y$$

$$x^2 + y^2 - 6y \leq 0$$

$$x^2 + (y - 3)^2 \leq 9$$

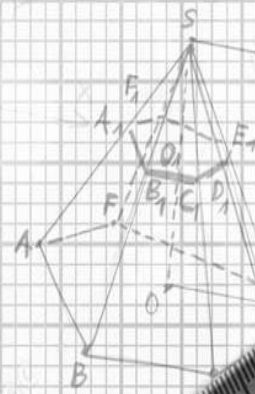
$$V = P(h) = \frac{\pi h^3}{4} + 15\pi h$$

$$P(h) = \frac{\pi h^3}{4} + 15\pi h$$

$$P'(h) = \frac{3\pi h^2}{4} + 15\pi$$

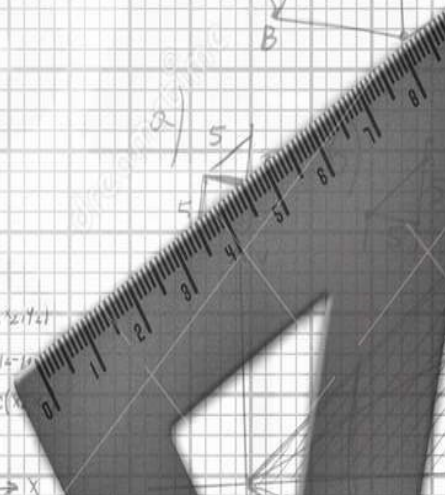
$$P'(h) = 0 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{5}$$

max:



$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$



ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

Juan Carlos Cevallos Hoppe





Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
Ciudadela universitaria vía circunvalación (Manta)
www.uleam.edu.ec

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA
© Juan Carlos Cevallos Hoppe

ISBN: 978-9942-827-44-9
Edición: Primera. Septiembre 2020. Publicación digital

Dr. Fidel Chiriboga Mendoza. PhD

Director de la Editorial Universitaria

Mg. Alexis Cuzme Espinales

Editor General

Mg. Carlos Morales Paredes

Editor de publicaciones Científicas

Mg. José Márquez Rodríguez

Gestor de Diseño Editorial

Ing. Enrique Zambrano Pilay

Gestor Informático y Patentes

Lic. Rossana Cedeño García

Gestora de Redacción y trámites documentales del editorial con los autores.

Lic. Anyela Rivas Cevallos

Secretaria General de la Editorial

Una producción de la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, registrada en la Cámara Ecuatoriana del Libro.

Sitio Web: www.munayi.uleam.edu.ec
Correo institucional: editorial@uleam.edu.ec
Facebook @EditorialUniversitario
Twitter @EdicionesUleam
Teléfonos: 2 623 026 Ext. 255

Toda la información relacionada al contenido del texto es responsabilidad de los autores.

PREFACIO

La Matemática Financiera tiene múltiples aplicaciones para ser utilizadas en cualquier profesión, razón por la cual es necesario que ustedes estudiantes conozcan los principios básicos para el manejo de las diferentes situaciones de orden financiero que se presentan a diario en sus actividades. Por medio de esta propuesta, se presenta una reflexión sobre los procesos de enseñanza de la asignatura, en los diversos programas de Ciencias Sociales (Administración de Empresas, Contabilidad y Auditoría, Comercio Exterior, Finanzas, entre otros).

La estructura de este trabajo, lleva la intencionalidad de que el aprendizaje de la matemática aplicada por parte de los estudiantes, sea más sencillo de captar en relación a otros tipos de información ya editadas, basándonos en la contextualización de los problemas aquí desarrollados, más la simplicidad de su aplicación sin descartar los parámetros matemáticos básicos y sus leyes.

Esta asignatura pretende dar una visión de los diferentes aspectos que conforman las herramientas financieras asociadas fundamentalmente al mundo empresarial, con el fin de poner al alcance tanto profesional como del estudiante, los conocimientos que precisan en esta área tanto desde el punto de vista teórico y como desde el punto de vista práctico.

Es muy importante conseguir que los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para el estudio, la solución de los problemas financieros y en general para una posterior toma de decisiones, correlacionadas en los logros de aprendizajes planteados en las siete unidades de este texto.

La matemática financiera permite al estudiante, formarse en los aspectos básicos de la valoración del rendimiento y diversificación del riesgo de los activos financieros y sus derivados; desarrolla sus capacidades para comprender y analizar críticamente la información financiera. El desarrollo de la misma sirve de referencia teórico - práctica para los responsables de los aspectos financieros de la empresa y por tanto sirve de base para el estudio de las de las diferentes temáticas de un programa formativo centrado en las áreas de inversión y financiación.

ORGANIZACIÓN

En este texto, presenta una primera unidad donde se describe el estudio del interés simple utilizando los conceptos fundamentales del valor del dinero en el tiempo, aplicados a la realidad de manera lógica y ordenada en sus procedimientos. En el sistema capitalista es muy común la compra de bienes o servicios mediante el método de las ventas a créditos. Casi todos los seres humanos utilizamos este método cuando deseamos adquirir un bien o servicio y el dinero no nos alcanza para conseguirlo mediante el pago de contado, para ello revisaremos los saldos deudores

En la unidad dos se analizará el Interés Compuesto, su conocimiento y manejo del mismo es necesario en las operaciones financieras a largo plazo, en operaciones de inversiones de capital, en los cálculos del monto, del interés y del tiempo. Este tipo de interés se capitaliza de acuerdo con el tiempo medido en períodos de capitalización o conversión. Igualmente el concepto y aplicación del valor actual es básico en el interés compuesto para manejar en documentos e inversiones financieras en largo plazo.

La unidad tres describe a los descuentos, tanto a interés simple como compuesto de los documentos financieros utilizando fórmulas apropiadas, aplicados a la realidad indicando coherencia en sus procedimientos.

En la unidad cuatro se verifican la consistencia matemática de las anualidades en la estructuración de los productos financieros. Las anualidades son un proceso que se utiliza todos los días para resolver ejercicios de matemática financiera, se identifica con muchos procesos y por eso su importancia. Además, también se hará revisión a una forma de anualidad llamada gradientes

La unidad cinco se formulan resoluciones de problemas y casos de amortizaciones de deudas aplicados en la realidad empresarial y laboral. En el ámbito comercial la necesidad de obtener bienes o artículos en diferido hace importante al estudio de las amortizaciones, principalmente la de orden gradual. La forma como saldar principalmente las rentas, su distribución y los valores de intereses, en cada capitalización mensual.

La unidad seis se hace una revisión general en el sistema financiero con las principales normas e instituciones que la conforman, y los principales documentos financieros, tanto de la renta fija como variable. Dentro de estos documentos se analizarán los conceptos y cálculos vinculados a los distintos tipos de bonos que circulan en los mercados.

En la unidad siete hace una breve revisión de los Indicadores Financieros, enfatizando la solución de problemas y casos, empleando la teoría de indicadores financieros para la toma de decisiones en proyectos de inversión, destacándose como una herramienta importante dentro del desarrollo empresarial.

Juan Carlos Cevallos Hoppe

ÍNDICE

UNIDAD I..... 6

1. INTERÉS SIMPLE..... 6

1.1. Logro de aprendizaje de la unidad..... 6

1.2. Objetivo..... 6

1.3. Definición..... 6

1.4. Cálculo del interés: 7

1.4.1. Elementos: 7

1.4.2. Fórmulas del interés simple..... 7

1.5. Análisis de la tasa de interés simple 7

1.6. Análisis del tiempo en el interés simple..... 8

1.6.1. Problemas resueltos sobre interés simple 9

1.7. Cálculo del Capital; Tasa de interés y el Tiempo en el Interés Simple.12

1.8. Cálculo del Monto en el Interés Simple13

1.9. Valor Actual en el Interés Simple.....14

1.10. Ejercicios propuestos18

1.11. Ecuaciones de valor en el interés simple.....18

1.12. 1.12. Problemas propuestos23

UNIDAD II..... 24

2.- INTERÉS COMPUESTO24

2.1. Logro de aprendizaje de la unidad.....24

2.2. Objetivo.....24

2.3. Definición.....24

2.4. Fórmula para el interés compuesto.....25

2.4.1. Factores financieros a partir del interés compuesto:25

2.4.2. Diferencia entre Interés simple y compuesto26

2.5. Análisis del tiempo30

2.6. Valor futuro con períodos fraccionarios32

2.7. Fórmula de equivalencia: Tasa nominal - Tasa efectiva36

2.7.1. Relaciones y Fórmulas36

2.7.1.1. Conversión de Tasa Nominal a Tasa efectiva36

2.7.1.2. Conversión de Tasa Efectiva a Tasa nominal37

2.7.1.3. Tasas equivalentes; conversión entre Tasas Nominales38

2.8. Cálculo del tiempo en interés compuesto39

2.9. Valor Actual en el interés compuesto (VAN)	41
2.9.1. Valor actual neto con periodos fraccionado.....	42
UNIDAD III.....	47
3. DESCUENTO	45
3.1. Logro de aprendizaje de la unidad.....	45
3.2. Objetivo.....	45
3.3. Definición.....	45
3.4. Descuento Racional.....	45
3.5. Descuento bancario; comercial o bursátil	47
3.5.1. Fórmulas para el cálculo del descuento bancario	48
3.5.2. Tasa de interés simple equivalente a una tasa de descuento.....	48
3.5.3. Tasa de descuento equivalente a una tasa de interés	49
3.6. Ejercicios propuestos:	49
UNIDAD IV.....	53
4. ANUALIDADES	51
4.1. Logro de aprendizaje de la asignatura	51
4.2. Objetivo.....	51
4.3. Definición.....	51
4.4. Tipos de Anualidades	51
4.4.1. De acuerdo al tiempo	52
4.4.2. De acuerdo con los intereses.....	52
4.4.3. De acuerdo a los pagos	52
4.4.4. De acuerdo con el momento que iniciamos.....	53
4.4. Valor Futuro de una Anualidad	53
4.5. Valor Actual de una anualidad.....	53
UNIDAD V.....	62
5.- AMORTIZACIÓN	62
5.1. Logro de aprendizaje de la unidad.....	62
5.2. Objetivo.....	62
5.3. Definición.....	62
5.4. Fondos de amortización.....	76
5.4.1. Componentes del formato del Fondos de Amortización	76
5.5. Préstamos hipotecarios	79
5.5.1. Tipos de tasa de interés para la amortización de créditos hipotecarios	79
5.6. Ejercicios Propuestos	85

UNIDAD VI	87
6. EL SISTEMA FINANCIERO Y EL MERCADO DE CAPITALES.....	87
6.1. Logro de aprendizaje de la unidad.....	87
6.2. Objetivo.....	87
6.3. El Sistema Financiero	87
6.3.1. Clasificación de las entidades financieras.....	87
6.4. El mercado de capitales.....	88
6.4.1. Documentos Financieros:	88
6.4.2. Clasificación de los documentos financieros:	88
6.4.3. Documentos de Renta Fija	89
6.4.4. Documentos de rentas variables	90
6.5. Bonos	92
6.5.1. Fórmula para calcular el precio de un bono	93
6.5.2. Elementos o partes de un bono:	93
UNIDAD VII.....	99
7. INDICADORES DE EVALUACION FINANCIERA.....	99
7.1. Logro de aprendizaje de la asignatura	99
7.2. Objetivo.....	99
7.3. Definición.....	99
7.4. VAN (VALOR ACTUAL NETO)	99
7.4.1. Fórmulas	99
7.5. TIR (TASA INTERNA DE RETORNO)	99
7.5.1. Representación de la TIR.....	100
7.5.2. Fórmula con base el VAN	100
7.5.3. Fórmula de la TIR por interpolación	100
8. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	106
ANEXO FORMULAR.....	115

UNIDAD I

1. INTERÉS SIMPLE

1.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el estudiante identifica con pertenencia las variables presentes en las fórmulas del interés simple y el valor del dinero a través del tiempo.

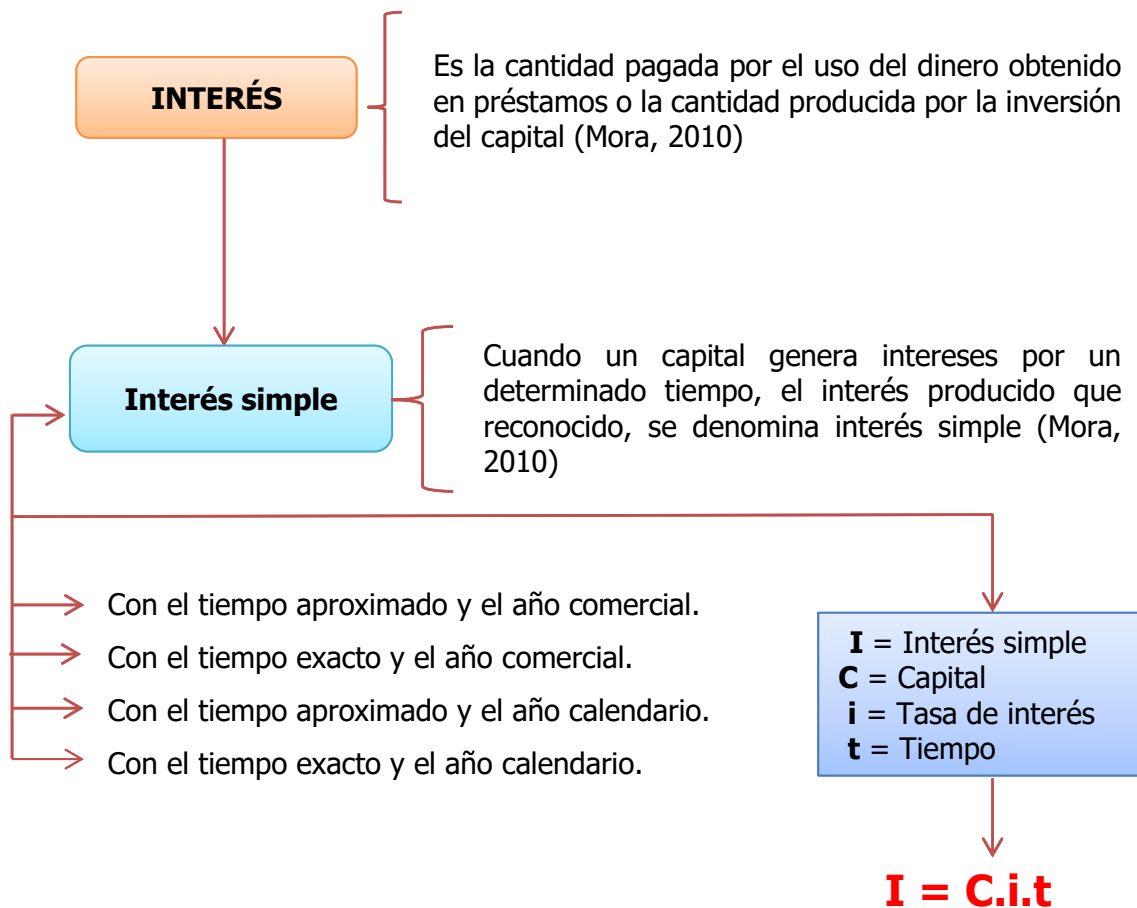
1.2. Objetivo

Enseñar al estudiante los factores que entran en juego en el cálculo del interés simple y suministrar herramientas necesarias para aplicación y solución de problemas frecuentes en el campo financiero.

1.3. Definición

Interés es el alquiler o rédito que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo. Las leyes de cada país rigen los contratos y relaciones entre prestatarios y prestamistas (Ayres, Frank, 2001).

Por un dinero tomado en préstamo es necesario pagar un precio. Este precio se expresa mediante una suma que se debe pagar por cada unidad de dinero prestado, en una unidad de tiempo estipulada.



1.4. Cálculo del interés:

El interés o rédito que se paga por una suma de dinero tomada en préstamo, depende de las condiciones contractuales y varía en razón directa con la cantidad de dinero prestada y con el tiempo de duración del préstamo.

1.4.1. Elementos:

Los elementos pertenecientes a las formulaciones del interés simple, tienen la siguiente nomenclatura.

a) Capital (P) (C) (Co) = es la cantidad de dinero que se invierte.

b) Tiempo (t) = es el plazo de la inversión

c) Interés (I) = es la utilidad o el rédito de la inversión

d) Tasa de interés (i) (r) = es el porcentaje dividido para 100 y expresado en forma decimal

e) Monto o Valor Futuro (VF) (S) (M) = capital más interés

1.4.2. Fórmulas del interés simple

Las dos fórmulas básicas son:

$$I_s = C \cdot i \cdot t \qquad VF = C(1 + i \cdot t)$$

De donde:

I = Interés o utilidad

C = Capital

i = Tasa de interés

t = Tiempo

VF = Monto simple

Podemos despejar de la fórmula del interés simple cada una de las variables en juego.

1.5. Análisis de la tasa de interés simple

En el interés simple se utilizan las siguientes tasas de interés.

a) Tasa anual

b) Tasa semestral

c) Tasa trimestral

d) Tasa mensual

1.6. Análisis del tiempo en el interés simple

El tiempo tiene una relación directa con la tasa de interés, entonces la el cuadro representativo puede ser muy conveniente.

Tiempo \ Tasa de interés	Años	Meses	Días
Anual	1	12	360/365
Semestral	2	6	180
Trimestral	4	3	90
Mensual	12	1	30
Diario	360/365	30	1

a) Si la tasa es anual, el número de días solicitado por el cliente se divide para 360 o para 365 días. Si se divide para 360 días se calcula el interés simple ordinario o comercial. Y si se divide para 365 días se calcula el interés simple exacto.

b) Si la tasa es semestral, el número de días solicitado por el cliente se divide para 180, se calcula el interés simple ordinario.

c) Si la tasa es trimestral, el número de días solicitado por el cliente se divide para 90

d) Si la tasa es mensual, el número de días solicitado por el cliente se divide para 30

Si el tiempo está en meses, se procede de la siguiente manera:

a) Si la tasa es anual, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 12

b) Si la tasa es semestral, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 6.

c) Si la tasa es trimestral, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 3.

d) Si la tasa es mensual, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 1.

Además, las entidades financieras como los bancos, mutualistas y las cooperativas de ahorro y crédito; calculan el tiempo exacto transcurrido entre la fecha de inicio de la inversión y la fecha de vencimiento de la misma de la siguiente manera.

Ejemplo:

Calcular los días transcurridos entre el 3 de septiembre de un año y el 15 de abril del año siguiente. 15

$$\begin{aligned} \text{Diferencia entre los números de días} &\Rightarrow F_2 - F_1 \\ &15 - 3 = 12 \end{aligned}$$

Número correspondiente a la intersección septiembre y abril = 212

$$21 + 12 = 224$$

Calcular los días que hay entre el 18 de marzo y el 10 de noviembre del mismo año.

$$\begin{aligned} \text{Diferencia entre los días} &\Rightarrow F_2 - F_1 \\ &10 - 18 = -8 \end{aligned}$$

Número correspondiente a la intersección de marzo y marzo = 245

$$245 - 8 = 237$$

Ejercicios propuestos:

- Calcular el tiempo exacto transcurrido entre el 2 de febrero y el 22 de octubre de un mismo año
- Calcular el tiempo exacto transcurrido entre el 8 de agosto y el 13 de noviembre de un mismo año.

1.6.1. Problemas resueltos sobre interés simple

Calcular el interés simple exacto y ordinario que produce un capital de 8 500 dólares al 10.2% de interés anual, desde el 12 de marzo al 18 de julio de un mismo año.

Datos

$$\begin{aligned} I &= ? \\ C &= 8\,500 \text{ USD} \\ I &= 0,102 \\ F_1 &= 12 \text{ marzo} \\ F_2 &= 18 \text{ julio} \end{aligned}$$

Solución

$$\begin{aligned} I &= C \cdot i \cdot t \\ I_0 &= 8.500(0.102) \frac{128}{360} \\ I_0 &= 308,27 \text{ USD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_r &= 8500(0.102) \frac{128}{365} \\ I_r &= 304.04 \text{ USD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 - F_1 &\Rightarrow 18 - 12 = 6 \\ \# \text{ días} &= 122 + 6 = 128 \end{aligned}$$

Calcular el interés simple exacto y ordinario que produce un capital de 12.000 USD al 11.54% de interés anual durante 180 días.

Datos

I = ? **Solución**
 C = 12 000 USD
 i = 0,1154
 t = 180 días

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I_0 = 12.000(0.1154) \frac{180}{360}$$

$$I_0 = 692,50USD$$

$$I_r = 12.000(0.1154) \frac{180}{365}$$

$$I_r = 682,91USD$$

Calcular el interés simple que produce un capital de 21.000 USD al 4.5% de interés semestral durante 150 días.

Datos

I = ?
 C = 21.000 USD
 i = 0,115
 t = 150 días

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 21.000(0.045) \frac{150}{180}$$

$$I = 787,50USD$$

Calcular el interés simple que produce un capital de 2.000 USD al 6.4% de interés trimestral durante 130 días.

Datos

I = ?
 C = 2 000 USD
 i = 6,4%
 t = 130 días

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 2.000(0.064) \frac{130}{90}$$

$$I = 184,89USD$$

Calcular el interés simple que produce un capital de 33.500 USD al 1.2% de interés mensual durante 115 días.

Datos	Solución
$I = ?$	$I = C \cdot i \cdot t$
$C = 33\,500 \text{ USD}$	$I = 33.500(0.012)\frac{115}{30}$
$i = 0,012$	$I = 1.541,00\text{USD}$
$t = 115 \text{ días}$	

Calcular el interés simple exacto y ordinario que produce un capital de 20 000 USD al 7.5% de interés anual durante 190 días.

Datos	Solución
$I = ?$	$I = C \cdot i \cdot t$
$C = 120\,000 \text{ USD}$	$I_0 = 20000(0.075)\frac{190}{360}$
$i = 0,075$	$I_0 = 791.67\text{USD}$
$t = 190 \text{ días}$	
$I_r = 20000(0.075)\frac{190}{365}$	
$I_r = 780.82\text{USD}$	

Calcular el interés simple que produce un capital de 24 000 USD al 12.5% de interés semestral durante 135 días.

Datos	Solución
$I = ?$	$I = C \cdot i \cdot t$
$C = 24000 \text{ USD}$	$I = 24000(0.125)\frac{135}{180}$
$i = 0,124$	$I = 2250.00\text{USD}$
$t = 135 \text{ días}$	

Calcular el interés simple que produce un capital de 2 500 USD al 3.8% de interés trimestral durante 180 días.

Datos	Solución
$I = ?$	$I = C \cdot i \cdot t$
$C = 2500 \text{ USD}$	$I = 2500(0.038)\frac{180}{90}$
$i = 0,038$	$I = 190.00\text{USD}$
$t = 180 \text{ días}$	

1.7. Cálculo del Capital; Tasa de interés y el Tiempo en el Interés Simple.

Recordamos que la tasa de interés y el tiempo manejan una relación directa y por ende influyen sobre el capital. Destacamos además ejercicios, acerca de estas variables y el despeje de la fórmula principal del interés simple.

Ejercicios:

¿Qué capital se debe invertir al 1,4% anual para que produzca un interés de 485 USD en 106 días?

Solución

Datos

$$\begin{aligned} I &= 485 \\ C &= ? \\ i &= 0.014 \\ t &= 106 \text{ días} \end{aligned}$$

$$I = C \cdot i \cdot t \quad \text{Despejado:} \quad C = \frac{I}{i \cdot t}$$

$$C = \frac{485}{0.014 \left(\frac{106}{360} \right)}$$

$$C = 117654.99 \text{ USD}$$

Determine el valor del capital que genera un interés de 2 016 USD durante 180 días a una tasa de interés del 12% mensual.

$$Is = C \cdot i \cdot t$$

Datos:

$$\begin{aligned} C &=? \\ i &= 12\% \\ t &= 180 \text{ días} \\ m &= 30 \end{aligned}$$

$$C = \frac{Is}{i \cdot \frac{t}{m}} ; \quad i = \frac{Is}{C \cdot \frac{t}{m}} ; \quad t = \frac{Is \cdot m}{C \cdot i}$$

$$C = \frac{Is}{i \cdot \frac{t}{m}}$$

$$C = \frac{2\,016}{0.12 \cdot \left(\frac{180}{30} \right)}$$

$$C = \frac{2\,016}{0.12 \cdot (6)}$$

$$C = \frac{2\,016}{0.72}$$

$$C = 2800 \text{ USD}$$

A qué tasa de interés mensual se coloca un capital de 2 800 USD, durante 180 días, para que produzca 2 016 USD en 180 días. (del ejercicio anterior)

Datos

$$\begin{aligned} i &=? \\ C &= 2\,800 \text{ USD} \\ t &= 180 \text{ días} \\ m &= 30 \end{aligned}$$

$$i = \frac{Is}{C \cdot \frac{t}{m}}$$

$$i = \frac{2\,016}{2800 \cdot \frac{180}{30}}$$

$$i = \frac{2\,016}{2800 \cdot (6)}$$

$$i = \frac{2\,016}{16\,800}$$

$$i = 0.12 (100)$$

$$i = 12\%$$

I= 2 016 USD

¿En qué tiempo un capital de 2 800 USD, ganará un interés de 2 016 USD, al 12% mensual?.

Datos

t= ¿?

C= 2 800 USD

i= 12%

m= 30

$$t = \frac{I \cdot m}{C \cdot i}$$

$$t = \frac{2\,016 \cdot 30}{2\,800 \cdot (0.12)}$$

$$t = \frac{60\,480}{336}$$

$$t = 180 \text{ días}$$

¿En qué tiempo un capital de 35 400 USD al 9,85 % de interés anual produce un interés de 950 USD?

Solución

Datos

I = 950

C = 35 400

i = 0.0985

t = ?

$$t = \frac{I}{C \cdot i}$$

$$i = \frac{950}{35\,400 \left(\frac{0.0985}{360} \right)}$$

$$i = 98 \text{ días}$$

1.8. Cálculo del Monto en el Interés Simple

El planteamiento de los problemas económicos - financieros, se desarrolla en torno a dos conceptos básicos: CAPITALIZACIÓN Y ACTUALIZACIÓN.

El concepto de capitalización se refiere al estudio del valor, en fecha futura o monto que se obtendrá o en que se convertirán los capitales colocados en fechas anteriores. El concepto de actualización se refiere al estudio del valor en la fecha actual o presente de capitales que se recibirán en fecha futura.

Ejercicios:

Calcular el monto que produce un capital de 9 700 USD al 2,68% de interés anual durante 270 días

Solución

Datos

VF = ?

C = 9700

i = 0.0268

t = 270

$$VF = C(1 + i \cdot t)$$

$$VF = 9700 \left[1 + 0.0268 \left(\frac{270}{360} \right) \right]$$

$$VF = 7469.97 \text{ USD}$$

Calcular el monto de un capital de 2800 USD, a 180 días, con una tasa de interés del 12% mensual

$$\begin{aligned}M &= C + I \\M &= 2\,800 + 2\,016 \\M &= 4\,816\end{aligned}$$

Fórmula de monto simple

$$\begin{aligned}VF &= C (1 + i \cdot T) \\VF &= 2\,800 \left(1 + 0.12 \left(\frac{180}{30} \right) \right) \\VF &= 2\,800 (1 + 0.12(6)) \\VF &= 2\,800 (1 + 0.72) \\VF &= 2\,800 (1.72) \\VF &= 4\,816 \text{ USD}\end{aligned}$$

1.9. Valor Actual en el Interés Simple

Es el valor del dinero traído desde una fecha futura al día de hoy. No nos olvidemos que aquí ponemos de manifiesto la actualización.

Se utiliza para:

- Calcular el capital que se debe invertir cuando se desea obtener un monto determinado
- Se utiliza para calcular la compra – venta de documentos negociables o interese simple
- Se utiliza para calcular la reliquidación de los intereses cuando el deudor paga antes de la fecha de vencimiento.

Su fórmula fraccionaria es: $VA = \frac{VF}{1 + i \cdot t}$

En forma lineal es: $VA = VF (1 + i \cdot t)^{-1}$

Ejercicios

Calcular el capital que se debe invertir al 13% de interés anual para acumular un monto de 15 000 USD en 260 días.

Solución

Datos

M = 15.000
 VA = ?
 i = 0.13
 t = 260 días

$$VA = M(1 + i \cdot t)$$

$$VA = \frac{15.000}{1 + 0.13 \left(\frac{260}{360} \right)}$$

$$VA = 13.712,54USD$$

Calcular el capital que se debe invertir al 5.50% de interés semestral para acumular un monto de 18.900 USD en 210 días.

Solución

Datos

M = 18.900
 VA = ?
 i = 0.055
 t = 210 días

$$VA = M(1 + i \cdot t)$$

$$VA = \frac{18.900}{1 + 0.055 \left(\frac{210}{180} \right)}$$

$$VA = 17.760,38USD$$

El valor de un documento "al final" de 210 días es de 51 450 USD. Calcular su VA faltando 90 días para su vencimiento, con un rendimiento en la inversión del 15.34% de interés anual.

Al criterio al final de plazo de la inversión se paga el capital más los intereses y se denomina el MONTO. La frase "faltando 90 días para su vencimiento" es el tiempo que falta para el vencimiento.

Tómese en cuenta que el valor actual se calcula con el tiempo que falta para el vencimiento, no con el tiempo que ha transcurrido.

Solución

Datos

M = 51 450
 VA = ?
 i = 15,34%(0.1534)
 t_1 = 210 días
 t_2 = 90 días

$$VA = M(1 + i \cdot t_2)$$

$$VA = \frac{51.450}{1 + 0.1534 \left(\frac{90}{360} \right)}$$

$$VA = 49.549,77USD$$

Se firma un documento por 22 300 USD al 10.24% de interés anual con un plazo de 190 días. Calcular su valor actual faltando 50 días para su vencimiento con una tasa de interés del 10.8% anual.

Tómese en cuenta la frase "se firma un documento", porque cuando sucede aquello con un documento negociable se hace constar el capital

Solución

Datos

$$\begin{aligned}
 C &= 22.300 \\
 VA &= ? \\
 i_2 &= 10,8\%(0.108) \\
 t_1 &= 190 \\
 t_2 &= 50 \text{ días} \\
 i_1 &= 10,24\%(0.1024)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VA &= M(1 + i_2 \cdot t_2) \\
 M &= C(1 + i_1 \cdot t_1) \\
 M &= 22.300 \left[1 + 0.1024 \left(\frac{190}{360} \right) \right] \\
 M &= 23.505,19 \text{USD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VA &= \frac{23.505,19}{1 + 0.108 \left(\frac{50}{360} \right)} \\
 VA &= 23.157,82 \text{USD}
 \end{aligned}$$

Nota.- Obsérvese que primero tuvimos que calcular el monto de la operación porque en los datos no existe este valor, para eso se utiliza t_1, i_1 conociendo el monto ya se puede hallar su valor actual.

Se firma un documento por 24.700 USD al 4.25% de interés semestral con un plazo de 150 días. Calcular su valor actual faltando 90 días para su vencimiento con un rendimiento en la inversión del 4.95% de interés semestral.

Solución

Datos

$$\begin{aligned}
 C &= 24.700 \\
 VA &= ? \\
 i_2 &= 0.0495 \\
 t_1 &= 150 \\
 t_2 &= 90 \text{ días} \\
 i_1 &= 0.0425
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VA &= M(1 + i_2 \cdot t_2) \\
 M &= C(1 + i_1 \cdot t_1) \\
 M &= 24.700 \left[1 + 0.0425 \left(\frac{150}{180} \right) \right] \\
 M &= 25.574,79 \text{USD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VA &= \frac{25.574,79}{1 + 0.0495 \left(\frac{90}{180} \right)} \\
 VA &= 24.957,10 \text{USD}
 \end{aligned}$$

Se firma un documento por 15 000 USD al 10% de interés anual con un plazo de 120 días. Calcular su valor actual después de haber transcurrido 90 días desde la suscripción del documento del 10.8% de interés anual.

Datos	Solución
C = 15.000	$VA = M(1 + i \cdot t_2)$
VA = ?	$M = C(1 + i_1 \cdot t_1)$
$i_2 = 10,8\%(0.108)$	$M = 15000 \left[1 + 0.10 \left(\frac{120}{360} \right) \right]$
$t_1 = 120$	$M = 15.500USD$
$t = 90 \text{ días}$	$VA = \frac{15.500}{1 + 0.108 \left(\frac{90}{360} \right)}$
$i_1 = 10\%(0.10)$	$VA = 15.092,50USD$
$t_2 = t_1 - t$	
$t_2 = 120 - 90$	
$t_2 = 30$	

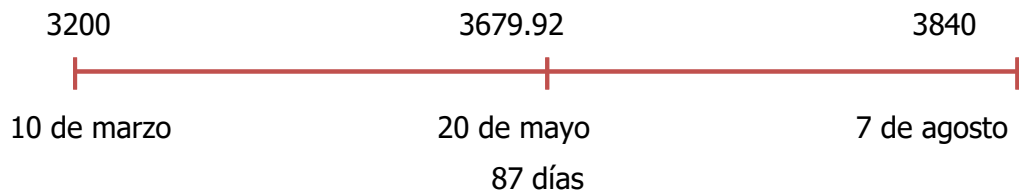
Se suscribió un documento el 10 de marzo con un valor de 3200 usd, con vencimiento en 150 días a una tasa de interés del 4% mensual desde su suscripción, es negociado el 20 de mayo del mismo año a una tasa de interés del 18% anual.

Datos:

C= 3200

i mensual= 4%

i anual= 18%



03 - 21	03 - 13
04 - 30	04 - 30
05 - 31	05 - 20
06 - 30	63
07 - 31	
08 - 07	
150	

$$VF = VA (1+it)$$

$$VF = 3200 (1+0.04 (150/30))$$

$$VF = 3200 (1+0.04 (5))$$

$$M = 3200 (1+0.20)$$

$$VF = 3840 \text{ USD}$$

$$VA = VF (1+it)^{-1}$$

$$VA = 3840 (1+0.18 (87/360))^{-1}$$

$$VA = 3840 (1.0435)^{-1}$$

$$VA = 3679.92 \text{ USD}$$

1.10. Ejercicios propuestos

- 1) Calcular el interés que gana un capital de 340 000 USD al 23% anual durante 280 días.
- 2) Calcular el interés que gana un capital de 55 000 USD a una tasa de interés del 18% anual, del 1 de abril al 1 de octubre del mismo año.
- 3) ¿En qué tiempo se convertirá en 43 000 USD un capital de 180 000 USD colocando al 8,3% mensual?
- 4) ¿A qué tasa de interés anual se colocó un capital de 600 000 USD para que se convierta en 340 000 USD en 210 días?
- 5) ¿A qué tasa de interés mensual un capital de 350 000 USD será $\frac{1}{4}$ parte más en 299 días?
- 6) ¿A qué tasa de interés semestral debe colocarse un capital de 123 000 USD para que produzca 40 000 USD en 270 días?
- 7) Calcular el valor actual de un pagaré de 122 000 USD con vencimiento en 170 días.
 - a) El día de hoy con el 12% de interés anual
 - b) Dentro de 30 días con el 12% de interés mensual
 - c) Dentro de 90 días con el 12% de interés semestral
 - e) Dentro de 180 días con el 12% de interés trimestral.
- 8) Se necesita conocer anual fue la suma de dinero que colocada al 7% de interés semestral, produjo 95 000 USD en 11 meses.
- 9) Una empresa pagó 85 600 USD en intereses por un pagaré de 650 000 USD al 18% anual. ¿Calcular el tiempo transcurrido y el monto?

1.11. Ecuaciones de valor en el interés simple

Una ecuación de valor se utiliza para calcular la consolidación de dos o más deudas. Existen diferentes maneras de efectuar consolidaciones, razón por la cual no es posible establecer una sola fórmula para resolver estos ejercicios.

Sin embargo, es necesario analizar dos frases muy utilizadas en el desarrollo de estos ejercicios son:

“El día de hoy”. Es el día en el cual el dueño de la empresa o el gerente financiero solicita la consolidación en la recta de los tiempos se le presenta con el cero.

“Fecha focal”. Es la fecha en la cual las deudas que tiene la empresa deben quedar canceladas

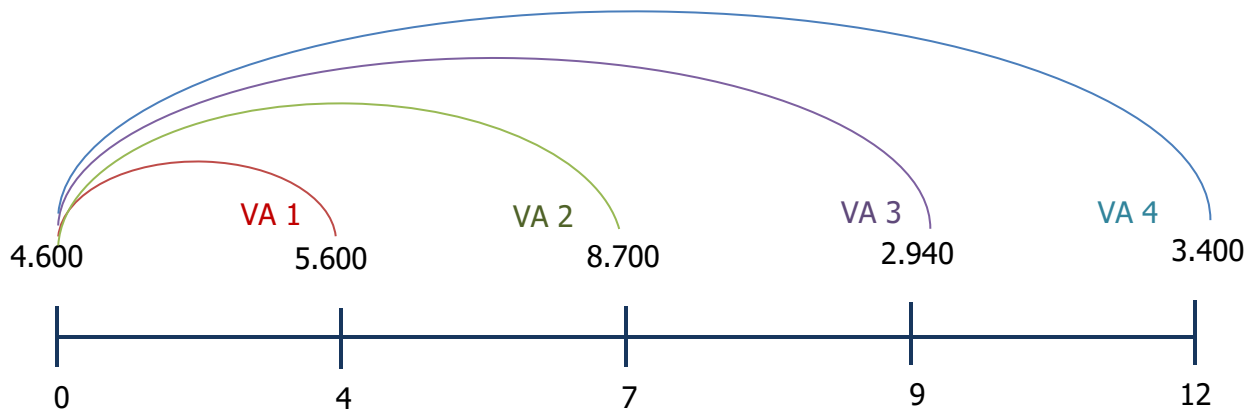
Problemas

La empresa STRECH S.A adquiere las siguientes deudas: 4 600 USD el día de hoy; 5 600 USD a los 4 meses, 8 700USD a los 7 meses, 2 940 USD a los 9 meses y 3400 USD a los 12 meses. Conviene saldar la deuda al día de hoy, al vencimiento y a los 5 meses de adquirida la deuda al 8,62% anual.

Al día de hoy:

Datos:

$i = 8,62\%$ anual



F.F.

P

$$P = C + VA1 + VA2 + VA3 + VA4$$

$$P = C + M1(1 + it)^{-1} + M2(1 + it)^{-1} + M3(1 + it)^{-1} + M4(1 + it)^{-1}$$

$$P = 4600 + 5600[1 + (0,0862)(\frac{4}{12})]^{-1} + 8700[1 + (0,0862)(\frac{7}{12})]^{-1} + 2940[1 + (0,0862)(\frac{9}{12})]^{-1} + 3400[1 + (0,0862)(\frac{12}{12})]^{-1}$$

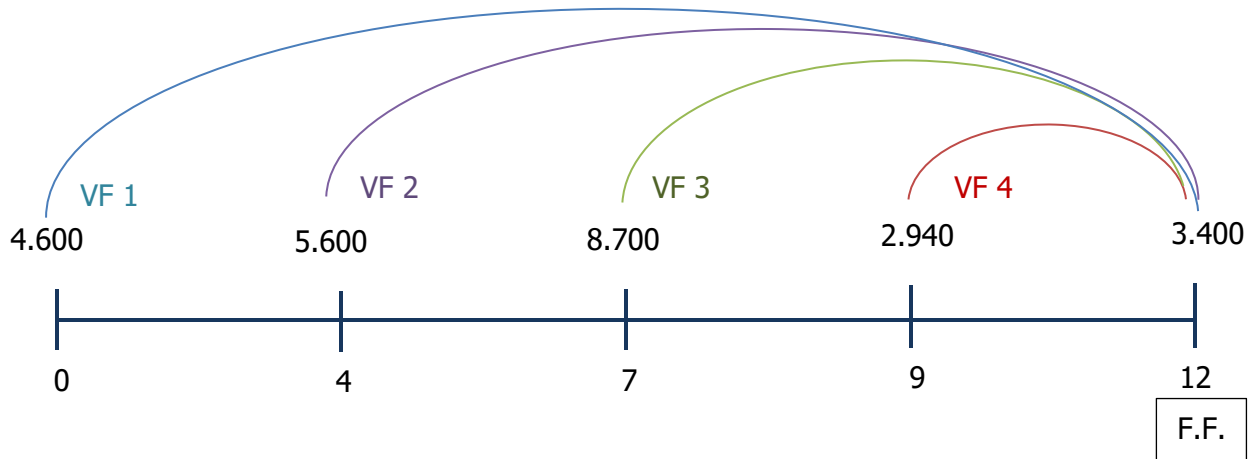
$$P = 4600 + 5443,59 + 8283,48 + 2761,47 + 3130,18$$

$$P = 24218,72 \text{ USD}$$

Al vencimiento:

Datos:

$i = 8,62\%$ anual



$$P = VF1 + VF2 + VF3 + VF4 + C$$

$$P = C1(1 + it) + C2(1 + it) + C3(1 + it) + C4(1 + it) + C$$

$$P = 4600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{12}{12} \right) \right] + 5600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{8}{12} \right) \right] + 8700 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{5}{12} \right) \right] + 2940 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{3}{12} \right) \right] + 3400$$

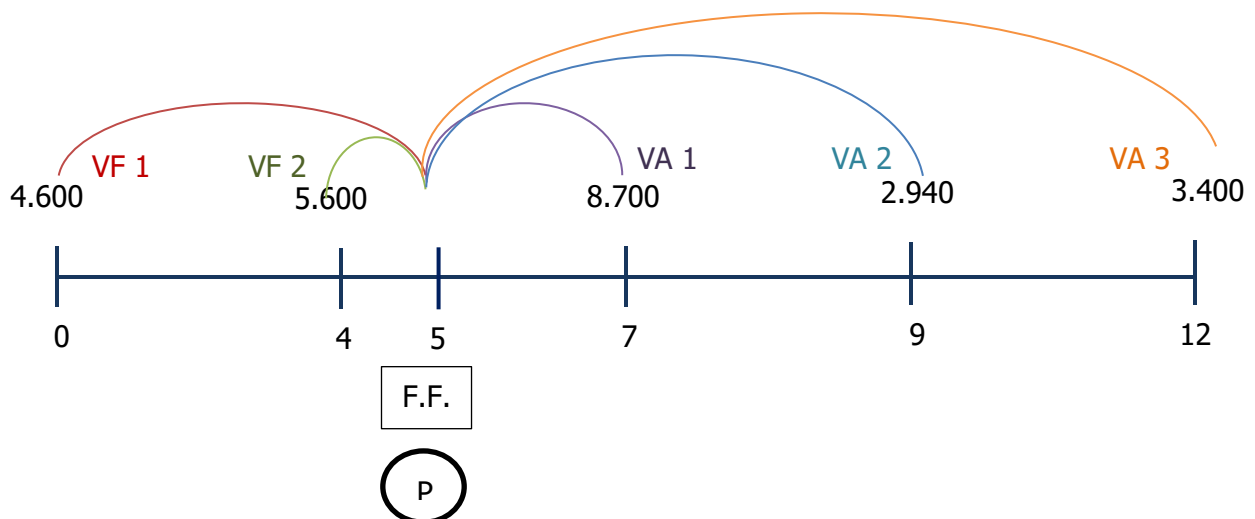
$$P = 4996,52 + 5921,81 + 9012,48 + 3003,38 + 3400$$

$$P = 26334,19 \text{ USD}$$

A los 5 meses de adquirida la deuda:

Datos:

$i = 8,62\%$ anual

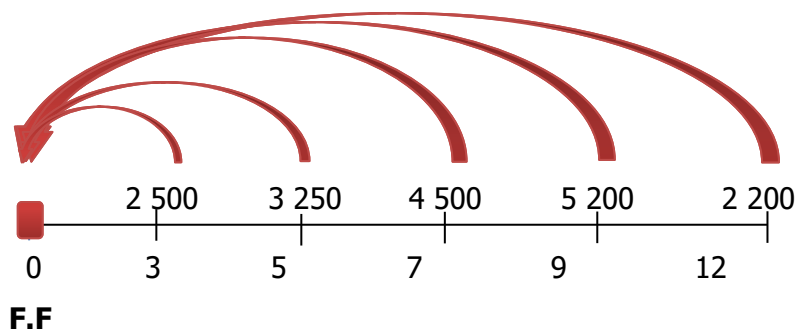


$$\begin{aligned}
 P &= VF1 + VF2 + VA1 + VA2 + VA3 \\
 P &= C1(1 + it) + C2(1 + it) + M1(1 + it)^{-1} + M2(1 + it)^{-1} + M3(1 + it)^{-1} \\
 P &= 4600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{5}{12} \right) \right] + 5600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{1}{12} \right) \right] + 8700 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{2}{12} \right) \right]^{-1} \\
 &\quad + 2940 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{4}{12} \right) \right]^{-1} + 3400 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^{-1} \\
 P &= 4765,22 + 5640,23 + 8576,78 + 2857,88 + 3237,22 \\
 P &= 25077,33 \text{ USD}
 \end{aligned}$$

Nota: Vale la pena aclarar que en este tipo de ejercicios se puede utilizar la tasa anual, semestral, trimestral o la tasa mensual.

La empresa Fresh consolida 5 deudas detalladas a continuación: 2 500 UM a 3 meses de plazo; 3 250 UM a 5 meses de plazo; 4 500 UM a 7 meses de plazo; 5 200 UM a 9 meses de plazo; 2 200 UM al final del plazo. El condicionamiento determina que el efecto redituable es del 8.03% anual.

Realice un problema con la fecha focal al día de hoy, un ejercicio con fecha focal al final del plazo y un ejercicio con fecha focal a los 6 meses.

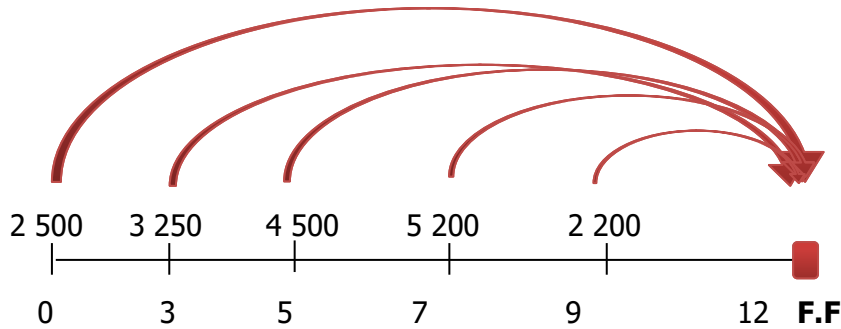


$$P = 2500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right]^{-1} + 3250 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{5}{12} \right) \right]^{-1} + 4500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^{-1} + 5200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{9}{12} \right) \right]^{-1} + 2200 \left[1 + (0.0803) (1) \right]^{-1}$$

$$P = 2\,450.80 + 3\,144.78 + 4\,298.64 + 4\,904.62 + 2\,036.47$$

$$P = 16\,835.31 \text{ UM}$$

Ecuación de valor al final del plazo

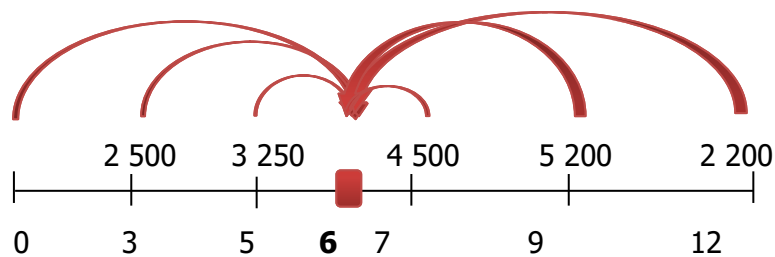


$$P=2500[1+(0.0803) (9/12)] +3250[1+(0.0803) (7/12)] +4500[1+(0.0803) (5/12)] +5200[1+ (0.0803) (3/12)] +2200$$

$$P=2\ 650.56+3\ 402.23+4\ 650.56+5\ 304.39+2\ 200$$

$$P=18\ 207.74\ \text{UM}$$

Ecuación de valor al periodo seis.



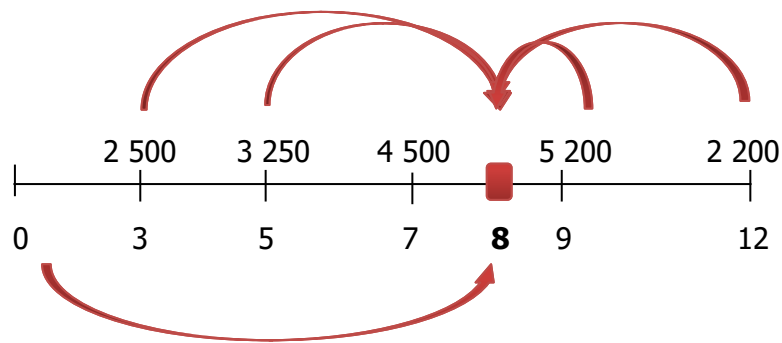
$$P=2500[1+(0.0803) (3/12)]+3250[1+(0.0803) (1/12)]+4500[1+(0.0803) (1/12)] +5200 [1+ (0.0803) (3/12)]^{-1}+2\ 200[1+ (0.0803) (6/12)]^{-1}$$

$$P=2\ 550.19+3\ 271.75+4\ 470.09+5\ 097.66+2\ 115.08$$

$$P=17\ 504.77\ \text{UM}$$

Ecuación de valor con dos pagos.

De acuerdo a la representación gráfica que evidencia las deudas contraídas por la empresa Virtk a los plazos acordados. Determine el valor de los dos pagos que debe efectuar para saldar sus deudas a la tasa del 8,03%



$$P_1[1+(0.0803) (8/12)] + P=2500[1+(0.0803) (5/12)] +3250[1+(0.0803) (3/12)] +4500[1+(0.0803) (1/12)] +5200 [1+ (0.0803) (1/12)]^{-1}+2 200[1+ (0.0803) (4/12)]^{-1}$$

$$1.05P+P =2 586.46+3 315.24+4 530.11+5 165.43+2 142.65$$

$$1.05P+P= 17 739.89$$

$$2.05P = 17 739.89$$

$$P= 8 653.60 \text{ UM}$$

1.12. Problemas propuestos

- La compañía TERSA tiene las siguientes deudas: 3 000 USD a 90 días; 5 500 USD a 100 días de plazo; 4 600 USD a 210 días de plazo y 6 000 USD a 270 días de plazo; la compañía desea reemplazar sus obligaciones por una sola con vencimiento el día de hoy, si se considera que la operación se realizará con una tasa de descuento del 8,3% anual. Calcular el valor de la obligación el día de hoy.
- La empresa Glocht, firma los siguientes pagarés con el 4,8% de rendimiento; 40 000 USD a 120 días; 45 000 USD a 80 días y 6 000 USD a 140 días. Transcurridos 30 días, propone efectuar un pago de 10 000 USD al contado y un pago único a 180 días con el 9% de rendimiento, determinar el valor de este pago único.
- Compañía Derxs debe 4 000 USD con vencimiento a 6 meses. Propone pagar su deuda mediante dos pagos iguales con vencimiento a 9 meses y un año, respectivamente. Determinar el valor de los nuevos pagarés al 6,8% de rendimiento. (Tómese en cuenta la fecha focal dentro de un año).

UNIDAD II

2.- INTERÉS COMPUESTO

2.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el estudiante aplica los factores que intervienen en el cálculo del interés compuesto en las alternativas de inversión a largo plazo.

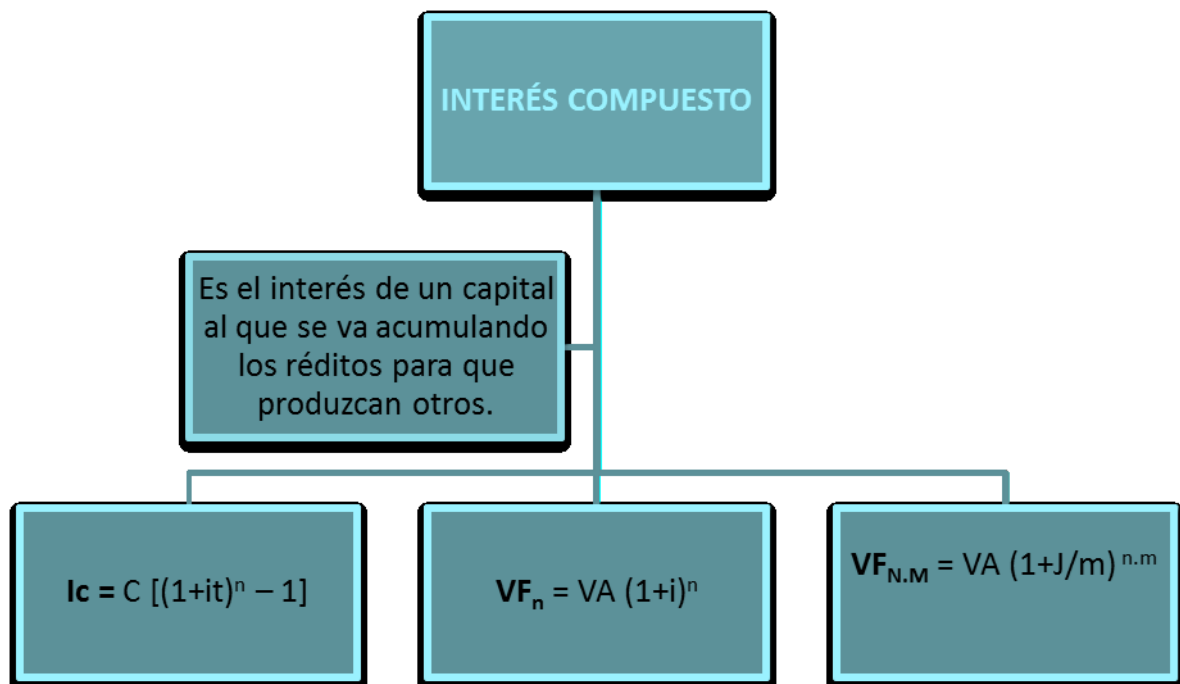
2.2. Objetivo

Aplicar los factores que intervienen en los cálculos del interés compuesto, junto con la interpretación matemática que conduzcan a la aplicación de las fórmulas para la determinación de montos, tasas y tiempos.

2.3. Definición

El Interés Compuesto consiste en la capitalización de los intereses; los tipos de capitalización pueden ser: mensual, trimestral, semestral o anual (Aching, C., 2008).

Un ejemplo práctico del interés compuesto es la manera como manejan las libretas de ahorro: El banco les acredita los intereses que gana el capital en cada período de tiempo directamente a la libreta formando un nuevo capital para el siguiente período. En ciertos términos diríamos que en el interés compuesto se pagan interés sobre los intereses.



2.4. Fórmula para el interés compuesto

Los elementos que intervienen son: Capital (c); tiempo (t); tasa de interés (i); Interés (I) y monto (M) o (VF) como lo llamaremos para diferenciarlo del monto simple.

La definición de los elementos es la siguiente

Capital o VA = Es la cantidad de dinero que se invierte.

Tiempo (n) = Es el plazo de la inversión

Tasa de interés = Es el porcentaje dividido para 100 y expresado en forma decimal.

Interés = Es la utilidad producida por la inversión.

Monto o VF = Capital más los intereses. La fórmula del monto compuesto sería:

$$VF_n = VA(1 + i)^n \quad \text{Para capitalización de orden anual.}$$

$$VF_n = VA \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{n \cdot m} \quad \text{Para el resto de las capitalizaciones.}$$

2.4.1. Factores financieros a partir del interés compuesto:

En la matemática financiera, lo más común es el manejo de los factores que son aquellos que permiten acrecentar el capital al contener directamente los intereses de forma exponencial. Para el interés compuesto, las anualidades y demás unidades, estos serán de gran aplicación práctica.

FACTOR SIMPLE DE ACTUALIZACIÓN

Denominado también como Factor de decrecimiento.

$$FSA = (1 + i)^{-n}$$

FACTOR SIMPLE DE CAPITALIZACIÓN

Denominado también como Factor de crecimiento.

$$FSC = (1 + i)^n$$

FACTOR DE ACTUALIZACIÓN DE LA SERIE

$$FAS = \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$$

FACTOR DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL

$$FRC = \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

FACTOR DE CAPITALIZACIÓN DE LA SERIE

$$FCS = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

FACTOR DE DEPÓSITO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN

$$FDFA = \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

2.4.2. Diferencia entre Interés simple y compuesto

El interés simple, se diferencia del compuesto en su aspecto formular, es lineal si aplica (Is); mientras que el interés compuesto maneja aspectos exponenciales.

En el interés simple, los intereses se capitalizan una sola vez dentro de un período anual; mientras que el interés compuesto el capital no varía, pero los intereses se capitalizar continuamente.

Es importante realizar un análisis de la tasa de interés y el tiempo en este tipo de operaciones, los dos elementos tienen una relación directa. En el interés compuesto la tasa de interés viene siempre acompañada de una especificación, por ejemplo:

A una $i = 0.12\%$; $m = 12$; con capitalización mensual.

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01 \text{ Tasa mensual}$$

A una tasa del 11.4% capitalizable trimestralmente

$$i = \frac{0.114}{4} = 0.0285 \text{ Tasa trimestralmente}$$

El 10.6% capitalizable semestralmente,

$$i = \frac{0.106}{2} = 0.053 \text{ Tasa semestral}$$

El 9.8% efectivo $i = \frac{0.098}{1} = 0.098$ que es la tasa anual o efectiva.

INTERES SIMPLE
$I = M - C$
$Is = C \cdot i \cdot t$
$M = C (1+it)$
Corto Plazo: 1 – 12 meses

INTERES COMPUESTO
$Ic = C [(1+it)^n - 1]$
$VF_n = VA (1+i)^n$
$VF_{N,M} = VA (1+J/m)^{n \cdot m}$
Largo Plazo 1 año

Siendo un capital de 1 USD, una tasa de interés del 4,67% efectiva y un año de tiempo. Desarrolle la opción formular de interés simple y compuesto, más analice las repuestas en la comparatividad de las mismas.

PERIODOS	IS = C.i.t	IC = C [(1+i)ⁿ - 1]	VF_n = C (1+i)	VF_n = VA (1+i)ⁿ
1	46.70	46.70	1046.70	1046.70
2	93.40	95.58	1093.40	1095.58
3	140.10	146.74	1140.10	1146.74
4	186.80	200.30	1186.80	1200.30
5	233.50	256.35	1233.50	1256.35

DATOS

VA= 1 000 USD

i = 4.67%

t = 1; 2; 3 4; 5 años

Is = C.i.t
Is = 1 000(0.0467) (1)
Is = 46.70 USD

IC = C [(1+i)ⁿ - 1]
IC = 1 000[(1+0.0467)¹ - 1]
IC = 46.70 USD

VF = C (1+i)
VF = 1 000[1+0.0467 (1)]
VF = 1046.70 USD

VF_n = VA (1+i)ⁿ
VF_n = 1 000 (1+0.0467)¹
VF_n = 1046.70 USD

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

$$Is = C \cdot i \cdot t$$

$$Is = 1\,000(0.0467)(2)$$

$$Is = 93.40 \text{ USD}$$

$$IC = C [(1+i)^n - 1]$$

$$IC = 1\,000[(1+0.0467)^2 - 1]$$

$$IC = 95.58 \text{ USD}$$

$$VF = C(1+it)$$

$$VF = 1\,000[1+0.0467(2)]$$

$$VF = 1\,093.40 \text{ USD}$$

$$VF_n = VA(1+i)^n$$

$$VF_n = 1\,000(1+0.0467)^2$$

$$VF_n = 1\,095.58 \text{ USD}$$

La empresa Casquete S.A, posee un capital del 3 128 USD y lo deposita en el Banco Machala que carga el 3,16% de interés. Su departamento financiero desea saber el interés simple, compuesto, monto y valor futuro que genera la cuantía en cada uno de los próximos 5 años.

Datos:

$$C = 3\,128 \text{ USD}$$

$$i = 3,16\%$$

Nº años	Interés simple $Is = (C)(i)(t)$ USD	Interés compuesto $Ic = (C)[(1+i)^n - 1]$	Monto simple $M = C(1+it)$ USD	Monto compuesto $VF = C(1+i)^n$	Observaciones
1	98,84	98,84	3 226,84	3 226,84	Al primer período se presenta una coincidencia.
2	167,69	200,81	3 325,69	3 328,81	Varía el monto con 3,12 USD.
3	269,53	306,00	3 424,53	3 434,00	Varía el monto con 9,47 USD.
4	395,38	414,52	3 523,38	3 542,52	Varía el monto con 16,14 USD.
5	494,22	526,46	3 622,22	3 654,46	Varía el monto con 32,24 USD.

Procedimiento	
Interés simple	Interés compuesto
$Is_1 = (C)(i)(t)$ $Is_1 = (3\,128)(0.0316)(1)$ $Is_1 = 98,84 \text{ USD}$	$Ic_1 = (C)[(1+i)^n - 1]$ $Ic_1 = 3128[(1+0.0316)^1 - 1]$ $Ic_1 = 98,84 \text{ USD}$

$Is_2 = (C)(i)(t)$ $Is_2 = (3\ 128)(0.0316)(2)$ $Is_2 = 167,69\ \text{USD}$	$Ic_2 = (C)[(1+i)^n - 1]$ $Ic_2 = 3128[(1+0.0316)^2 - 1]$ $Ic_2 = 200,81\ \text{USD}$
$Is_3 = (C)(i)(t)$ $Is_3 = (3128)(0.0316)(3)$ $Is_3 = 296,53\ \text{USD}$	$Ic_3 = (C)[(1+i)^n - 1]$ $Ic_3 = 3128[(1+0.0316)^3 - 1]$ $Ic_3 = 306,00\ \text{USD}$
$Is_4 = (C)(i)(t)$ $Is_4 = (3128)(0.0316)(4)$ $Is_4 = 395,38\ \text{USD}$	$Ic_4 = (C)[(1+i)^n - 1]$ $Ic_4 = 3128[(1+0.0316)^4 - 1]$ $Ic_4 = 414,52\ \text{USD}$
$Is_5 = (C)(i)(t)$ $Is_5 = (3128)(0.0316)(4)$ $Is_5 = 494,22\ \text{USD}$	$Ic_5 = (C)[(1+i)^n - 1]$ $Ic_5 = 3128[(1+0.0316)^4 - 1]$ $Ic_5 = 526,46\ \text{USD}$

$M_1 = C (1 + it)$ $M_1 = 3128[1 + (0.0316)(1)]$ $M_1 = 3\ 226,84\ \text{USD}$	$VF_1 = C (1 + i)^n$ $VF_1 = 3128(1 + 0.0316)^1$ $VF_1 = 3\ 226,84\ \text{USD}$
$M_2 = C (1 + it)$ $M_2 = 3128[1 + (0.0316)(2)]$ $M_2 = 3\ 225,69\ \text{USD}$	$VF_2 = C (1 + i)^n$ $VF_2 = 3128(1 + 0.0316)^2$ $VF_2 = 3\ 328,81\ \text{USD}$
$M_3 = C (1 + it)$ $M_3 = 3128[1 + (0.0316)(3)]$ $M_3 = 3\ 424,53\ \text{USD}$	$VF_3 = C (1 + i)^n$ $VF_3 = 3128(1 + 0.0316)^3$ $VF_3 = 3\ 434\ \text{USD}$
$M_4 = C (1 + it)$ $M_4 = 3128[1 + (0.0316)(4)]$ $M_4 = 3\ 523,38\ \text{USD}$	$VF_4 = C (1 + i)^n$ $VF_4 = 3128(1 + 0.0316)^4$ $VF_4 = 3\ 542,52\ \text{USD}$
$M_5 = C (1 + it)$ $M_5 = 3128[1 + (0.0316)(4)]$ $M_5 = 3\ 622,22\ \text{USD}$	$VF_5 = C (1 + i)^n$ $VF_5 = 3128(1 + 0.0316)^4$ $VF_5 = 3\ 654,46\ \text{USD}$

2.5. Análisis del tiempo

En el interés compuesto, el tiempo viene dado en años y en muchas ocasiones en años y meses. El tiempo y la tasa de interés tienen una relación directa.

Ejemplo:

Si el tiempo es 4 años y 7 meses más la tasa de interés es mensual, entonces el tiempo hay que transformarlo en meses, que se les conoce como PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN y se les simboliza con la letra "n", de la siguiente manera.

$$n = 4(12) + 7 = 55; \text{ meses o períodos de capitalización mensual (p.c.m)}$$

Si el tiempo es 5 años 9 meses y la tasa es trimestral, entonces:

$$n = 5(4) + 3 = 23 \text{ trimestres o períodos de capitalización trimestral (p.c.t.)}$$

Si el tiempo es 2 años 6 meses y la tasa es semestral, entonces:

$$n = 2(2) + 1 = 5 \text{ semestres o periodos de capitalización semestral (p.c.s)}$$

Si el tiempo es 7 años y la tasa efectiva

$$n = 7(1) = 7 \text{ p.c.e}$$

La fórmula del interés compuesto es poco conocida por que priorizan el cálculo del monto, incluyendo capital más el interés exponencial. Por ello queremos demostrar prácticamente la aplicación de la misma con tasas de orden efectiva y nominal.

$$Ic = C[(1 + i)^n - 1]$$

$$Ic = C \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m} - 1 \right]$$

Ejercicios

La empresa Sánchez desea reemplazar su maquinaria para la construcción de viviendas, por ello decide acumular un valor adicional al capital de 6 350 USD en el Banco de Guayaquil, el cual carga el 4.5% anual capitalizable semestralmente durante 2 años y 8 meses.

Datos:

$$VF = ?$$

$$VA = 6\,350 \text{ USD}$$

$$i = 4.5\% \text{ (0.045\%)}$$

$$m = 2 \text{ p.c.s}$$

$$n = 2 \text{ años; } 8 \text{ meses}$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.045}{2}$$

$$VF_{n \cdot m} = VA(1 + j)^{n \cdot m} \left[1 + j \left(\frac{t'}{m'} \right) \right]$$

$$VF_{n \cdot m} = 6\,350(1 + 0.0225)^5 \left[1 + 0.0225 \left(\frac{2}{6} \right) \right]$$

$$VF_{n \cdot m} = 7\,150.48 \text{ USD}$$

$$j = 0.0225$$

$$n * m = 2(2) + 1$$

$$n * m = 5 \text{ p. c. s}$$

$$t' = 2 \text{ mes}$$

$$m' = 6 \text{ meses}$$

Análisis: La empresa Sánchez, genera intereses a favor de 800.48 USD por semestre a las condiciones citadas.

Calcular el monto a interés compuesto de un capital de 9 328 USD durante 6 años de plazo, con un rendimiento del 8% anual capitalizable mensualmente.

Datos:

$$C = 9\ 328 \text{ USD}$$

$$i = 0.08 \text{ cap. mensualmente}$$

$$n = 6$$

$$m = 12$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.08}{12}$$

$$\frac{j}{m} = 0.00666666666667$$

$$n.m = 6(12)$$

$$n.m = 72 \text{ p.c.m.}$$

Efectiva

$$VF_n = VA(1 + i)^n$$

$$VF_n = 9\ 328(1 + 0.00666666666667)^{72}$$

$$VF_n = 9\ 328(1.61)$$

$$VF_n = \mathbf{15\ 018.08\ USD}$$

Nominal

$$VF_{n.m} = VA(1 + \frac{j}{m})^{n.m}$$

$$VF_{6(12)} = 9\ 328(1 + \frac{0.08}{12})^{6(12)}$$

$$VF_{6(12)} = 9\ 328(1.61)$$

$$VF_{6(12)} = \mathbf{15\ 018.08USD}$$

Análisis: Cuantía generada por el rendimiento de 72 períodos de capitalización mensual.

Calcular un monto compuesto que produce un capital de 20 000 USD durante 3 años 7 meses al 15% capitalizable mensualmente.

Datos:

VF=?

VA= 20 000 USD

i= 15%

m= 12

n= 3 años 7 meses

n.m= 43 p.c.m

$$\frac{j}{m} = \frac{0.15}{12}$$

$$\frac{j}{m} = 0.0125$$

VF= VA (1+ it)ⁿ

VF= 20 000(1+0.0125)⁴³

VF= 34 120.58 USD

2.6. Valor futuro con períodos fraccionarios

Dentro de las operaciones financieras, el tiempo no siempre está dado de tal manera que se puede calcular períodos de capitalización exactos. Por ejemplo, cuando se maneja una libreta de ahorros, se puede depositar o retirar cantidades de dinero de la cuenta en cualquier periodicidad de tiempo.

Esto significa que vamos a encontrar con mucha frecuencia períodos fraccionarios de tiempo. Únicamente se pueden encontrar períodos fraccionados de tiempo cuando se utiliza tasas trimestrales, semestrales, anuales o efectivas.

Problemas resueltos

Calcular el monto compuesto que produce un capital de 13 000USD al 10.8% capitalizable trimestralmente durante 3 años 5 meses.

Datos

$VA = 13000$

$i = \frac{0.108}{4} = 0.027$

$t = 3\text{años}5\text{meses}$

$t' = \frac{2}{3}\text{trimestre}$

$VF = ?$

$n = 3(4) + 1 = 13\text{trimestres}$

Solución

En 5 meses hay un trimestre sobrando 2 meses los cuales se expresan como fracción de trimestre

$VF = VA(1+i)^n (1+i \cdot t')$

$VF = 13000 (1+0.027)^{13} \left[1+0.027 \left(\frac{2}{3} \right) \right]$ (1+i · t') Nos sirve para calcular el monto del tiempo fraccionado

$VF = 13000 (1.413890 (1.018))$

$VF = 18711.42USD$

Calcular el monto compuesto que produce un capital de 18 000 EUR al 11.5% capitalizable trimestralmente durante 2 años 5 meses.

Datos:

VF=?

VA= 18 000 EUR

i= 11.5%

m= 4

n= 2 años 5 meses

n.m= 9 p.c.t

$$\frac{j}{m} = \frac{0.115}{4}$$

$$\frac{j}{m} = 0.02875$$

$$VF = VA(1 + i)^n \left(1 + i \frac{t'}{m'}\right)$$

$$VF = 18000(1 + 0.02875)^9 \left(1 + 0.02875 \frac{2}{3}\right)$$

$$VF = 23\,230.64(1.01917)$$

$$VF = \mathbf{23\,675.97\,EUR}$$

Calcular el monto compuesto que produce un capital de 12 000.00 USD al 11.6% efectivo durante 5 años 7 meses.

Datos:

VF=?

VA= 12 000 USD

i= 11.6%

m= 1

n= 5 años 7 meses

$$VF = VA(1 + i)^n \left(1 + i \frac{t'}{m'}\right)$$

$$VF = 12\,000(1 + 0.116)^5 \left(1 + 0.116 \frac{7}{12}\right)$$

$$VF = 20\,773.14(1.0677)$$

$$VF = \mathbf{22\,179.48\,USD}$$

Calcular el monto compuesto que produce un capital de 21 500 € al 12.40% capitalizable semestralmente durante 5 años 2 meses.

Datos:

C = 21 500 €

n = 5 años y 2 meses

m = 2

n.m = 5(2)

n.m = 10 p.c.m

t' = 2 meses

$$i = \frac{0.1240}{2}$$

$$i = 0.062$$

Con la fórmula a tasa efectiva

$$VF = VA(1 + i)^n \left[1 + i \left(\frac{t'}{m}\right)\right]$$

$$VF = 21\,500[1 + (0.062)]^{10} \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6}\right)\right]$$

$$VF = 21\,500 (1.824925617)(1.020666667)$$

$$VF = \mathbf{40\,046.78\,€}$$

Con la fórmula a tasa nominal

$$VF = VA \left[1 + \left(\frac{j}{m}\right)^{n.m}\right] \left[1 + i \left(\frac{t'}{m}\right)\right]$$

$$VF = 21\,500 \left[1 + \left(\frac{0.1240}{2}\right)^{5(2)}\right] \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6}\right)\right]$$

$$VF = 21\,500[1 + (0.062)]^{10} \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6}\right)\right]$$

$$VF = 21\,500 (1.824925617)(1.020666667)$$

$$VF = \mathbf{40\,046.78\,€}$$

Análisis: Cuantía generada por el rendimiento en 10 períodos de capitalización semestral.

Recordar lo siguiente:

Si se analiza los elementos de capitalización y sus variantes en la fórmula del monto compuesto se dispondrán así:

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{n \cdot m}$$

Si la capitalización es anual (tasa efectiva) la fórmula del monto en un año es:

$$VF = C(1 + i)^n$$

Si la capitalización es semestral $VF = C \left(1 + \frac{j}{2} \right)^2$

Si la capitalización es trimestral $VF = C \left(1 + \frac{j}{4} \right)^4$

Si la capitalización es mensual $VF = C \left(1 + \frac{j}{12} \right)^{12}$

Si la capitalización es diaria $VF = C \left(1 + \frac{j}{365} \right)^{365}$

Si la capitalización es continua o instantánea, el valor del capital se capitaliza continuamente.

$$VF = C(e)^{j \cdot n}$$

$$e = 2.718281$$

Calcular el monto de un capital de 200 000 USD a interés compuesto durante 5 años si la tasa de interés es 12% anual capitalizable.

a) De manera efectiva

$$VF = 200000 (1 + 0.12)^5 = 352468.34USD$$

b) Capitalización semestral

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^{10} = 358169.54USD$$

c) Capitalización trimestral

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^{20} = 361222.25USD$$

d) Capitalizable mensualmente

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{60} = 363339.34USD$$

e) Capitalizable continúa

$$VF = 200000 (2.718281)^{(0.12)(5)} = 364423.76USD$$

Una empresa obtiene un préstamo de 3000 000 USD a 6 años de plazo, con una tasa de interés de 15% anual capitalizable semestralmente. Calcular el monto que debe pagar a la fecha de vencimiento y el interés compuesto.

Datos

$$n = \frac{6(12)}{6} = 12 \text{ periodos}$$

$$i = \frac{0.15}{2} = 0.075 \text{ Semestral}$$

$$C = 3000000 \text{ USD}$$

Solución

$$VF = 3000000 (1 + 0.075)^{12}$$

$$VF = 7145338.80USD$$

$$I = VF - C$$

$$I = 7145338.80 - 3000000$$

$$I = 4145338.8$$

La empresa Casquete S.A, por motivos de reposición de activos fijos decide acumular un valor adicional al capital de 3 324 USD, para ello deposita el mismo en la Cooperativa 15 de abril que carga el 5,94% anual capitalizable trimestralmente durante 3 años y 7 meses.

Datos:

$$VF = ?$$

$$VA = 3\ 324 \text{ USD}$$

$$i = 5,95 \% (0,0594)$$

Fórmulas:

$$VF_{n,m} = VA(1 + J)^{n(m)} \left[1 + J \left(\frac{t}{m}\right)\right]^1$$

$$I = VF - VA$$

Juan Carlos Cevallos Hoppe

Procedimiento:

$$VF_{14} = 3\ 324(1 + 0,01485)^{14} \left[1 + 0,01485 \left(\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$m = 4$$

$$j/m = 0,0594/4$$

$$J = 0,01485$$

$$n = 3 \text{ años; } 7 \text{ meses}$$

$$n.m = 3(4) + 2$$

$$n.m = 14 \text{ p.c.t}$$

$$t' = 1 \text{ mes}$$

$$m' = 3 \text{ meses}$$

2.7. Fórmula de equivalencia: Tasa nominal - Tasa efectiva

Cuando el interés se capitaliza más de una vez en el año, a la tasa anual de interés se le denomina **tasa nominal de interés** y se simboliza con la letra **j**. Cuando el interés se capitaliza solo una vez en el año, a la tasa anual de interés se le denomina **tasa efectiva de interés** y se simboliza con la letra **i**. (Domínguez, J. 2009).

Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes períodos de conversión son equivalentes si se producen el mismo interés compuesto al final de un año.

El monto de 1 USD, a la tasa i en un año es:

$$1(1 + i) = 1 + i = M$$

El monto de 1 USD, a la tasa j con m capitalizaciones en el año, es:

$$VF = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Considerando que los 2 montos son iguales, se puede plantear la identidad:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Esto sería la ecuación de equivalencia, con tasas de interés vencidas.

2.7.1. Relaciones y Fórmulas

2.7.1.1. Conversión de Tasa Nominal a Tasa efectiva

Cuando el interés se capitaliza solo una vez en el año.

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

Calcular la equivalencia de una tasa nominal de 7.5% capitalizable mensualmente a una tasa efectiva.

Datos

$$j = 0.075$$

$$m = 12$$

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

$$i = \left(1 + \frac{0.075}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i = 1.077632599 - 1$$

$$i = 0.077632599(100)$$

$$i = 7.76\%$$

2.7.1.2. Conversión de Tasa Efectiva a Tasa nominal

Cuando el interés se capitaliza más de una vez en el año.

Fórmula:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Opción A

$$(1 + i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot \frac{1}{m}}$$

$$(1 + i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right) = (1 + i)^{\frac{1}{m}}$$

$$\frac{j}{m} = (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1$$

$$j = m \left[(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]$$

Opción B

$$\sqrt[m]{(1 + i)} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right) = \sqrt[m]{(1 + i)}$$

$$\frac{j}{m} = \sqrt[m]{(1 + i)} - 1$$

$$j = m \left[\sqrt[m]{(1 + i)} - 1 \right]$$

Opción C

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m = (1 + i)$$

$$m \log\left(1 + \frac{j}{m}\right) = \log(1 + i)$$

$$\log\left(1 + \frac{j}{m}\right) = \frac{\log(1 + i)}{m}$$

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right) = \log^{-1} \left[\frac{\log(1 + i)}{m} \right]$$

$$\left(\frac{j}{m}\right) = \log^{-1} \left[\frac{\log(1+i)}{m} \right] - 1$$

$$j = m \left\{ \log^{-1} \left[\frac{\log(1+i)}{m} \right] - 1 \right\}$$

Demostración:

Calcular la tasa nominal de un documento que ha sido establecido con una tasa efectiva del 2% anual capitalizable semestralmente.

Datos

$i = 0.02$ cap. Semestralmente

$m = 2$

$$j = m [(1+i)^{\frac{1}{m}} - 1]$$

$$j = 2 [(1+0.02)^{\frac{1}{2}} - 1]$$

$$j = 2 (0.009950493836)$$

$$j = 0.0199009876(100)$$

$$j = 1.99\%$$

$$j = m[\sqrt[m]{(1+i)} - 1]$$

$$j = 2[\sqrt{(1+0.02)} - 1]$$

$$j = 2 (0.009950493836)$$

$$j = 0.0199009876(100)$$

$$j = 1.99\%$$

$$j = m \left\{ \log^{-1} \left[\frac{\log(1+i)}{m} \right] - 1 \right\}$$

$$j = 2 \left\{ \log^{-1} \left[\frac{\log(1+0.02)}{2} \right] - 1 \right\}$$

$$j = 2[\log^{-1}(0.004300085881) - 1]$$

$$j = 2[(1.009950494) - 1]$$

$$j = 2(0.009950494)$$

$$j = 0.019900988(100)$$

$$j = 1.99\%$$

2.7.1.3. Tasas equivalentes; conversión entre Tasas Nominales

Dos tasas anuales de interés con diferentes períodos de conversión son equivalentes si se producen el mismo interés compuesto al final de un año. (Ayres Jr., 1971).

Ejemplo:

La empresa Fernández CE dedicada a la comercialización de electrodomésticos, desea determinar el valor de la tasa nominal semestral que se generó a partir de un préstamo cuya tasa de interés es del 4.82% capitalizable mensualmente.

Datos:	$(1 + J)^m = (1 + J)^m$
$j_1 = 4.82\% (0.0482)$	$(1 + J)^2 = (1 + 0.0482)^{12}$
$m_1 = 12$	$(1 + J)^2 = 1.759259336$
$j_2 = ?$	$(1 + J)^{\frac{2}{1}(\frac{1}{2})} = (1.759259336)^{\frac{1}{2}}$
$m_2 = 2$	$1 + J = 1.326370739$

Análisis: La tasa nominal obtenida según los requerimientos de la empresa Fernández CE es de 32.64%.

La compañía Monterrey dedicada a la distribución de atún, desea calcular la tasa nominal de un pagaré que ha sido establecido con una tasa efectiva del 3% anual capitalizable trimestralmente.

Datos:	
$i=3\% (0.03)$	$J = m \left\{ \log^{-1} \left[\frac{\log(1 + i)}{m} \right] - 1 \right\}$
$m= 4$	$J = 4 \left\{ \log^{-1} \left[\frac{\log(1 + 0.03)}{4} \right] - 1 \right\}$
$j=?$	$J = 4 \left[\log^{-1} \left(\frac{0.01283722471}{4} \right) - 1 \right]$
	$J = 4 [\log^{-1}(0.003209306176) - 1]$
	$J = 4(1.007417072 - 1)$
	$J = 4(0.007417072)$
	$J = 0.029668288$
	$J = 2.97\%$

Análisis: La tasa nominal hallada según las condiciones estipuladas por la compañía Monterrey es de 2.97%

2.8. Cálculo del tiempo en interés compuesto

Para calcular el tiempo, se debe hallar primero n ; por lo cual se aplica la fórmula del monto:

$$VF = C(1 + i)^n$$

$$\frac{VF}{C} = (1 + i)^n$$

$$\log \frac{VF}{C} = \log(1 + i)^n$$

$$\log \frac{VF}{C} = n \log(1 + i)$$

$$\frac{\log \frac{VF}{C}}{\log(1 + i)} = n$$

En qué tiempo expresado en años, meses y días un capital de 30 000 UM, se convertirá en 40 500 UM a una tasa de interés del 6% en efectivo.

Datos:

VF= 40 500 UM

VA= 30 000 UM

i= 6%

n=?

$$n = \left[\frac{\log \frac{VF}{VA}}{\log(1 + i)} \right]$$

$$n = \left[\frac{\log \frac{40500}{30000}}{\log(1 + 0.06)} \right]$$

$$n = \left[\frac{\log 1.05}{\log(1.06)} \right]$$

$$n = \frac{0.130333768}{0.025305865}$$

$$n = 5.150338356$$

Ejercicios planteados

- Calcular el valor futuro (monto) compuesto al cabo de 5 años para una deuda de 8 000 USD al 2,3% de interés con capitalización bimestral.
- Hallar el VF de 23 000 USD en 3 años
- A la tasa de interés efectiva del 3,6%
- A la tasa del 4,5% con capitalización mensual y quincenal
- A la tasa continua del 6,3%
- Calcular el VF de 8 000 USD depositado al 3,6% de interés compuesto, capitalizable semestralmente durante 8 años 5 meses.

- Un prestamista desea ganar el 7,6% efectivo anual sobre un préstamo con interés capitalizable trimestralmente. Hallar la tasa nominal que debe cobrar.
- ¿En qué tiempo expresado en años, meses y días, se duplicará un capital de 2 000 USD a una tasa de interés de 4,65% capitalizable semestralmente?

- ¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, se convertirá un capital de 23 000 USD en $\frac{3}{4}$ veces más en 6 años? ¿A qué tasa de interés efectiva es equivalente?

2.9. Valor Actual en el interés compuesto (VAN)

También se lo conoce como valor actual neto (VAN) y se le considera como el valor del dinero al día de hoy.

Sirve para:

- Calcular el capital que se debe invertir el día de hoy para obtener un monto determinado después de haber transcurrido un plazo determinado.
- Calcular la compra-venta de documentos negociables a interés compuesto.
- Calcular la reliquidación de los intereses cuando el deudor paga antes de la fecha de vencimiento.
- Demostrar la validez de un proyecto.

Su fórmula en forma lineal: **$VAN = VF (1+i)^{-n}$**

Se les recuerda que al igual que en el interés simple, para calcular el VAN se utiliza el tiempo que falta para el vencimiento, no el tiempo que ha transcurrido.

Ejemplos:

Se busca obtener el factor de actualización de los intereses, así como el valor actual de una deuda de 70 000 USD con vencimiento en 11 meses, pactado al 9.3% de interés mensual.

DATOS

i= 9.3%

n=11

VA=?

VF= 70 000 USD

$$FSA_i^n = (1 + i)^{-n}$$

$$FSA_{0.093}^{11} = (1 + 0.093)^{-11}$$

$$FSA = 0.375991665$$

$$VA = VF(FSA)$$

$$VA = 70\,000(1 + 0.093)^{-11}$$

$$VA = 26\,319,42 \text{ UM}$$

Análisis: Cuantía del factor simple de actualización, permitiendo obtener el valor actual deseado de la deuda.

Se busca obtener el factor de actualización de los intereses, así como el valor actual de una deuda de 12 000 USD que originalmente se contrajo a 7 meses pactado al 4.4% de interés mensual.

DATOS

$$i = 4.4\%$$

$$n = 7$$

$$VA = ?$$

$$VF = 12\,000 \text{ USD}$$

$$FSA_i^n = (1 + i)^{-n}$$

$$FSA_{0.044}^7 = (1 + 0.044)^{-7}$$

$$FSA = 0.739769649$$

$$VA = VF(FSA)$$

$$VA = 12\,000 (1 + 0.044)^{-7}$$

$$VA = 8\,877,24 \text{ UM}$$

2.9.1. Valor actual neto con periodos fraccionado

El valor actual igual que el monto a interés compuesto, también puede calcularse con periodos de capitalización no enteros, es decir fraccionarios. (Mora Armando, 2010.)

Fórmulas:

Efectiva

$$VA = VF(1 + i)^{-n} \left[1 + i\left(\frac{t'}{m}\right) \right]^{-1}$$

Nominal

$$VA = VF \left[1 + \left(\frac{j}{m}\right) \right]^{-n.m} \left[1 + i\left(\frac{t'}{m}\right) \right]^{-1}$$

Aplicación:

El jefe del departamento financiero de la empresa Figueroa S.A desea conocer el valor actual de un préstamo al 4.94% capitalizable semestralmente durante 4 años y 6 meses; de un capital de 8 540 USD cargado al 5.4% capitalizable semestralmente durante 2 años y 3 meses.

Datos:

$$VA = ?$$

$$C = 8\,540 \text{ USD}$$

$$i_1 = 4.94\% \rightarrow 0.0494$$

$$n_1 = 4 \text{ años y } 6 \text{ meses}$$

$$m_1 = 2$$

$$\frac{j_1}{m_1} = \frac{0.0494}{2}$$

$$j_1 = 0.0247$$

$$n_1 \cdot m_1 = 4(2) + 1$$

$$n_1 \cdot m_1 = 9 \text{ p. c. s}$$

$$i_2 = 5.4\% \rightarrow 0.054$$

$$n_2 = 2 \text{ años y } 3 \text{ meses}$$

$$m_2 = 2$$

$$\frac{j_2}{m_2} = \frac{0.054}{2}$$

$$j_2 = 0.027$$

$$n_2 \cdot m_2 = 2(2)$$

$$n_2 \cdot m_2 = 4 \text{ p. c. s}$$

$$t' = 3 \text{ meses}$$

$$m' = 6 \text{ meses}$$

$$VF = VA(1 + J)^{n \cdot m}$$

$$VF = 8\,540 (1 + 0.0247)^9$$

$$\mathbf{VF = 10\,637.23 \text{ USD}}$$

$$VA = VF(1 + j)^{-n \cdot m} \left[1 + j \left(\frac{t'}{m'} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 10\,637.23 (1 + 0.027)^{-4} \left[1 + 0.027 \left(\frac{3}{6} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = (9\,561.96) (0.9866798224)$$

$$\mathbf{VA = 9\,434.59 \text{ USD}}$$

Análisis: El valor actual a las condiciones citadas con periodo fraccionario dada por el jefe financiero genera un interés en contra de 1 202.64 USD

Cierta accionista de la compañía La Favorita S.A, desea conocer el valor actual del préstamo realizado al banco Guayaquil para la reposición de sus activos fijos, cuya tasa anual es 6.15% capitalizable trimestralmente durante 3 años y 3 meses de su capital de 5 420 USD cargado al 4.7% capitalizable trimestralmente durante 2 años y 5 meses.

Datos:

$$VA = ?$$

$$C = 5\,420 \text{ USD}$$

$$i_1 = 6.15\% \rightarrow 0.0615$$

$$n_1 = 3 \text{ años y } 3 \text{ meses}$$

$$VF = VA(1 + J)^{n \cdot m}$$

$$VF = 5\,420 (1 + 0.015375)^{13}$$

$$\mathbf{VF = 6\,609.11 \text{ USD}}$$

$$m_1 = 4$$

$$\frac{j_1}{m_1} = \frac{0.0615}{4}$$

$$j_1 = 0.015375$$

$$n_1 \cdot m_1 = 3(4) + 1$$

$$n_1 \cdot m_1 = 13 \text{ p. c. t}$$

$$i_2 = 4.7\% \rightarrow 0.047$$

$$n_2 = 2 \text{ años y 5 meses}$$

$$m_2 = 4$$

$$\frac{j_2}{m_2} = \frac{0.047}{4}$$

$$j_2 = 0.01175$$

$$n_2 \cdot m_2 = 2(4) + 1$$

$$n_2 \cdot m_2 = 9 \text{ p. c. t}$$

$$t' = 2 \text{ meses}$$

$$m' = 3 \text{ meses}$$

$$VA = VF(1 + j)^{-n \cdot m} \left[1 + j \left(\frac{t'}{m'} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 6\,609.11 (1 + 0.01175)^{-4} \left[1 + 0.01175 \left(\frac{2}{3} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = (6\,307.40) (0.9922275509)$$

$$VA = \mathbf{6\,258.38 \text{ USD}}$$

$$I = VF - VA$$

$$I = 6\,609.11 - 6\,258.38$$

$$I = \mathbf{350.73 \text{ USD}}$$

Análisis: La cuantía requerida según las condiciones citadas por la accionista de la compañía La Favorita S.A genera un interés en contra de 350.73 USD.

UNIDAD III

3. **DESCUENTO**

3.1. **Logro de aprendizaje de la unidad**

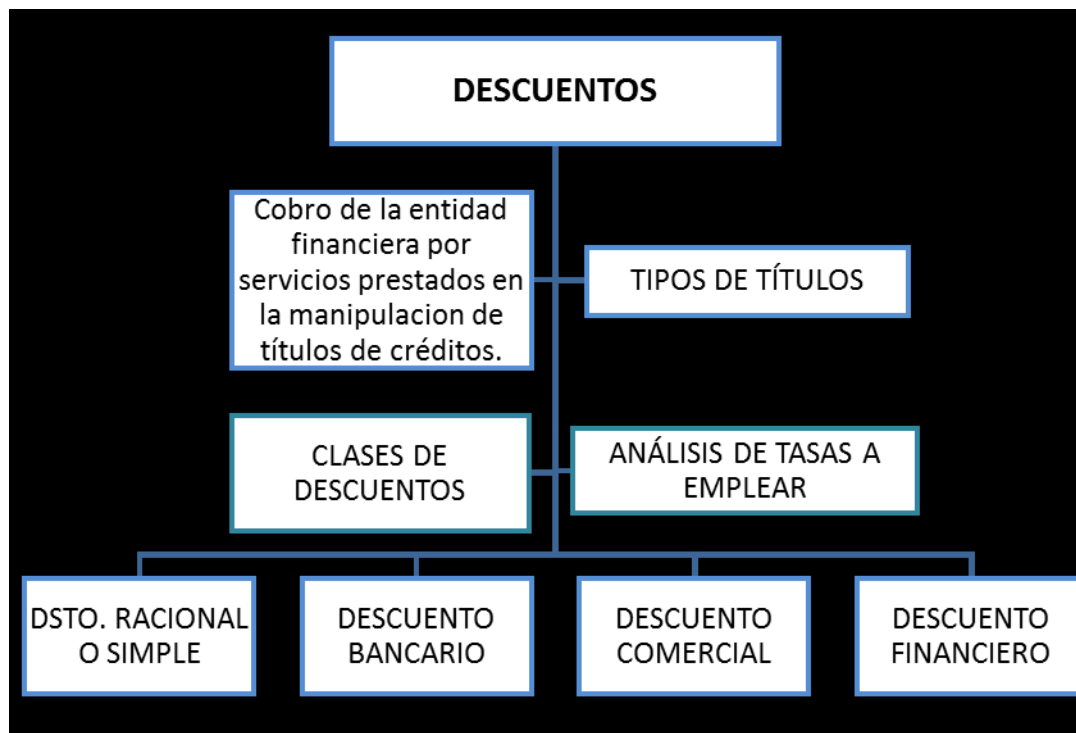
Al finalizar la unidad, el estudiante estará en capacidad de realizar cálculos rápidos y precisos en las operaciones de descuento simple y descuento compuesto, utilizando fórmulas apropiadas, aplicados a la realidad indicando coherencia en sus procedimientos.

3.2. **Objetivo**

Aplicar por parte del estudiante los conocimientos en la solución de los ejercicios de descuento racional y descuento bursátil dentro de los descuentos de orden comercial.

3.3. **Definición**

Es obtener la utilidad por adelantado, en la actualidad no existen descuentos bancarios, están prohibidos por la Superintendencia de Bancos desde hace muchos años atrás. Sin embargo, se utiliza en la compra-venta de documentos comerciales. La bolsa de valores utiliza el descuento bursátil en la compra y venta de documentos comerciales (Portus, L.1997)



3.4. **Descuento Racional**

Existe el descuento racional (D_r) que lo utilizan los bancos en la compra-venta de documentos comerciales, su fórmula es: $D_r = VF - VA$

Es importante recordar que el valor actual se calcula con t_2 que es el tiempo que falta para llegar a la fecha de vencimiento.

Ejercicios aplicados:

Calcular el descuento racional de un documento de 5 820.00 USD suscrito el 31 de Julio a 180 días plazo, si se descontó el 20 de diciembre del mismo año con una tasa de interés de 15% anual.

Datos

Dr= 5 820.00

i= 15%

t=142 días.

$t_2 = t - t_1$

$t_2 = 180 - 142$

$t_2 = 38$ días.

Solución

No conocemos el valor actual, pero tenemos los elementos necesarios en los datos para calcular este valor.

$Dr = VF - VF (1+i)^{-1}$

$Dr = 5\ 820 - 5\ 820 [1 + (0.15) (38/360)]^{-1}$

$Dr = 5\ 820 - 5\ 729.29$

$Dr = 90.71$ USD

Calcular el descuento racional realizado por una entidad financiera a un pagaré cuyo valor al final de 180 días es de 24 500 USD, que se firmó el 12 de marzo y se vendió el 20 de julio del mismo año, con una tasa del 12.2% de interés anual.

Datos:

i= 12.2%

Dr=?

$T_1 = 180$ días

VF= 24 500 USD

$T_2 = 130$ días

$Dr = VF - VF (1+i)^{-1}$

$Dr = 24\ 500 - 24\ 500 [1 + (0.122) (50/360)]^{-1}$

$Dr = 24\ 500 - 24\ 091.78$

$Dr = 408.22$ USD

Calcular el descuento racional de una letra de cambio de 5 300 USD, suscrita el día de hoy a 163 días de plazo con una tasa de interés del 2% trimestral desde su suscripción, si se descuenta 58 días antes de su vencimiento.

Datos

C = 5 300 USD

i = 0.02 trimestral

t = 163 días

Solución

$VF = C(1 + i \cdot t)$

$VF = 5\ 300 \left[1 + 0.02 \left(\frac{163}{90} \right) \right]$

$VF = 5\ 300(1.036222222)$

$VF = 5\ 491.98$ USD

Datos

$$VF = 5\,491.98 \text{ USD}$$

$$i = 0.02 \text{ trimestral}$$

$$t = 58 \text{ días}$$

$$VA = VF(1 + i \cdot t)^{-1}$$

$$VA = 5\,491.98 \left[1 + 0.02 \left(\frac{58}{90} \right) \right]^{-1}$$

$$VF = 5\,491.98(0.9872751207)$$

$$VF = 5\,422.10 \text{ USD}$$

$$DR = VF - VA$$

$$DR = 5\,491.98 - 5\,422.10$$

$$DR = 69.88 \text{ USD}$$

Análisis: Con un valor futuro de 5 491.98 USD, se obtuvo el descuento racional bajo las condiciones citadas.

3.5. Descuento bancario; comercial o bursátil

Desde tiempos remotos los prestamistas han acostumbrado cobrar los intereses por adelantado sobre el valor de los pagarés, calculándolos sobre el valor anotado en dichos documentos. Esto, además de permitir al prestamista disponer de inmediato del dinero correspondiente a los intereses, de da un mayor rendimiento que la tasa señalada en la operación.

El descuento bancario es el que se utiliza en todas las operaciones comerciales y por ello, al hablar de descuento, se entiende que es el descuento bancario, salvo que se exprese como en el ítem anterior, como descuento racional o de otra forma convencional.

Para éstas operaciones, se usan ciertas expresiones léxica que es necesario conocer:

Valor nominal de un pagaré: Es aquél que está inscrito en la obligación; para el comercio se trata del capital. Si el pagaré no gana intereses, el valor nominal indica la cantidad que debe pagarse en la fecha de vencimiento señalada.

Descontar un pagaré. - Es la acción de recibir o pagar hoy un dinero, a cambio de una suma mayor comprometida para fecha futura, bajo las condiciones convenidas en el pagaré.

Descuento. - Es la diferencia establecida entre el valor nominal y el valor que se recibe, al momento de descontar el pagaré.

Valor efectivo o líquido de un pagaré. - En el valor nominal menos el descuento. Es el valor en dinero que se recibe en el momento de descontar la obligación o, en otras palabras, el valor actual o presente de un descuento bancario.

Tipo o tasa de descuento. - Es el tanto por ciento, o sea, un porcentaje del valor nominal que deduce el prestamista, al descontar el pagaré.

Plazo. - Es el término que se utiliza para expresar el período de duración del préstamo. Los pagarés son obligaciones a corto plazo y el descuento bancario simple nunca se efectúa para períodos mayores de un año.

3.5.1. Fórmulas para el cálculo del descuento bancario

Sean: VF = valor del pagaré; t = tiempo expresado en años; d = tasa de descuento.

Aplicando a la fórmula del I_s , luego al reemplazar se obtiene:

$$Db = VF (d) (t)$$

Ejercicios aplicados:

Una empresa solicita un préstamo de 26 750 € en un banco a 235 días de plazo. Calcule el valor efectivo que recibe y el descuento del 12% semestral.

Datos:

$$VF = 26\,750 \text{ €}$$

$$t = 235 \text{ días}$$

$$i = 0.12 \text{ semestral}$$

$$Db = VF \cdot d \cdot t$$

$$Db = 26\,750 (0.12) \left(\frac{235}{180}\right)$$

$$Db = 26\,750 (0.1566666667)$$

$$Db = 4\,190.83 \text{ €}$$

$$Cb = VF(1 - d \cdot t)$$

$$Cb = 26\,750 \left[1 - 0.12 \left(\frac{235}{180}\right)\right]$$

$$Cb = 26\,750 (0.8433333333)$$

$$Cb = 22\,559.17 \text{ €}$$

$$Cb = VF - Db$$

$$Cb = 26\,750 - 4\,190.83$$

$$Cb = 22\,559.17 \text{ €}$$

Análisis: Cuantía neta que recibe la empresa por el tiempo y descuento establecido.

3.5.2. Tasa de interés simple equivalente a una tasa de descuento.

La fórmula para hallar la tasa de descuento derivada de la tasa efectiva es:

$$d = \frac{i}{1 + i.t}$$

Aplicación:

¿Qué tasa de descuento se debe aplicar a un pagaré que será descontado por el banco a 130 días con el 2,7% mensual?

$$d = \frac{i}{1 + i.t}$$

$$d = \frac{0.027}{1 + 0.027(\frac{130}{30})}$$

$$d = \frac{0.027}{1.117}$$

$$d = 0.02417188899(100)$$

$$d = 2.42 \%$$

Análisis: Se debe aplicar una tasa de descuento del 2.42%.

3.5.3. Tasa de descuento equivalente a una tasa de interés

La fórmula para hallar la tasa efectiva derivada de la tasa de descuento es:

$$i = \frac{d}{1 - d.t}$$

Aplicación:

¿A qué tasa de interés simple equivale una tasa de descuento del 8,9% anual aplicada a un pagaré por 124 días?

$$i = \frac{d}{1 - d.t}$$

$$i = \frac{0.089}{1 - 0.089(\frac{124}{360})}$$

$$i = \frac{0.089}{0.9693444444}$$

$$i = 0.09181462844(100)$$

$$i = 9.18 \%$$

Análisis: Se obtiene una tasa de interés simple del 9.18% con las condiciones previstas.

3.6. Ejercicios propuestos:

- Calcular el VA y el Dr de una letra de cambio de 7 000 USD a 90 días plazo, suscrita el 23 de abril al 5,67% anual desde su suscripción, si se descuenta el 12 de septiembre del mismo año al 7,89%.

- Calcular el Db de un documento de 5 000 USD suscrito el 15 de febrero de 200 días plazo, si se descuenta el 15 de agosto del mismo año a una tasa del 3,45% anual.
- Calcular el valor efectivo que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de 4 000 USD, suscrita el 15 de enero sin intereses a 200 días de plazo si se descuenta el 21 de septiembre del mismo año al 9,89% anual.
- ¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere 6 000 USD pagaderos en 100 días con una tasa de descuento del 4,67% anual?
- Calcular el Dr y Db de una letra de cambio de 4 000USD a 190 días de plazo, si se descuenta 56 días antes de su vencimiento a una tasa del 2,34% mensual.
- ¿A qué tasa de interés equivale una tasa de descuento del 7,8% anual durante 110 días? Utilice la formula $i = d / 1 - d \cdot t$
- ¿A qué tasa de descuento equivale una tasa de interés del 6,76 % anual durante 111 días? Utilice la formulación $d = i / 1 + i \cdot t$

UNIDAD VI

4. ANUALIDADES

4.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al término de la unidad el estudiante interpreta la consistencia matemática requerida para la aplicación de las anualidades en la estructuración de los productos financieros.

4.2. Objetivo

Aplicar por parte del estudiante los conocimientos acerca del interés compuesto en la solución de ejercicios de anualidades para las aplicaciones prácticas financieras.

4.3. Definición

Las anualidades son muy útiles para la elaboración de tablas de amortización gradual, tablas de valor futuro y para el cálculo de las cuotas periódica. Por otra parte, las anualidades o rentas se emplean en cuotas de pólizas de seguros, cuotas de depósitos, cuotas de pago, cálculo actuarial, préstamo a largo plazo, préstamos hipotecarios y otros; por lo tanto para analizarlas y manejarlas adecuadamente, se requiere de un verdadero dominio del interés simple y compuesto por lo que se le sugiere al estudiantado, que realice gran cantidad de ejercicios y problemas para una mejor conceptualización.

En general, se denomina anualidad a un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo (Mora, 2010). Algunos ejemplos de anualidad serían:

Los pagos mensuales por rentas

El cobro quincenal o mensual de sueldos

Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.

Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

Se conoce como intervalos o período de pago el tiempo que transcurre entre un pago el tiempo que transcurre entre un pago y otro y se denomina plazo de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer período de pago y el final del último.

Renta es el nombre que se da el pago periódico que se realiza.

4.4. Tipos de Anualidades

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades se hace que existan diferentes tipos por lo que conviene clasificarlas de acuerdo con diversos criterios.

CRITERIO	TIPOS DE ANUALIDADES
a.- Tiempo	Ciertas contingentes
b.- Intereses	Simples, generales
c.- Pagos	Vencidas, anticipadas
d.- Iniciación	Inmediatas, diferidas

4.4.1. De acuerdo al tiempo

Este criterio de clasificación se refiere a las fechas de iniciación y de terminación de las anualidades.

4.4.1.1.- Anualidad cierta. - Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano. Por ejemplo, al realizar una compra a crédito se fija la fecha en que se debe hacer el primer pago, como la fecha de efectuar el último.

4.4.1.2.- Anualidad contingente. - La fecha del primer pago, la fecha del último pago o ambas, no se fijan de antemano, dependen de algún hecho que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuándo. Ejemplo. Las rentas vitalicias que se otorgan a un cónyuge tras la muerte de otro.

4.4.2. De acuerdo con los intereses

4.4.2.1 Anualidad simple. - Cuando el período de pago coincide con el de capitalización de los intereses. Es el tipo que analizaremos en este capítulo. Ejemplo: El pago de una renta mensual con intereses al 16.8% anual capitalizable mensualmente.

4.4.2.2.- Anualidad General. - El período de pago no coincide con el período de capitalización. Ejemplo: El pago de una renta semestral con intereses al 30% anual capitalizable trimestralmente.

4.4.3. De acuerdo a los pagos

4.4.3.1.- Anualidad Vencida. - Conocida también como anualidad ordinaria y, se trata de casos en los que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada período.

4.4.3.2.- Anualidad anticipada. - Es aquella en la que los pagos se realizan al principio de cada período.

4.4.4. De acuerdo con el momento que iniciamos

4.4.4.1.- Anualidad Inmediata. - Es el caso más común. La realización de los cobros o pagos tiene lugar en el período que sigue inmediatamente a la formalización del trato. Ejemplo. Hoy se compra a crédito un artículo que se va a pagar con mensualidades, la primera de las cuales habrá de realizarse en ese momento a un mes después de adquirida la mercancía. (Anticipada o vencida).

4.4. Valor Futuro de una Anualidad

Una anualidad es cierta ordinaria cuando la cuota o renta se paga al final de cada período de pago, por ejemplo: cuando se adquiere un vehículo a crédito la renta se paga al finalizar cada mes.

Se puede calcular el monto de esta anualidad con la siguiente fórmula:

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Dónde:

VF = Valor futuro o monto de una anualidad

R = Pago periódico o renta

i = Tasa de interés por períodos de capitalización.

n = Número de período de pagos

1 = Valor actual de una anualidad o suma de los valores actuales de las rentas

4.5. Valor Actual de una anualidad

Para hallar él VA de una anualidad utilizamos la siguiente fórmula:

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Se puede calcular la renta, despejando R de la ecuación anterior.

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right] \quad \text{Conociendo el VA}$$

Ejemplos de aplicación

Calcular el valor presente de una anualidad anticipada de 9 300 UM durante 7 años al 5%.

Datos:

R= 9 000 UM

i= 0.05

n= 7 AÑOS

$$\begin{aligned} VA &= R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \\ VA &= 9\,000 \left[\frac{1 - (1+0.05)^{-7}}{0.05} \right] \\ VA &= \mathbf{52\,077.36\,UM} \end{aligned}$$

Calcular el monto que se acumulará en una cuenta de ahorro si se deposita anualmente 12 350.26 EUROS a una tasa de interés del 10% efectiva durante 8 años

Datos:

R= 12 350.26 UM

i= 0.10

n= 8 AÑOS

$$\begin{aligned} VF &= R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \\ VF &= 12\,350.26 \left[\frac{(1+0.10)^8 - 1}{0.10} \right] \\ VF &= \mathbf{141\,236.19\,EUROS} \end{aligned}$$

Un edificio se puede adquirir bajo las siguientes condiciones 25 000 UM de cuota inicial y 4 500 UM trimestralmente por los próximos 4 años con una tasa de interés del 7% capitalizable trimestralmente ¿Calcular el precio de contado del edificio?

Datos:

$$R = 4\,500 \text{ UM}$$

$$i = 7\%$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.07}{4} = 0.0175 \text{ p.c.t.}$$

$$m = 4$$

$$n = 4$$

$$n \cdot m = (4)(4)$$

$$n \cdot m = 16 \text{ p.c.t.}$$

Valor Actual Vencido (anualidad vencida)

$$VP_n = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VP_{16} = 4\,500 \left[\frac{1 - (1+0.0175)^{-16}}{0.0175} \right]$$

$$VP_{16} = 4\,500(13.85049677)$$

$$VP_{16} = 62\,327.23 + 25\,000$$

Valor Actual Anticipado (anualidad anticipada)

$$VP_n = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)$$

$$VP_{16} = 4\,500 \left[\frac{1 - (1+0.0175)^{-16}}{0.0175} \right] (1 + 0.0175)$$

$$VP_{16} = 4\,500(13.85049677) (1.0175)$$

$$VP_{16} = 63\,417.96 + 25\,000$$

$$VP_{16} = \mathbf{88\,417.96 \text{ UM}}$$

Cierta empresa deposita en su cuenta de ahorros 500 USD mensuales durante 3 años y 6 meses, si la institución financiera le reconoce el 5% de interés. ¿Cuánto habrá acumulado al final del período?

Datos:

$$R = 500 \text{ USD}$$

$$i = 0.05$$

$$m = 12$$

$$n \cdot m = 3(12) + 6$$

$$n \cdot m = 42$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.05}{12}$$

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VF = 500 \left[\frac{(1 + 0.004166666667)^{42} - 1}{0.004166666667} \right]$$

$$VF = 500(45.79516547)$$

$$VF = \mathbf{22\,897.58 \text{ USD}}$$

$$\frac{j}{m} = 0.004166666667$$

Análisis: Cuantía acumulada al final del período señalado.

Siendo un capital de \$ 5 950 mensuales invertidos durante 6 semestres al 9.45% capitalizable mensualmente, calcular el valor a acumular y verificar despejando las otras variables intervinientes.

Datos:

$$R = \$ 5\,950$$

$$i = 0.0945$$

$$n = 6$$

$$m = 6$$

$$n.m = 6(6)$$

$$n.m = 36$$

$$m = 12$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.0945}{12}$$

$$\frac{j}{m} = 0.007875$$

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VF = 5\,950 \left[\frac{(1+0.007875)^{36} - 1}{0.007875} \right]$$

$$VF = 5\,950(41.43432011)$$

$$VF = \$ 246\,534.20$$

Análisis: Valor acumulado de la deuda a los 36 períodos de capitalización mensual.

Verificaciones

$$R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$R = 246\,543.20 \left[\frac{0.007875}{(1+0.007875)^{36} - 1} \right]$$

$$R = 246\,543.20(0.024134582090)$$

$$R = \$ 5\,950.22$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{R} (i) + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{246\,543.20}{5\,950} (0.007875) + 1 \right]}{\log(1+0.007875)}$$

$$n = \frac{\log(1.326307176)}{\log(1.007875)}$$

$$n = 36 \text{ pcm}$$

Cálculo del número de periodo de pago en las anualidades

Cuantos depósitos de 600 debe hacer una empresa cada mes para obtener 3 800 USD el considerando una tasa de interés del 3% anual.

Datos:

VA= \$ 3 800

R= \$ 600

i= 0.03

n=?

$$n = \frac{\log\left[\frac{VF}{R}(i)+1\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{3\ 800}{600}(0.03) + 1\right]}{\log(1 + 0.03)}$$

$$n = \frac{\log(1.19)}{\log(1.03)}$$

$$n = \frac{0.075546961}{0.012837224}$$

$$n = 5.884992036$$

$$n = 5 \text{ AÑOS}$$

Cuantos pagos de 500 USD debe hacer la empresa CAST cada semestre para cancelar una deuda de un activo de 7500 USD, considerando una tasa de interés del 8% anual capitalizable semestralmente.

Datos:

R= 500 USD

VA= 7 500 USD

i = 8%

n = ?

m = 2

$$\frac{j}{m} = \frac{0.08}{2} = 0.04 \text{ pcs}$$

$$n = \frac{-\text{Log}\left[1 - \frac{VA}{R}(i)\right]}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{-\text{Log}\left[1 - \frac{7\ 500}{500}(0.04)\right]}{\text{Log}(1+0.04)}$$

$$n = \frac{-\text{Log}(0.40)}{\text{Log}(1.04)}$$

$$n = \frac{-(-0.397940008)}{0.017033339}$$

$$n = 23.36$$

$$n = 23 \text{ p. c. s.}$$

Fórmula requerida en caso de un pago adicional a VA

$$VA = R \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right] + P(1+i)^{-(n+1)}$$

SATREC S.A. debe cancelar 39 cuotas de 18 580 USD por la adquisición de nuevos muebles de oficina para uso en sus nuevas sucursales. Calcule el valor de la deuda considerando que la tasa de interés impuesta por la casa comercial es del 19% capitalizable mensualmente.

Datos	Fórmula	Procedimiento
R = 18 580 USD VA = ¿? i = 19% n.m = 39 p.c.m. $\frac{j}{m} = \frac{0,19}{12}$ J = 0,01583333333	$VA_{(j\%)(n.m)} = R \left[\frac{1 - (1 + J)^{-n.m}}{J} \right]$ $I = R(n.m) - VA$	$VA_{(1,58\%)(39)} = 18\,580 \left[\frac{1 - (1 + 0,01583333333)^{-39}}{0,01583333333} \right]$ $VA_{(1,58\%)(39)} = 18\,580 \left[\frac{0,4580938538}{0,01583333333} \right]$ $VA_{(1,58\%)(39)} = 537\,561,08 \text{ USD}$ $I = 18\,580(39) - 537\,561,08$ $I = 187\,058,92 \text{ USD}$ $I = 187\,058,92 \div 39$ $I = 4\,796,38 \text{ USD}$
Análisis: Casquete S.A obtiene el valor actual para la adquisición de nuevos muebles de oficina para uso en sus nuevas sucursales, que genera un interés de orden mensual de 4 796,38.		

¿Qué cantidad debe cancelar Casquete S.A. cada mes con el propósito de saldar una deuda con el Banco Nacional del Fomento por el valor de 67 000 USD durante 8 años, con una tasa de interés del 14,8% anual?

Datos	Fórmula	Procedimiento
R = ¿? VA = 67 000 USD i = 14,8% n = 8 años m = 12 n.m = 8 (12) n.m = 96 p.c.m. $\frac{j}{m} = \frac{0,148}{12}$ j = 0,01233333333	$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-n.m}} \right]$	$R = 67\,000 \left[\frac{0,01233333333}{1 - (1 + 0,01233333333)^{-96}} \right]$ $R = 67\,000 \left[\frac{0,01233333333}{0,6917234934} \right]$ $R = 1\,194,60 \text{ USD}$
Análisis: El valor de cuota mensual a pagar por Casquete S.A es de 1 194,60 USD.		

Cálculo de tasa de interés en las anualidades vencidas: Método de tanteo y de interpolación lineal.

La empresa Casquete S.A, dedicada a la limpieza de muebles, requiere una acumulación del capital 14 680 UM para la construcción de una nueva bodega en Tarqui, en el lapso de 4 años. Para ello, realiza depósitos trimestrales fijos de 750 UM en el Banco Solidario. El departamento de Finanzas, para conocimiento y posteriores informes, desea conocer ¿cuál será la tasa de interés nominal que intervendrá dentro de esta operación financiera?

Datos	Fórmula manipulada de la anualidad a VF	Procedimiento para hallar el valor del factor
R = 750 UM VF = 14 680 UM j= ¿? n = 4 años m = 4 n.m.= 4 (4) n.m= 16 p.c.s	$\frac{VF}{R} = \left[\frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n.m} - 1}{\frac{j}{m}} \right]$	$\frac{14\,680}{750} = \left[\frac{\left(1 + \frac{j}{4}\right)^{16} - 1}{\frac{j}{4}} \right]$ $19,5733333 = \left[\frac{\left(1 + \frac{j}{4}\right)^{16} - 1}{\frac{j}{4}} \right]$

Determinación del rango de las tasas, aplicando el método de tanteo

L	i%	i	j/m	j	j%	Valor de factor	$\frac{VF}{R} \div < j (V. Factor)$
Ls	11	0,11	0,11/4	0,0275	2,75	19,76397948	19,5733333
Li	9	0,09	0,09/4	0,0225	2,25	19,00539811	19,00539811
				0,005		0,75858137	0,5679352233

Procedimiento para hallar la tasa nominal a VF por el método de interpolación lineal:

$$j = \frac{(tasa\ nominal)(VF/R < j)}{valor\ factor} + < j\%$$

$$j = \frac{(0.005)(0,5679352233)}{0.75858137} + 0,0225$$

$$j = 0.02624340345(100)$$

$$j = 2.62\%$$

Análisis: La tasa de interés requerida para los pagos es de 2,62%.

¿Qué tasa de interés anual capitalizable mensualmente se aplica a una serie de depósitos de 22 456 UM al final de cada mes necesarios para cancelar una deuda por la compra de

terreno para aumentar las instalaciones de la empresa S&M por 1 789 000 UM en 16 años? ¿A qué tasa efectiva es equivalente?

Datos	Fórmula manipulada de la anualidad a VA	Procedimiento para hallar el valor del factor
R = 22 456 UM VF = 1 789 000 UM J = ¿? n = 16 años m = 12 n.m. = 16 (12) n.m. = 192 p.c.m	$\frac{VA}{R} = \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-n.m.}}{\frac{j}{m}} \right]$	$\frac{1\,789\,000}{22\,456} = \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{-192}}{\frac{j}{12}} \right]$ $79,66690417 = \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{-192}}{\frac{j}{12}} \right]$

Determinación del rango de las tasas, aplicando el método de tanteo

L	i%	i	j/m	j	j%	Valor de factor	$\frac{VA}{R} \div > j$ (V. Factor)
Li	22	0,22	0,22/12	0,0183	1,83	52,87864387	79,66690417
Ls 	13	0,13	0,13/12	0,01083	1,083	19,00539811	52,87864387
				0,00747		-27,76730806	26,7882603

Procedimiento para hallar tasa nominal a VA por el método de interpolación lineal:

$$j = \frac{(tasa\ nominal)(VA/R \div > j)}{valor\ factor} + > j\%$$

$$j = \frac{(0,00747)(26,7882603)}{-27,76730806} + 0,0183$$

$$j = 0,0110933848(100)$$

$$j = 1,11(12)$$

$$i = 13,32$$

Análisis: La tasa de interés requerida para los pagos es de 1,11%.

Actividades de aprendizaje a través de problemas

- Una empresa contrae la obligación de pagar 3 200 USD cada final de mes durante un año, aumentando sus pagos sucesivos en 300 USD cada mes, hallar a la tasa de interés del 14%, el valor presente de su obligación.
- Cierta activo se lo puede adquirir bajo las siguientes condiciones: 5000 USD de cuota inicial y 1 050 USD trimestrales por los próximos 7 años con una tasa de interés del 8.57% capitalizable trimestralmente. Calcular el precio de contado del activo.

- La empresa Alvear S.A. desea saber cuántos pagos de 300 USD debe efectivizar cada semestre para cancelación de una deuda por la compra de computadoras por el orden de 8 500 USD considerando una tasa de interés del 6% anual.
- La empresa XISCE S.A. desea acumular un monto de 7 058,65 en el Banco del Pacífico previo a compra de un juego de oficina para la empresa, durante 3 años realizando depósitos de 530 USD, determine la tasa de interés anual capitalizable trimestralmente.
- La empresa ATD S.A. adquiere una deuda con el Banco del Pichincha por 12 569,31usd por un préstamo el cual lo debe cancelar de manera mensual en la periodicidad de 5 años con depósitos de 243 USD. Determine la tasa requerida

UNIDAD V

5.- AMORTIZACIÓN

5.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el estudiante resuelve problemas de amortización y experimenta las aplicaciones de las mismas en una realidad financiera local.

5.2. Objetivo

Aplicar las fórmulas requeridas para calcular el valor de las cuotas de amortización, las tasas de interés, los saldos insolutos y los plazos, para que los estudiantes elaboren los respectivos formatos de amortización.

5.3. Definición

Conociendo el valor de la deuda se puede calcular el valor del pago o la renta, esta renta sirve para pagar el interés ganado por el capital en cada período y la diferencia para debitar del capital, este proceso se lo puede calcular mediante una tabla de amortización.

Son aplicaciones de las anualidades o rentas. En el caso de las amortizaciones se utilizan para programas de endeudamiento a largo plazo y en el caso de fondos de amortización, para constituir fondos de valor futuro.

En la actualidad el sistema de amortización gradual, tiene una aplicabilidad muy significativa en todo el sistema financiero en lo que respecta al crédito a mediano y largo plazo.

Ejercicios

Anualidad a tasa fija

Capital	150.000,00
Plazo (mes)	6
Tasa interés nominal	10,50% (0,00875)

Formato de amortización (anualidad vencida)

Periodo mensual	Renta	Interés	Capital	Saldo insoluto
0				150.000,00
1	25.771,18	1.312,50	24.458,68	125.541,32
2	25.771,18	1.098,49	24.672,70	100.868,62
3	25.771,18	882,60	24.888,58	75.980,04

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

4	25.771,18	664,83	25.106,36	50.873,68
5	25.771,18	445,14	25.326,04	25.547,64
6	25.771,18	223,54	25.547,64	0,00

Se concede a la compañía FRIST un préstamo de 2 000 000 de Ps; para la compra de insumos para la producción con cuotas trimestrales durante 8 años a una tasa del 21% con capitalización trimestral. Determine la cuota de amortización y elabore el formato.

Datos:

VA= 2 000 000 Ps.
 n= 8
 m= 4
 n.m= 32
 i= 21%
 j= 5,25%

Fórmula para hallar la cuota de amortización

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$R = 2\,000\,000 \left[\frac{0,0525}{1 - (1 + 0,0525)^{-32}} \right]$$

$$R = 130\,351,86 \text{ Ps.}$$

PERIODO n.m	RENTA $R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-(n)(m)}} \right]$	INTERES I= VA (j)	CAPITAL C= R - I	SALDO INSOLUTO SI= C - SA
0				2.000.000,00
1	130.351,86	105.000,00	25.351,86	1.974.648,14
2	130.351,86	103.669,03	26.682,84	1.947.965,30
3	130.351,86	102.268,18	28.083,69	1.919.881,61
4	130.351,86	100.793,78	29.558,08	1.890.323,53
5	130.351,86	99.241,99	31.109,88	1.859.213,65
6	130.351,86	97.608,72	32.743,15	1.826.470,51
7	130.351,86	95.889,70	34.462,16	1.792.008,34
8	130.351,86	94.080,44	36.271,43	1.755.736,92
9	130.351,86	92.176,19	38.175,68	1.717.561,24
10	130.351,86	90.171,97	40.179,90	1.677.381,34
11	130.351,86	88.062,52	42.289,34	1.635.092,00
12	130.351,86	85.842,33	44.509,53	1.590.582,46

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

13	130.351,86	83.505,58	46.846,29	1.543.736,18
14	130.351,86	81.046,15	49.305,72	1.494.430,46
15	130.351,86	78.457,60	51.894,27	1.442.536,20
16	130.351,86	75.733,15	54.618,71	1.387.917,48
17	130.351,86	72.865,67	57.486,20	1.330.431,29
18	130.351,86	69.847,64	60.504,22	1.269.927,07
19	130.351,86	66.671,17	63.680,69	1.206.246,37
20	130.351,86	63.327,93	67.023,93	1.139.222,44
21	130.351,86	59.809,18	70.542,69	1.068.679,76
22	130.351,86	56.105,69	74.246,18	994.433,58
23	130.351,86	52.207,76	78.144,10	916.289,48
24	130.351,86	48.105,20	82.246,67	834.042,81
25	130.351,86	43.787,25	86.564,62	747.478,19
26	130.351,86	39.242,61	91.109,26	656.368,93
27	130.351,86	34.459,37	95.892,50	560.476,44
28	130.351,86	29.425,01	100.926,85	459.549,59
29	130.351,86	24.126,35	106.225,51	353.324,08
30	130.351,86	18.549,51	111.802,35	241.521,73
31	130.351,86	12.679,89	117.671,97	123.849,75
32	130.351,86	6.502,11	123.849,75	0.00

Aplicación de la fórmula del saldo insoluto en la amortización:

En muchas ocasiones se requiere conocer el valor del saldo insoluto a un determinado período, más aún cuando se trabaja a largo plazo. Por ello, existe una fórmula que puede ser aplicada y obtener el saldo insoluto en el período requerido con una gran exactitud.

Mayoritariamente se lo utiliza para el hallazgo previo de las nuevas rentas, cuando existen los reajustes y también cuando se utilizan los períodos de gracia en la amortización.

Su fórmula es:

$$SI = R \left[\frac{1 - (1+J)^{-K}}{J} \right]$$

Donde la variable k se halla tomando en cuenta el número total de períodos a amortizar menos el período que se desea hallar:

K= #total de períodos – período anterior a amortizar

Ejemplo:

Del problema anteriormente amortizado, corrobore y calcule el saldo insoluto de los periodos 5, 10, 15, 20, 25 y 30.

PERIODO	CUOTA	INTERES	AMORTIZACION	SALDO	SALDO INSOLUTO
0				2.000.000,00	
5	130.351,86	99.241,99	31.109,88	1.859.213,65	1.859.213,59
10	130.351,86	90.171,97	40.179,90	1.677.381,34	1.677.381,28
15	130.351,86	78.457,60	51.894,27	1.442.536,20	1.442.536,15
20	130.351,86	63.327,93	67.023,93	1.139.222,44	1.139.222,40
25	130.351,86	43.787,25	86.564,62	747.478,19	747.478,17
30	130.351,86	18.549,51	111.802,35	241.521,73	241.521,72

Períodos de gracia en la amortización

Es muy usual el uso de 'periodos de gracia' en los créditos comerciales, bancos comerciales entre otros, en ciertas temporadas del año.

Cabe resaltar que un 'periodo de gracia' ocurre cuando no se amortiza el pago del principal de una deuda (cuota), pero solo se pagan los intereses correspondientes a dicho préstamo. No obstante, existen casos donde se conceden plazos de gracia tanto para el pago del principal como para el pago de los intereses.

Según Morales (2009), expresa que el período de gracia es la cancelación de una deuda mediante una serie de pagos uniformes o crecientes, en la que los pagos inician después del primer período. Existen dos tipos de período de gracia con sus respectivas características, ellos son: el "muerto" y el de cuotas reducidas.

Período de Gracia "Muerto": No se realiza ningún tipo de pago y como es obvio los intereses harán aumentar el valor de la deuda. Los valores de los intereses se suman al saldo incrementándolo en cada uno de los períodos de gracia pactados.

$$C = R \left\{ \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)^{-n'} \right\}$$

Períodos de gracia de "Cuota reducida": También conocido como periodo de gracia con cuota reducida, y consiste en que durante el periodo de gracia no se realizan abonos

a capital (la deuda) pero se pagan los intereses y por tanto la deuda permanece constante.

$$C = I \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n'}}{i} \right] + R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)^{-n'}$$

Formato de Amortización con Período de Gracia Muerto

Se concede un préstamo de 7500 USD con un periodo de gracia de 6 meses seguido de cuotas trimestrales durante 3 años. Realizar la amortización a una tasa del 18% con capitalización trimestral.

DATOS:

VA= 7500 n.m= 12
 n= 3 i= 18%
 m= 4 j= 4,50%
 R=
 8190,19

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$R = 8\,190,19 \left[\frac{0,0450}{1 - (1 + 0,0450)^{-10}} \right]$$

R = 1 035,07 USD

PERIODO	CUOTA	INTERES	AMORTIZACION	SALDO
0				7.500,00
1		337,50		7.837,50
2		352,69		8.190,19
3	1035,07	368,56	666,51	7523,68
4	1035,07	338,57	696,50	6827,18
5	1035,07	307,22	727,85	6099,33
6	1035,07	274,47	760,60	5338,73
7	1035,07	240,24	794,83	4543,90
8	1035,07	204,48	830,59	3713,31
9	1035,07	167,10	867,97	2845,34
10	1035,07	128,04	907,03	1938,31
11	1035,07	87,22	947,85	990,46
12	1035,07	44,57	990,50	0,04
	10.350,70	2.850,59	8.190,23	

La compañía KYTRS S.A obtiene un préstamo hipotecario en el Banco del Austro por el valor de 25 580, 90 UM a 3 años plazo, incluido 4 períodos de gracia, con una tasa de interés de 11,50% capitalizable trimestralmente. La cuantía obtenida será destinada para

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

la adquisición de maquinaria industrial. La deuda debe ser cancelada mediante el sistema de amortización gradual y utilizar el período de gracia muerto.

Datos:	
VA =	25 580,90 UM
i=	11,50%
n =	3 años
m =	4
n.m =	3 (4)
n.m =	12 p.c.t.
j/m=	0,1150/12
j=	0,02875
p.g.=	4

Períodos n.m	Renta $R = VA \left[\frac{j}{1 - (1+j)^{-n(m)}} \right]$	Interés $I = VA(j)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				25 580,90
1		735,45		26 316,35
2		756,59		27 072,94
3		778,35		27 851,29
4		800,72		28 652,01
5	4060,17	823,74	3236,43	25 415,58
6	4060,17	730,70	3329,47	22 086,11
7	4060,17	634,97	3425,20	18 660,91
8	4060,17	536,50	3523,67	15 137,24
9	4060,17	435,19	3624,98	11 512,26
10	4060,17	330,98	3729,19	7783,07
11	4060,17	223,76	3836,41	3946,66
12	4060,17	113,47	3946,70	(0,04)

$$R = VA \left[\frac{j}{1 - (1+j)^{-n.m}} \right]$$

$$R = 28652,01 \left[\frac{0,02875}{1 - (1+0,02875)^{-8}} \right]$$

$$SI = R \left[\frac{1 - (1+j)^{-K}}{j} \right]$$

$$SI_5 = 4060,17 \left[\frac{1 - (1+0,02875)^{-7}}{0,02875} \right]$$

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

R= 4060,17 USD

SI₅= 25 415,60 USD

La empresa Casquete S.A obtiene un préstamo hipotecario en el Banco Pacífico por el valor de 34 800,45 UM a 1 año plazo, incluido 5 períodos de gracia, con una tasa de interés de 13% capitalizable mensualmente. La cuantía obtenida será destinada para la obtención de un edificio. La deuda debe ser cancelada mediante el sistema de amortización gradual y el periodo de gracia muerto.

Datos:	
VA =	34 800,45 UM
i=	12%
n =	1 año
m =	12
n.m =	1(12)
n.m =	12 p.c.m.
j/m=	0,12/12
J=	0,01
p.g.=	2

Períodos	Renta $R = VA \left[\frac{j}{1 - (1+j)^{-n(m)}} \right]$	Interés $I = VA(j)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				34 800,45
1		376,89		35 117,34
2		380,97		35 558,31
3		385,10		35 943,41
4		389,27		36 332,68
5		393,48		36 726,16
6	5 458,55	367,26	5091,29	31 634,87
7	5 458,55	316,35	5142,20	26 492,67
8	5 458,55	264,93	5193,62	21 299,05
9	5 458,55	212,99	5245,56	16 053,49
10	5 458,55	160,53	5298,01	10 755,47
11	5 458,55	107,55	5350,99	5404,47
12	5 458,55	54,04	5404,50	0,03

$$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1+J)^{-n.m}} \right]$$

$$R = 36\,726,16 \left[\frac{0,01}{1 - (1+0,01)^{-7}} \right]$$

$$R = 5\,458,55 \text{ USD}$$

4.1.1.2. Formato de amortización con periodo de gracia con cuota reducida

Se concede un préstamo de 7500 USD con un periodo de gracia de 6 meses seguido de cuotas trimestrales durante 3 años. Realizar la amortización a una tasa del 18% con capitalización trimestral.

DATOS:

VA= 7500
n= 3
m= 4
n.m= 12
i= 18%
j= 4,50% (0,045)
R= 7 500 USD

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$R = 7500 \left[\frac{0,0450}{1 - (1 + 0,0450)^{-10}} \right]$$

$$R = 947,84$$

PERIODO	CUOTA	INTERES	AMORTIZACION	SALDO
0				7.500,00
1		337,50		7.500,00
2		337,50		7.500,00
3	947,84	337,50	610,34	6889,66
4	947,84	310,03	637,81	6251,85
5	947,84	281,33	666,51	5585,34
6	947,84	251,34	696,50	4888,84
7	947,84	220,00	727,84	4161,00
8	947,84	187,24	760,60	3400,40
9	947,84	153,02	794,82	2605,58
10	947,84	117,25	830,59	1774,99
11	947,84	79,87	867,96	907,02
12	947,84	40,82	907,02	0,00
	9.478,40	2.653,40	7.500,00	

La compañía KYTRS S.A obtiene un préstamo hipotecario en el Banco del Austro por el valor de 25 580, 90 UM a 3 años plazo, incluido 4 períodos de gracia, con una tasa de interés de 11,50% capitalizable trimestralmente. La cuantía obtenida será destinada para la adquisición de maquinaria industrial. La deuda debe ser cancelada mediante el sistema de amortización gradual y utilizar el período de gracia con cuota reducida.

Períodos	Renta $R = VA \left[\frac{J}{1 - (1+J)^{-n(m)}} \right]$	Interés $I = VA(J)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				25 580,90
1		735,45		25 580,90
2		735,45		25 580,90
3		735,45		25 580,90
4		735,45		25 580,90
5	4 086,58	735,45	3351,13	22 229,77
6	4 086,58	639,11	3447,47	18782,30
7	4 086,58	539,99	3546,59	15 235,71
8	4 086,58	438,03	3648,55	11587,16
9	4 086,58	438,03	3648,55	11587,16
10	4 086,48	333,13	3753,45	7833,71
11	4 086,58	225,22	3861,36	3972,35
12	4 086,58	114,20	3 972,37	0,02

$$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1+J)^{-n.m}} \right]$$

$$R = 25\,580,90 \left[\frac{0,02875}{1 - (1+0,02875)^{-7}} \right]$$

$$R = 4\,086,58 \text{ USD}$$

La empresa Casquete S.A obtiene un préstamo hipotecario en el Banco Pacífico por el valor de 34 800,45 UM a 1 año plazo, incluido 5 períodos de gracia, con una tasa de interés de 13% capitalizable mensualmente. La cuantía obtenida será destinada para la

obtención de un edificio. La deuda debe ser cancelada mediante el sistema de amortización gradual y el periodo de gracia con cuotas reducidas.

Períodos	Renta $R = VA \left[\frac{J}{1 - (1+J)^{-n(m)}} \right]$	Interés $I = VA(J)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				34 800,45
1		377,00		34 800,45
2		377,00		34 800,45
3		377,00		34 800,45
4		377,00		34 800,45
5		377,00		34 800,45
6	5 189.24	377,00	4812,24	29 988,20
7	5 189.24	324,87	4864,37	25 123,83
8	5 189.24	272,17	4917,06	20 206,76
9	5 189.24	218,67	4970,33	15 236,43
10	5 189.24	165,06	5024,18	10 212,25
11	5 189.24	110,63	5078,61	5133,64
12	5 189.24	55,61	5133,62	0,01

$$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1+J)^{-n.m}} \right]$$

$$R = 34\,800,45 \left[\frac{0.010833333}{1 - (1+0.010833333)^{-7}} \right]$$

$$R = 5\,189.24 \text{ USD}$$

Formato de amortización con Reajuste de tasa de interés

En el medio financiero es frecuente realizar contrataciones de préstamos con el sistema de amortización gradual, en cuyas clausulas se establece que la tasa de interés puede reajustarse cada cierto tiempo, de acuerdo con las fluctuaciones del mercado. (Mora, Armando. 2010)

Según el autor antes mencionado se necesita calcular el saldo insoluto luego de haber pagado la última cuota con la tasa anterior y posteriormente calcular el valor de la cuota con la nueva tasa de interés y rehacer la tabla de amortización.

Ejemplo:

Formato de amortización (tasas variables)

Capital		150.000,00	
Plazo (mensual)		6	
Periodo (mensual)	Tasa interés nominal	tiempo para vencimiento (meses)	
1	8%	6	
2	9%	5	
3	10%	4	
4	11%	3	
5	12%	2	
6	13%	1	

Periodo (mensual)	Renta	Interés	Capital	Saldo insoluto
0				150.000,00
1	25.586,56	1.000,00	24.586,56	125.413,44
2	25.649,86	940,60	24.709,26	100.704,18
3	25.702,72	839,20	24.863,52	75.840,66
4	25.745,10	695,21	25.049,89	50.790,76
5	25.776,94	507,91	25.269,04	25.521,73
6	25.798,21	276,49	25.521,73	0,00

Se observa el cálculo de la renta por periodos mensuales y por ende su reajuste.

La empresa "Párraga" adquiere una flota de moto taxis valoradas en 300.000,00 USD pagaderos en 10 años, para brindar un nuevo servicio de transporte en la Ciudad de Quindé; quedando pactado en el contrato de crédito que la tasa de interés será reajustada por 3 ocasiones. La tasa de interés cargada a la primera acción es del 17% anual capitalizable trimestralmente; luego del séptimo periodo la tasa cargará intereses por el orden de 15% anual; posterior al doceavo periodo la tasa de interés tendrá una variación al 19% y al quinceavo periodo la tasa de interés será por el orden de 22%. Realizar el formato de amortización

Datos:

$VA = 300\ 000,00$

$i = 17\%$

$m = 4$

$$R = VA \left[\frac{\frac{j}{m}}{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-n \cdot m}} \right]$$

$$R_1 = 300000 \left[\frac{0,0425}{1 - \left(1 + 0,0425\right)^{-40}} \right]$$

$$R = 15\ 725,52\ \text{USD}$$

$$R_8 = 276319,43 \left[\frac{0,0375}{1 - \left(1 + 0,0375\right)^{-33}} \right]$$

$$R = 14734,44251$$

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

$$n = 10 \text{ años}$$

$$n * m = 10 (4)$$

$$\frac{j}{m_1} = \frac{0,17}{4}$$

$$\frac{j}{m_1} = 0,0425$$

$$\frac{j}{m_{13}} = \frac{0,19}{4}$$

$$\frac{j}{m_{13}} = 0,0475$$

$$\frac{j}{m_8} = \frac{0,15}{4}$$

$$\frac{j}{m_8} = 0,0375$$

$$\frac{j}{m_{15}} = \frac{0,22}{4}$$

$$\frac{j}{m_{15}} = 0,055$$

$$R_{13} = 252754,79 \left[\frac{0,0475}{1 - (1 + 0,0475)^{-28}} \right]$$

$$R = 16507,45636$$

$$R_{15} = 243537,76 \left[\frac{0,055}{1 - (1 + 0,055)^{-26}} \right]$$

$$R = 17825,27662$$

PERIODO	CUOTA	INTERES	AMORTIZACION	CAPITAL INSOLUTO	SALDO INSOLUTO
0				300.000,00	
1	15.725,52	12.750,00	2.975,52	297.024,48	
2	15.725,52	12.623,54	3.101,98	293.922,51	
3	15.725,52	12.491,71	3.233,81	290.688,70	
4	15.725,52	12.354,27	3.371,25	287.317,45	
5	15.725,52	12.210,99	3.514,52	283.802,93	
6	15.725,52	12.061,62	3.663,89	280.139,03	
7	15.725,52	11.905,91	3.819,61	276.319,43	276.319,49
8	14.734,44	10.361,98	4.372,46	271.946,96	
9	14.734,44	10.198,01	4.536,43	267.410,53	
10	14.734,44	10.027,89	4.706,55	262.703,98	
11	14.734,44	9.851,40	4.883,04	257.820,94	
12	14.734,44	9.668,29	5.066,16	252.754,78	252.754,79
13	16.507,46	12.005,85	4.501,60	248.253,18	
14	16.507,46	11.792,03	4.715,43	243.537,75	243.537,76
15	17.825,28	13.394,58	4.430,70	239.107,05	
16	17.825,28	13.150,89	4.674,39	234.432,66	
17	17.825,28	12.893,80	4.931,48	229.501,18	

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

18	17.825,28	12.622,56	5.202,71	224.298,47	
19	17.825,28	12.336,42	5.488,86	218.809,60	
20	17.825,28	12.034,53	5.790,75	213.018,86	
21	17.825,28	11.716,04	6.109,24	206.909,62	
22	17.825,28	11.380,03	6.445,25	200.464,37	
23	17.825,28	11.025,54	6.799,74	193.664,63	
24	17.825,28	10.651,55	7.173,72	186.490,91	
25	17.825,28	10.257,00	7.568,28	178.922,63	
26	17.825,28	9.840,74	7.984,53	170.938,10	
27	17.825,28	9.401,60	8.423,68	162.514,42	
28	17.825,28	8.938,29	8.886,98	153.627,44	
29	17.825,28	8.449,51	9.375,77	144.251,67	
30	17.825,28	7.933,84	9.891,43	134.360,24	
31	17.825,28	7.389,81	10.435,46	123.924,77	
32	17.825,28	6.815,86	11.009,41	112.915,36	
33	17.825,28	6.210,34	11.614,93	101.300,43	
34	17.825,28	5.571,52	12.253,75	89.046,67	
35	17.825,28	4.897,57	12.927,71	76.118,96	
36	17.825,28	4.186,54	13.638,73	62.480,23	
37	17.825,28	3.436,41	14.388,86	48.091,37	
38	17.825,28	2.645,03	15.180,25	32.911,11	
39	17.825,28	1.810,11	16.015,17	16.895,95	16.896,00
40	17.825,28	929,28	16.896,00	0,05	
	680.222,93	380.222,88	300.000,05		

Análisis: Se ha logrado cancelar en crédito en su totalidad más los intereses en contra por el orden de 380222,88 USD.

La empresa "Alonzo", desea conocer el valor a pagar por la deuda, adquirida para remodelar las oficinas de 10 200,00 USD, se obtiene 9 meses de gracia, con cuotas trimestrales en un plazo de 4 años, quedando pactado en el contrato que la tasa de interés será reajustada en 4 ocasiones, por ello en la primera acción la tasa de interés cargada el 5% capitalizable trimestralmente, en el séptimo periodo la tasa cargara intereses por el orden de 4,7%, después del noveno periodo la tasa de interés será de 6,5%, luego del onceavo periodo cargara una tasa de interés del 6%, al periodo dieciseisavo la tasa de interés será por el orden de 7,5%. Realizar la amortización por el periodo de gracia con cuota reducida.

Datos	
VA	10 200,00 USD
i	5%=0,05
n	4 años
R	854,97
m	4
j/m	0,05/4
j/m	0,0125
n.m.	4(4)
n.m.	16 p.c.m.

$$R = VA \left[\frac{j}{1 - (1 + j)^{-n.m}} \right]$$

$$R = 10200 \left[\frac{0,0125}{1 - (1 + 0,0125)^{-16}} \right]$$

$$R = 10200 \left(\frac{0,0125}{0,149127308} \right)$$

$$R = 10200(0,083820999)$$

$$R = 854,97USD$$

Reajuste 3	
i	6%=0,06
m	4
j/m	0,015
K	5
R	863,44 USD

Reajuste 1	
i	4,7%=0,047
m	4
j/m	0,01175
K	10
R	851,56 USD

Reajuste 2	
i	6,5%=0,065
m	4
j/m	0,01625
k	7,00
R	866,60 USD

Reajuste 4	
i	7,5%=0,075
m	4
j/m	0,01875
K	1
R	866,63 USD

FORMATO DE AMORTIZACION (PERIODO DE GRACIA CON CUOTA REDUCIDA Y REAJUSTE DE TASA)					
PERIODO	CUOTA	INTERES	AMORTIZACION	CAPITAL INSOLUTO	SALDO INSOLUTO
0				10.200,00	
1		127,50		10.200,00	
2		127,50		10.200,00	
3		127,50		10.200,00	
4	854,97	127,50	727,47	9.472,53	
5	854,97	118,41	736,57	8.735,96	
6	854,97	109,20	745,77	7.990,18	7.990,18
7	851,56	93,88	757,67	7.232,51	
8	851,56	84,98	766,58	6.465,93	
9	851,56	75,97	775,58	5.690,35	5.690,35
10	866,60	92,47	774,13	4.916,22	

11	866,60	79,89	786,71	4.129,51	4.129,51
12	863,44	61,94	801,49	3.328,02	
13	863,44	49,92	813,52	2.514,50	
14	863,44	37,72	825,72	1.688,78	
15	863,44	25,33	838,10	850,68	850,68
16	866,63	15,95	850,68	0,00	
	11.173,17	1.355,67	10.200,00		

Análisis: La empresa en la opción de pago obtiene intereses en contra de 1.361,08 USD, cuantía generada por los reajustes de la tasa de interés, mediante las condiciones pactadas.

5.4. Fondos de amortización

Las amortizaciones se utilizan para programas de endeudamiento a largo plazo; y fondos de amortización, para constituir fondos de valor futuro. Por lo tanto: Un fondo de amortización es una cantidad que se va acumulando mediante depósitos o pagos periódicos que ganan cierto interés, de modo que en cierto número de periodos se obtenga un monto determinado. (Mora, 2010, pág. 230)

5.4.1. Componentes del formato del Fondos de Amortización

Período. - Es el número de pagos

Cuota o Depósitos. - Es el valor total que se paga, incluidos los intereses. Su cálculo es a valor futuro por tratarse de acumulación de valores.

Interés. - Son los valores que se adquieren por tener el capital en el periodo. En otras palabras, lo que adiciona el banco por escoger a la entidad para el ahorro de sus fondos. Se calcula multiplicando el Fondo Acumulado por la tasa de interés. Comúnmente en el primer periodo no se generan.

Total añadido al Fondo. - Es el valor del depósito más el interés.

Fondo Acumulado. - Es el valor obtenido después de haber aplicado la cuota y los intereses correspondientes. Se calcula sumando el Total Añadido al Fondo más el Fondo Acumulado del período anterior.

Periodo	Depósitos	Interés	Total Añadido al Fondo	Fondo Acumulado

Fórmula

$$R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Nomenclatura:

VF= Valor futuro

R= El pago periódico o renta

i= Tasa de interés por periodo de capitalización

n= Número de periodos de pagos

Problemas

La Compañía Solórzano tiene como objetivo comprar un vehículo en el futuro para transporte de carga, por lo que decide acumular un capital de 19 300 USD en 4 años mediante cuotas trimestrales en el Banco del Litoral que carga una tasa de interés anual del 16% capitalizable trimestralmente. La compañía bajo estas condiciones desea conocer el valor que deberá depositar cada trimestre para cumplir lo propuesto.

Datos	
VF=	19.300
i=	16%
n=	4 AÑOS
m=	4
n.m=	4(4)
n.m=	16
j/m=	0,16/ 12
j=	0,040
R	884,33

Desarrollo

$$R = VF \left[\frac{J}{(1+J)^{(n)(m)} - 1} \right] \quad IC_2 = D * J$$

$$R = 19.300 \left[\frac{0,04}{(1+0,04)^{16} - 1} \right] \quad IC_2 = 884,33 (0,04)$$

$$R = 19.300 \left[\frac{0,04}{0,872981245} \right] \quad IC_2 = 35,37 \text{ USD}$$

$$R = 19.300 (0,045819999) \quad TAF_2 = D + I$$

$$R = 884,33 \text{ USD} \quad TAF_2 = 884,33 + 35,37$$

$$TAF_2 = 919,70 \text{ USD}$$

Formato del Fondo de Amortización.				
Periodos	Depósito	Interés	Amortización	Capital Insoluto
	$R = VF \left[\frac{J}{(1+J)^{(n)(m)} - 1} \right]$	$I = VA(J)$	$TAF = D + I$	$FA = TAF + FAA$
1	884,33			884,33

FORMATO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN				
Periodo	Depósito	Intereses	TAF	FA
1	4 329,66			4.329,66
2	4 329,66	313,90	4.643,56	8.973,22
3	4 329,66	650,56	4.980,22	13.953,44
4	4 329,66	1.011,62	5.341,28	19.294,72
5	4 329,66	1.398,87	5.728,53	25.023,25
6	4 329,66	1.814,19	6.143,85	31.167,10
7	4 329,66	2.259,61	6.589,27	37.756,37
8	4 329,66	2.737,34	7.067,00	44.823,37
9	4 329,66	3.249,69	7.579,35	52.402,72
10	4 329,66	3.799,20	8.128,86	60.531,58
11	4 329,66	4.388,54	8.718,20	69.249,78
12	4 329,66	5.020,61	9.350,27	78.600,05
	51 955,92	26.644,13	74.270,39	

Análisis: La empresa "FIBRA-OPTICA" dado a sus resultados ha logrado cancelar su totalidad generando un interés de 26 644,13 USD

5.5.Préstamos hipotecarios

Una hipoteca es un contrato mediante el cual se toma como garantía de un crédito a un bien que generalmente lo constituye un inmueble. El bien permanece en manos del propietario mientras este cumpla con sus obligaciones; en caso contrario, el acreedor puede realizar la venta del bien para cobrar el dinero que prestó

5.5.1. Tipos de tasa de interés para la amortización de créditos hipotecarios

Abierta. - Varía en la misma medida que cambian los indicadores económicos del país.

Fija. - El consumidor tiene la ventaja de saber qué valor va a pagar mensualmente.

Móvil. - Es una especie de híbrido entre las dos anteriores, la tasa de interés sufre reajustes después de un periodo de estabilidad.

Ejercicio

La Srta. Sánchez desea adquirir una vivienda en la Urbanización Renacer cuyo valor es de 27500 USD, la cual consta de tres dormitorios, sala, comedor, cocina y un baño completo. Por ello, requiere adquirir un crédito hipotecario ya sea en el Banco General






ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

Rumiñahui o en el Banco del Austro, lo cual se describen las siguientes condiciones para así tomar la mejor decisión en adquirir el préstamo.

Casas a Estrenar en Urbanización Renacer - plusvalia

Publica: **CONSTRUBIENES** - Teléfono: **0996427861** - E-mail: **grupoinmobiliariolloor@gmail.com**

Precio USD 27.500

-  90m² Superficie total
-  46m² Superficie cubierta
-  3 Habitaciones
-  1 Baño
-  Antigüedad: A estrenar



Ubicado de la vía circunvalación vía Manta Montecristi, al frente de la gasolinera Petrocomercial

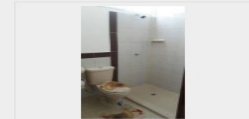
90m² de terreno
46.90m² construcción


3 dormitorios
Sala
Comedor
Cocina
1 baño completo

Construcciones sismo resistente.
Plancha de hormigón armado con malla recubierta
Tipo steel framing.

Casas desde 27.500 hasta 31.300 con full acabados.

M.L.



 VIA Manta Montecristi, Norte de Manta, Manta

SIMULADOR DE CREDITO HIPOTECARIO DEL BANCO GENERAL RUMIÑAHUI

INFORMACIÓN DEL CRÉDITO	VALORES A CANCELAR
<p>ESTA ES LA INFORMACIÓN DETALLADA DE TU CRÉDITO</p> <ul style="list-style-type: none">  Monto líquido a recibir: 27,486.84 USD.  Cuota mensual estimada: 669.62 USD.  Tasa de interés nominal: 16.06%  Tasa de interés efectiva: 17.40%  Tasa de anual del costo del crédito: 18.15%  Tasa de contribución a SOLCA: 0.5% 	<p>ESTOS SON LOS VALORES QUE CANCELARÍAS</p> <ul style="list-style-type: none">  Monto solicitado: 27,500.00 USD.  Intereses: 12,677.42 USD.  Seguro de desgravamen: 453.17 USD.  Costos: 0.00 USD.  Gastos: 0.00 USD.  Contribución SOLCA: 137.50 USD.  TOTAL: 40,768.08 USD.

SIMULADOR DE CREDITO HIPOTECARIO DEL BANCO DEL AUSTRO

 BANCO DEL AUSTRO :: SIMULADOR DE CRÉDITO		
<h3>TABLA DE AMORTIZACIÓN</h3>		
Segmento: Crédito Inmobiliario	Monto: 27,500.00	Tasa de Interés Nominal: 10.78 %
Sistema de Amortización: Sistema Francés (Cuota Fija)	Plazo: 60	Tasa Contribución SOLCA: 0,5 %
Tasa de Interés Efectiva: 11.33 %		Interés: 8,322.06
Monto líquido: 27,500.00		Total: 35,822.06
Cuota mensual estimada: 597.03		Costos y Gastos: 0,00
Seguro de desgravamen: 493.12		Contribución SOLCA: 137.50

BANCO DEL AUSTRO :: SIMULADOR DE CRÉDITO		
TABLA DE AMORTIZACIÓN		
Segmento: Crédito Inmobiliario	Monto: 27,500.00	Tasa de Interés Nominal: 10.78 %
Sistema de Amortización: Sistema Francés (Cuota Fija)	Plazo: 120	Tasa Contribución SOLCA: 0,5 %
Tasa de Interés Efectiva:		11.33 %
Interés:		17,839.15
Monto líquido:		27,500.00
Total:		45,339.15
Cuota mensual estimada:		377.83
Costos y Gastos:		0,00
Seguro de desgravamen:		1,056.95
Contribución SOLCA:		137.50

RESULTADOS:			
CUADRO COMPARATIVO DE PERIODOS HIPOTECARIOS			
BANCO GENERAL RUMIÑAHUI	5 años (60 meses)	10 años (120 meses)	15 años (180 meses)
CUOTA	669,62	461,69	405,04
TASA DE INTERES	16,06%	16,06%	16,06%
INTERES	12677,42	27902,78	45407,87
BANCO DEL AUSTRO	5 años (60 meses)	10 años (120 meses)	15 años (180 meses)
CUOTA	597,03	377,83	311,48
TASA DE INTERES	10,78%	10,78%	10,78%
INTERES	8322,06	17839,15	28565,66

Análisis comparativo: Según las condiciones citadas la Srta. Sánchez al querer adquirir un crédito inmobiliario, realiza la simulación de crédito de 27500 USD (valor del bien) en dos instituciones financieras. El Banco General Rumiñahui reconoce una tasa de interés del 16,06% lo que genero intereses de **12677,42 USD** en 5 años, **27902,78 USD** en 10 años y **45407,87 USD** en 15 años. Mientras que, en el Banco del Austro se generó una carga financiera de **8322,06 USD** en 60 meses, **17839,15 USD** en 120 meses y **28565,66 USD** en 180 meses, correspondiente a una tasa de interés del 10,78%. Por lo que, se puede notar el incremento de los intereses cada vez que aumenta los periodos para cancelar la deuda, es decir, Sánchez pudo observar que si se incrementa el plazo de pago en la hipoteca; los valores de la cuota van a disminuir, pero los intereses seguirán aumentando. Por ende, el Banco del Austro se convierte en la mejor opción para realizar el préstamo.

Problema:

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

La Empresa Vera adquiere un préstamo hipotecario en el CFN por el valor de 45500,90 USD a 3 años plazos, incluido 3 periodos de gracia, con una tasa de interés de 15,30% capitalizable mensualmente. La cuantía obtenida será destinada para la adquisición de un activo fijo (edificio). La deuda debe ser cancelada mediante el sistema de amortización gradual, el periodo de gracia muerto y de cuota reducida.

Datos	
VA=	45500,90 USD
i=	15,30%
n=	3 años
m=	12
n·m=	3(12)
n·m=	36 p.c.m
j/m=	0,153/12
j=	0,01275
p.g=	3

Período de gracia muerto				
Periodo (n·m)	Renta $R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-(n)(m)}} \right]$	Interés $I = VA(j)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				45500,90
1		580,14		46081,04
2		587,53		46668,57
3		595,02		47263,59
4	1763,58	602,61	1160,97	46102,62
5	1763,58	587,81	1175,77	44926,85
6	1763,58	572,82	1190,76	43736,09
7	1763,58	557,64	1205,95	42530,14
8	1763,58	542,26	1221,32	41308,82
9	1763,58	526,69	1236,89	40071,93
10	1763,58	510,92	1252,66	38819,26
11	1763,58	494,95	1268,64	37550,63
12	1763,58	478,77	1284,81	36265,82
13	1763,58	462,39	1301,19	34964,62

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

14	1763,58	445,80	1317,78	33646,84
15	1763,58	429,00	1334,58	32312,26
16	1763,58	411,98	1351,60	30960,66
17	1763,58	394,75	1368,83	29591,82
18	1763,58	377,30	1386,29	28205,54
19	1763,58	359,62	1403,96	26801,58
20	1763,58	341,72	1421,86	25379,72
21	1763,58	323,59	1439,99	23939,73
22	1763,58	305,23	1458,35	22481,38
23	1763,58	286,64	1476,94	21004,44
24	1763,58	267,81	1495,77	19508,66
25	1763,58	248,74	1514,85	17993,81
26	1763,58	229,42	1534,16	16459,65
27	1763,58	209,86	1553,72	14905,93
28	1763,58	190,05	1573,53	13332,40
29	1763,58	169,99	1593,59	11738,81
30	1763,58	149,67	1613,91	10124,90
31	1763,58	129,09	1634,49	8490,41
32	1763,58	108,25	1655,33	6835,08
33	1763,58	87,15	1676,43	5158,65
34	1763,58	65,77	1697,81	3460,84
35	1763,58	44,13	1719,46	1741,39
36	1763,58	22,20	1741,38	0,01
	58198,18	12697,28	47263,59	

$$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-n \cdot m}} \right]$$

$$R = 47263,59 \left[\frac{0,01275}{1 - (1 + 0,01275)^{-33}} \right]$$

$$R = 47263,59(0,037313736)$$

$$R = 1763,58 \text{ USD}$$

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA

Período de gracia con cuota reducida				
Periodo (n-m)	Renta $R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-(n)(m)}} \right]$	Interés $I = VA(J)$	Saldo $S = R - I$	Capital Insoluto $CI = D - S$
0				45500,90
1		580,14		45500,90
2		580,14		45500,90
3		580,14		45500,90
4	1697,81	580,14	1117,67	44383,23
5	1697,81	565,89	1131,92	43251,31
6	1697,81	551,45	1146,35	42104,95
7	1697,81	536,84	1160,97	40943,98
8	1697,81	522,04	1175,77	39768,21
9	1697,81	507,04	1190,76	38577,44
10	1697,81	491,86	1205,95	37371,50
11	1697,81	476,49	1221,32	36150,18
12	1697,81	460,91	1236,89	34913,28
13	1697,81	445,14	1252,66	33660,62
14	1697,81	429,17	1268,64	32391,98
15	1697,81	413,00	1284,81	31107,17
16	1697,81	396,62	1301,19	29805,98
17	1697,81	380,03	1317,78	28488,20
18	1697,81	363,22	1334,58	27153,61
19	1697,81	346,21	1351,60	25802,01
20	1697,81	328,98	1368,83	24433,18
21	1697,81	311,52	1386,29	23046,89
22	1697,81	293,85	1403,96	21642,93
23	1697,81	275,95	1421,86	20221,07
24	1697,81	257,82	1439,99	18781,08

25	1697,81	239,46	1458,35	17322,73
26	1697,81	220,86	1476,94	15845,79
27	1697,81	202,03	1495,77	14350,01
28	1697,81	182,96	1514,85	12835,17
29	1697,81	163,65	1534,16	11301,01
30	1697,81	144,09	1553,72	9747,29
31	1697,81	124,28	1573,53	8173,76
32	1697,81	104,22	1593,59	6580,16
33	1697,81	83,90	1613,91	4966,25
34	1697,81	63,32	1634,49	3331,76
35	1697,81	42,48	1655,33	1676,43
36	1697,81	21,37	1676,43	0,00
	56027,68	12267,19	45500,90	

$$R = VA \left[\frac{J}{1 - (1 + J)^{-n \cdot m}} \right]$$

$$R = 45500,90 \left[\frac{0,01275}{1 - (1 + 0,01275)^{-33}} \right]$$

$$R = 45500,90(0,037313736)$$

$$R = 1697,81 \text{ USD}$$

Análisis: A las condiciones citadas, la empresa Vera genera mayor interés en contra en el periodo de gracia muerto con el valor de 12697,28 USD y menor interés en el periodo de gracia con cuota reducida de 12267,19 USD.

5.6. Ejercicios Propuestos

- La empresa KRIST consiguió un préstamo de 6 000 000 USD amortizable en pagos semestrales iguales en 4 años, con una tasa de interés de 9% anual capitalizable semestralmente. Calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de amortización correspondiente.
- La empresa ESY obtiene un préstamo de 98 000 USD a 7 años plazo, que debe ser pagado en cuotas bimestrales con una tasa de interés del 18% anual capitalizable trimestralmente. Calcular la renta y el saldo insoluto inmediatamente después de pagar la cuota 20.

- Una persona adquiere una casa por un valor de 1200 000 mediante el sistema de amortización gradual. Si hipoteca la propiedad a una institución financiera a 25 años de plazo, pagaderos en cuotas mensuales iguales, a una tasa de interés del 12% anual capitalizable mensualmente, calcular el valor de la cuota mensual y los derechos del acreedor y del deudor luego de haber pagado la cuota 200

UNIDAD VI

6. EL SISTEMA FINANCIERO Y EL MERCADO DE CAPITALES

6.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al finalizar la unidad, el estudiante estará en capacidad aplicar fórmulas financieras para precisar el valor de los bonos existentes en el mercado de capitales.

6.2. Objetivo

Asociar por parte del estudiante, la relación del sistema financiero, sus normas e instituciones, los documentos financieros, los bonos con el mercado de capitales desde una leve perspectiva financiera.

6.3. El Sistema Financiero

Es un conjunto de instituciones interrelacionadas e interdependiente que regulen y operan las actividades financieras mediante leyes o normas. Las instituciones que conforman el sistema financiero recogen los excedentes financieros, los ahorros y los canalizan hacia aquellas personas que lo requieren (Cevallos, 2015).

La ley general de instituciones del sistema financiero y otras con similar denominación estas regulan las actividades de las instituciones financieras como los bancos, sociedades, financieras, cooperativas de ahorro y crédito, las mutualistas, compañías de arrendamiento mercantil, compañías emisoras o administradoras de tarjetas de crédito.

Otros elementos importantes del sistema financiero los constituyen las instituciones las cuales se pueden clasificar así:

- **Monetarias:** instituciones públicas que tienen la facultad de emitir dinero, con el respectivo respaldo en oro, divisas, u otro medio de pago por ejemplo, el banco central, el banco de la moneda, la junta monetaria, la dirección nacional de tesoro
- **Operativas:** ministerio de economía y hacienda, ministerio de economía y finanzas, dirección nacional de seguro social.
- **De control:** instituciones públicas que, respaldadas en la respectiva ley tienen facultad para controlar y sancionar a aquellas personas naturales o jurídicas que incumplan la ley.

6.3.1. Clasificación de las entidades financieras

Entidades bancarias públicas: Son las encargadas de manejar dinero o valores y otorgar crédito como el banco nacional del fomento, el banco de la vivienda, la corporación financiera, nacional el instituto de crédito educativo, el banco de desarrollo, y otras instituciones financieras públicas.

Entidades bancarias privadas: Figura los bancos privados de diferentes tipos, con alcance geográfico, local nacional e internacional, que son intermediarios en el mercado financiero.

Otras entidades financieras no bancarias. - Entre ellas:

Cooperativas de ahorros y créditos: Mutualista que financian dinero para vivienda

Servicios financieros: Almacenes generales, compañía de arrendamiento mercantil, Tarjetas de créditos casa de cambios, corporaciones de garantía y otras.

6.4.El mercado de capitales

Ley de mercado de valores y otras con similar denominación regulan la operación de un mercado de valores organizado, integrado, eficaz y transparente, la tasa de valores, las administradoras de fondos de inversión, los agentes de bolsas. Ley de régimen monetario y otras con similar denominación regulan la emisión de monedas y la paridad cambiaria, las tasas de interés, los términos de intercambio, la inflación.

6.4.1. Documentos Financieros:

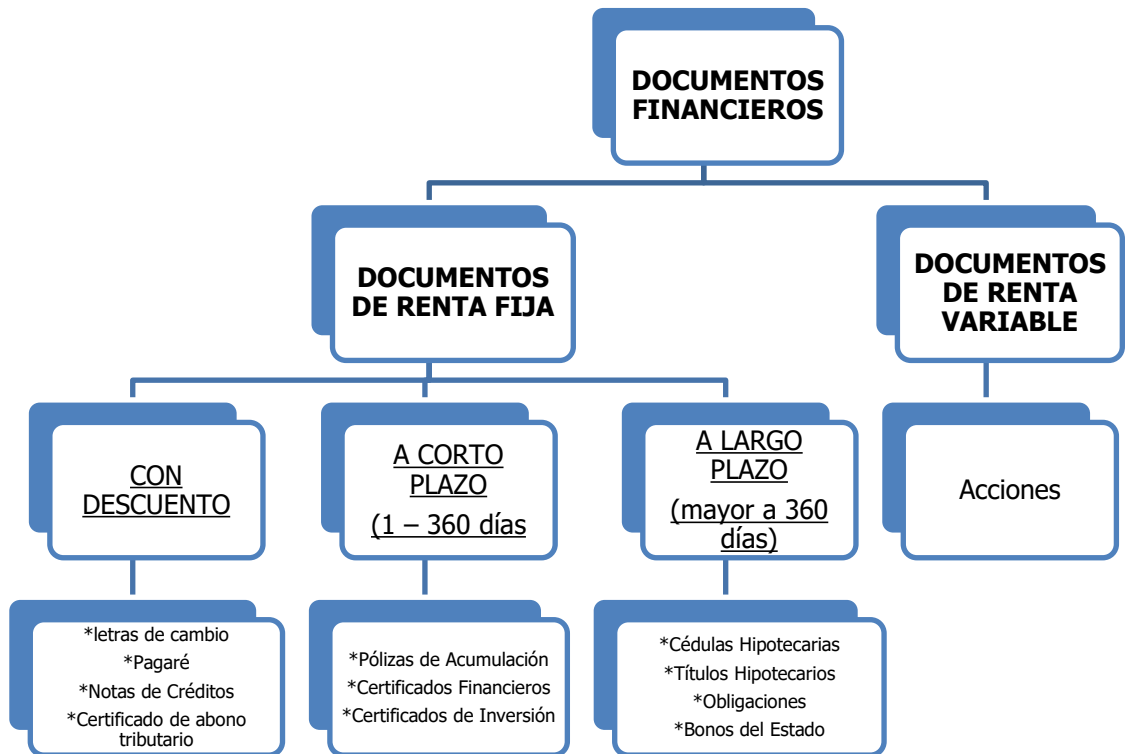
Las Entidades Financieras operan a través de documentos como constancia de las negociaciones realizadas en el mercado de valores que permiten un mejor manejo de las finanzas, en el presente trabajo se estudiarán los documentos financieros vigentes en el Ecuador, conceptos y características de los mismos.

Los documentos financieros son aquellos que dan lugar sólo al movimiento de fondos como contraprestación de las mercancías o servicios entregados en su momento.

6.4.2. Clasificación de los documentos financieros:

Papeles con descuento: Su rendimiento está determinado por el descuento sobre el valor nominal que tiene en el momento de su adquisición. Entre ellos: Bonos de estabilización monetarias; Bono de estabilización de divisas; Certificados de abonos tributario; Letra de cambio, pagare, notas de crédito, aceptaciones bancarias.

Papeles a corto plazo (vencimiento entre 1 y 360 días): Entre los más comunes, tenemos: Pólizas de acumulación; Certificados financieros y Certificado de inversión.



6.4.3. Documentos de Renta Fija

CON DESCUENTO

Letra de cambio: Es un documento por el que una persona física o jurídica ordena a otra que pague una cantidad a favor de un tercero, en una fecha determinada.

Pagaré: Es un documento siempre extendido a plazo (a un vencimiento).

Notas de crédito: Son documentos que deben emitir los vendedores y prestadores de servicios afectos al Impuesto al Valor Agregado (IVA), por descuentos o bonificaciones otorgados

A CORTO PLAZO

Pólizas de acumulación: Son depósitos de dinero que se formalizan entre el cliente y una entidad financiera autorizada por el Banco Central por medio de un documento o certificado

Certificado financiero: Es un instrumento monetario de depósito con monto y plazo fijo, renovable, que ofrece un mayor rendimiento.

Certificados de Inversión: Valores emitidos por compañías financieras o secciones de mandato o intermediación financiera con la finalidad de captar recursos.

A LARGO PLAZO

Cédulas hipotecarias: emitidos por entidades financieras que pagan un interés fijo y que tienen las garantías por encontrarse respaldadas por préstamos hipotecarios.

Títulos Hipotecarios: Utilizados por las entidades de crédito que participan en el mercado hipotecario concediendo préstamos y créditos hipotecarios

Bono: Es una obligación o documento de crédito, emitido por un gobierno o una entidad en particular, a un plazo perfectamente determinado que devenga intereses pagaderos en períodos regulares.

6.4.4. Documentos de rentas variables

Acciones: Son valores negociables de renta variable que representan la fracción o parte alícuota mediante la cual una persona física o jurídica participa en el capital social de una sociedad anónima o sociedad comercial por acciones.

6.4.5. Aplicación de los documentos financieros

La letra de cambio: Evita manejar grandes montos y pagarlos a futuro.

Descuento de documentos valorados: Es una alternativa de financiamiento inmediato, que le permite obtener liquidez mediante la cancelación anticipada, aplicando una tasa de descuento sobre sus cuentas por cobrar, sean facturas, letras de cambios o pagarés.

Este producto puede tener 2 modalidades:

Con Responsabilidad: En esta modalidad el Banco del Pichincha tiene la facultad de exigir al CEDENTE la devolución del pago anticipado, más los intereses que hayan transcurrido desde la fecha del desembolso hasta la fecha de liquidación, en caso de impago o mora del ACEPTANTE

Sin Responsabilidad: En esta modalidad el Banco asume de forma total los riesgos de cobranza, y tiene la facultad de exigir únicamente al ACEPTANTE la devolución del pago anticipado, más los intereses que hayan transcurrido desde la fecha del desembolso hasta la fecha de liquidación.

La póliza de acumulación: tiene por objetivo acumular dinero invirtiendo tus recursos disponibles en un producto seguro y rentable a una tasa y un plazo determinado.

Ejemplo: El Banco de Guayaquil otorga Póliza de Acumulación con los siguientes beneficios:

- Recibe mensualmente el pago de tus intereses, en tu cuenta corriente, de ahorros o en tu tarjeta de crédito.
- Realiza la apertura, renovación o cancelación de tu inversión a través de la red de oficinas del Banco Guayaquil a nivel nacional.
- Gana intereses desde la apertura de tu inversión
- Accede con rapidez a un crédito de hasta el 80% del valor de tu póliza.
- Obtén liquidez negociando tu póliza en la Bolsa de Valores de Guayaquil o Quito.
- Tus inversiones mayores a 365 días están exentas de la retención del 2% sobre los rendimientos financieros.

Certificados financieros

Beneficios otorgados por el banco del Pichincha:

- * Interés sobre los depósitos dependiendo del plazo fijado para la inversión.
- * Generan intereses mensuales que pueden ser acreditados a una cuenta de ahorros o reinvertidos al balance original.
- * Facilidad de préstamos garantizados sobre sus ahorros.

Certificado de inversión: Es una alternativa de inversión que te ofrece seguridad y flexibilidad ya que puedes escoger la frecuencia del pago de tus intereses, con tasas altamente competitivas. Además, según información del banco del Pacífico puedes utilizar tu certificado de inversión como una garantía para un préstamo, como un documento negociable en el mercado de valores, y es transferible a terceras personas.

El plazo mínimo de los depósitos a plazo fijo es de 30 días y el monto mínimo es de 1000 USD.

Cédulas hipotecarias: Las principales ventajas que proporciona invertir en cédulas hipotecarias dentro del banco del Pichincha, son:

Amortización: las cédulas pueden amortizarse en un periodo entre 1 y 3 años.

Liquidez: se trata de un producto financiero y de inversión con gran liquidez.

Seguridad: las cédulas hipotecarias conllevan un riesgo limitado.

Comisiones: la mayoría de las entidades financieras no cobran comisiones al inversor al invertir en cédulas hipotecarias.

Títulos hipotecarios – Préstamos hipotecarios: Al usar un crédito hipotecario en la Mutualista Pichincha, se puede disfrutar de una vivienda propia en el corto plazo.

Seguridad:

Seguro Deuda Protegida

Seguro de Incendio o Desastres Naturales

Seguro de Contenidos

Pago Seguro: por Desempleo o Incapacidad Temporal

Agilidad:

Pre aprobación inmediata.

Flexibilidad

Plazo hasta 15 años

Financiamiento hasta el 70% del valor del bien.

Acciones: La principal ventaja de invertir en acciones es la posibilidad de tener acceso a la rentabilidad generada por una sociedad en forma proporcional a los recursos invertidos. En otras palabras, con una modesta cantidad de recursos se puede acceder a la inversión en grandes sociedades.



6.5. Bonos

Es una obligación o documento de crédito, emitido por un gobierno o una entidad en particular, a un plazo perfectamente determinado, que devenga intereses pagaderos en períodos regulares (Cedeño; Cevallos y Delgado 2017).

Las ventajas de los Bonos se relacionan con las características, de facilidad, seguridad, negociabilidad directa o a través de la Bolsa de Valores, rentabilidad fija, venta

anticipada, amplitud y variabilidad de la oferta, de acuerdo con los diferentes tipos de Instituciones habilitadas para la emisión.

Cuando el documento de crédito es emitido por el gobierno se le denomina **bono**, si el mismo documento es emitido por una empresa se le denomina **obligación**.

Un bono es una promesa escrita, compuesta básicamente por:

Una suma fija: Llamada valor nominal, en una fecha dada.

Pagos periódicos (Cupón): Conocidos como pagos de intereses hasta la fecha de redención.

6.5.1. Fórmula para calcular el precio de un bono

$$P = VR(1 + TIR)^{-n.m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n.m}}{TIR} \right]$$

Nomenclatura

P = Precio de un bono

VR = Valor de Redención

TIR = Tasa de interés ofertada en el mercado financiero (TIR: Tasa Interna de Retorno o de Renegociación)

n.m = número de cupones.

Cupón = Valor del interés por período de capitalización.

Previo a aplicar la fórmula del precio del bono, tenemos:

TN= Tasa nominal del bono

I= Intereses acumulados del bono; I= Cupón (n.m)

6.5.2. Elementos o partes de un bono:

- El valor nominal: es el valor que consta en el documento, es el principal o capital generalmente es un múltiplo de 100, ejemplo: 100.00; 500.00; 1000 .00; 10 000.00, etc.
- La tasa de interés: es la tasa con la cual el emisor pagara intereses sobre el valor nominal del bono, en periodos regulares de tiempo, puede ser anual con capitalización semestral trimestral, etc.
- La fecha de rendición: es el plazo de terminación o fecha en la cual debe pagarse el valor nominal del bono.
- El valor de rendición: es el valor del bono a la fecha de finalización o rendición. Su fórmula sería: VR= VN (tasa de redención).
 - Redimible a la par: cuando el valor nominal y el valor de redención son iguales.

- Redimible con premio: cuando el valor de rendición es mayor que el valor nominal.
 - Redimible con descuento: cuando el valor de redención es menor que el valor nominal.
- e) Cupón: es la parte desprendible del bono que contiene el valor de los intereses por periodos de pago. Su fórmula sería: **Cupón= VR (TN)**
- f) Precio: es el valor que tiene un bono cuando se negocia, dependerá de varios factores, entre ellos de la rentabilidad exigida por el mercado para un determinado nivel de riesgo y plazo puede ser:
- A la par: cuando la tasa nominal del bono coincide con la tasa de negociación.
 - Con premio: cuando la tasa de negociación es menor que la tasa nominal del bono.
 - Con castigo: cuando la tasa de negociación es mayor que la tasa nominal del bono.

Ejemplo:

Un bono de 9 800 USD al 5.9% redimible a la par el 14 de septiembre del año 2018, se vende el 14 de marzo del 2009 con una tasa de rendimiento del 7.9% anual capitalizable semestralmente.

Datos:

VA= 9 800 USD

VR= 9 800(1)

VR= 9800

m=2

$$\text{Cupón} = 9\,800 \left(\frac{0.059}{2} \right)$$

Cupón = 289.10 USD

14 de Septiembre del 2018

Meses	
Enero	1
Febrero	1
Marzo	1
Abril	1
Mayo	1
Junio	1
Julio	1
Agosto	1
Septiembre	1
Total de Meses	9

14 de Marzo del 2009

Meses	
Abril	1
Mayo	1
Junio	1
Julio	1
Agosto	1
Septiembre	1
Octubre	1
Noviembre	1
Diciembre	1
Total de Meses	9

2017 - 2010 $8(2)=16$ CUPONES

$$9 + 9 = 18/6 = 3$$

$$3 + 16 = \mathbf{19}$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.079}{2}$$

$$\frac{j}{m} = 0.0395$$

$$P = VR(1 + TIR)^{-n.m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n.m}}{TIR} \right]$$

$$P = 9\,800(1 + 0.0395)^{-19} + 289.10 \left[\frac{1 - (1 + 0.0395)^{-19}}{0.0395} \right]$$

$$P = 9\,800(0.478999015) + 289.10(13.18989836)$$

$$P = 4\,694.19 + 3\,813.20$$

$$P = 8\,507.39 \text{ USD}$$

Análisis: Bono redimible con castigo producto de las condiciones de tasas empleadas.

Ejemplo:

La empresa KRT S.A, realiza la emisión de una obligación. ¿Desea saber cuál es el precio de la compra de 12 000 USD al 6,2% redimible a la par el 23 de enero del 2017; si la compra se hace el 23 de julio del 2009 con un rendimiento de 5,3% capitalizable semestralmente?

Datos

VN=12 000 USD

TN=6,2%

Redimible a la par

VR=12 000 USD

FR=2017-01-23

FE=2009-07-23

TIR=5,3%

m=2

$$\frac{j}{m} = \frac{0.053}{2}$$

$$j = 0.0265$$

n.m= 7 años (6 meses)

#Cupones=n.m

#Cupones=7(2) +1

#Cupones=15 Cupones

Vencimiento	7 años;6 meses
Cupón	6,2%
ETTI	Plana
Interés de mercado	5,3%
Nominal	12 000 USD
Periodo	MN

Solución

$$CUPÓN = VR \left[\frac{TN}{m} \right]$$

$$I = CUPON (n . m)$$

$$I = 372(15)$$

$$CUPÓN = 12\,000 \left[\frac{0,062}{2} \right]$$

$$I = \mathbf{5\,580 \text{ USD}}$$

$$CUPÓN = \mathbf{372 \text{ USD}}$$

$$P = VR(1 + TIR)^{-n.m} + CUPON \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n.m}}{TIR} \right]$$

$$P = 12\,000(1 + 0,0265)^{-15} + 372 \left[\frac{1 - (1 + 0,0265)^{-15}}{0,0265} \right]$$

$$P = 8\,105,82 + 4\,555,46$$

$$P = 12\,661,28 \text{ USD}$$

Análisis: La empresa KRT S.A generaría intereses a favor de 5 580 USD, al emitir una obligación redimible de premio.

Ejemplo:

La empresa Textil S.A desea conocer cuál será el precio de compra de una obligación de 5 200 USD al 8% redimible a la par el 20 de noviembre del 2020, si se compra el 20 de julio del 2010 y se espera obtener un rendimiento del 7,5% capitalizable semestralmente.

DATOS

VN = 5 200 USD

TN = 8%

TIR = 7,5%

Redimible a la par

VR = VN

VR = 5200 USD

F_R = 2020 - 11 - 20

F_E = 2010 - 07 - 20

n = 10 años; 4 meses

m = 2

cupones = n · m

cupones = 10(2)

cupones = 20 c. s

t' = 4 meses

TIR = $\frac{j}{m}$

TIR = $\frac{0,075}{2}$

TIR = 0,0375

PROCEDIMIENTO

Cupón = $VR \left(\frac{TN}{m} \right)$

Cupón = $5200 \left(\frac{0,08}{2} \right)$

Cupón = 208 USD

I₁ = Cupón (n · m)

I₁ = 208 (20)

P = $VR(1 + TIR)^{-n \cdot m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n \cdot m}}{TIR} \right]$

P = $5200(1 + 0,0375)^{-20} + 208 \left[\frac{1 - (1 + 0,0375)^{-20}}{0,0375} \right]$

P = 5380,65 USD

Precio de la "Obligación sucia"

M = $P \left[1 + TIR \left(\frac{t'}{m} \right) \right]$

M = $5380,65 \left[1 + 0,0375 \left(\frac{4}{6} \right) \right]$

M = 5515,17 USD

M - P

5515,17 - 5380,65

134,52 USD

Intereses totales

I₂ = 4160 + 134,52

I₂ = 4294,52 USD

Análisis: Precio de compra de una obligación emitido por la empresa Textil S.A a las condiciones citadas, generando además intereses por el orden de 4294,52 USD

Rendimiento de un bono

El rendimiento de un bono esta dado en función de la tasa de negociación que acuerden las partes: VENDEDOR Y COMPRADOR.

Por lo tanto:

- **Existe un rendimiento con premio** cuando se negocia un bono a una tasa menor que la nominal del bono.
- **Existe un rendimiento a la par** cuando se negocia un bono con una tasa igual a la nominal del bono.
- **Existe un rendimiento con castigo** cuando se negocia un bono con una tasa mayor que la nominal del bono.

Ejemplo:

Un bono emitido por el Estado Ecuatoriano de 20000 USD al 9,2% redimible a la par el 5 de noviembre del 2019, se vende el 5 de noviembre del 2014 con las siguientes opciones de rendimiento:

- a) Con una tasa de interés del 7,1% anual capitalizable semestralmente
- b) Con una tasa de interés del 9,2% anual capitalizable semestralmente
- c) Con una tasa de interés del 11,3% anual capitalizable semestralmente

DATOS

OPCION A:
 VN = 20000 USD
 TN = 9,2%
 TIR = 7,1%
Redimible a la par
 VR = 20000 USD
 F_R = 2019 - 11 - 05
 F_E = 2014 - 11 - 05
 n = 5 años
 m = 2
 $TIR = \frac{0,071}{2}$
 TIR = 0,0355

PROCEDIMIENTO

cupones = n.m
 # cupones = 5(2)
 # cupones = 10 c. s

Cupón = $VR \left(\frac{TN}{m} \right)$
 Cupón = $20000 \left(\frac{0,092}{2} \right)$
 Cupón = 920 USD

$P = VR(1 + TIR)^{-n.m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n.m}}{TIR} \right]$
 $P = 20000(1 + 0,0355)^{-10} + 920 \left[\frac{1 - (1 + 0,0355)^{-10}}{0,0355} \right]$
 P = 21742,09 USD

OPCION B:

VN = 20000 USD
 TN = 9,2%
 TIR = 9,2%
Redimible a la par
 VR = 20000 USD
 F_R = 2019 - 11 - 05
 F_E = 2014 - 11 - 05

PROCEDIMIENTO

cupones = n.m
 # cupones = 5(2)
 # cupones = 10 c. s

Cupón = $VR \left(\frac{TN}{m} \right)$
 Cupón = $20000 \left(\frac{0,092}{2} \right)$
 Cupón = 920 USD

$P = VR(1 + TIR)^{-n.m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n.m}}{TIR} \right]$
 $P = 20000(1 + 0,046)^{-10} + 920 \left[\frac{1 - (1 + 0,046)^{-10}}{0,046} \right]$
 P = 20000 USD

OPCION C:

$VN = 20000 \text{ USD}$

$TN = 9,2\%$

$TIR = 11,3\%$

Redimible a la par

$VR = 20000 \text{ USD}$

$F_R = 2019 - 11 - 05$

$F_E = 2014 - 11 - 05$

$n = 5 \text{ años}$

$m = 2$

$TIR = \frac{0,113}{2}$

$TIR = 0,0565$

PROCEDIMIENTO

$\# \text{ cupones} = n \cdot m$

$\# \text{ cupones} = 5(2)$

$\# \text{ cupones} = 10 \text{ c. s}$

$\text{Cupón} = VR \left(\frac{TN}{m} \right)$

$\text{Cupón} = 20000 \left(\frac{0,092}{2} \right)$

$\text{Cupón} = 920 \text{ USD}$

$P = VR(1 + TIR)^{-n \cdot m} + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1 + TIR)^{-n \cdot m}}{TIR} \right]$

$P = 20000(1 + 0,0565)^{-10} + 920 \left[\frac{1 - (1 + 0,0565)^{-10}}{0,0565} \right]$

$P = 18428,43 \text{ USD}$

Análisis. - Según las condiciones citadas la mejor alternativa para la venta es opción **A** ya que tendría que recibir una cuantía superior a la del documento. Pero la mejor alternativa para la compra es la opción **C** porque se cancelaría un valor menor al real.

Bono cupón cero

Son aquellos bonos que no tienen cupones. Su valor actual o precio se calcula tomando solo como referencia su valor nominal y la tasa de negociación. (Mora Armando; 2010:258; citado por Cedeño; Cevallos; Delgado, 2017).

Ejemplo:

La empresa Venus S.A desea conocer el precio de una obligación cupón cero de 30000 USD al 6% redimible a la par el 8 de junio del 2018 y se negocia el 8 de junio del 2014 a una tasa de rendimiento del 12% anual capitalizable semestralmente.

DATOS

$VN = 30000 \text{ USD}$

$TN = 6\%$

$TIR = 12\%$

Redimible a la par

$VR = 30000 \text{ USD}$

$F_R = 2018 - 06 - 08$

$F_E = 2014 - 06 - 08$

$n = 4 \text{ años}$

$m = 2$

$TN = \frac{0,06}{2}$

$TN = 0,03$

PROCEDIMIENTO

$\# \text{ cupones} = n \cdot m$

$\# \text{ cupones} = 4(2)$

$\# \text{ cupones} = 8 \text{ c. s}$

$P = VR(1 + TN)^{-n \cdot m}$

$P = 30000(1 + 0,03)^{-8}$

$P = 23682,28 \text{ USD}$

Análisis: Precio de la obligación con cupón cero, colocado en el mercado de valores por la empresa Venus S.A.

UNIDAD VII

7. INDICADORES DE EVALUACIÓN FINANCIERA

7.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al finalizar la unidad, el estudiante puede inferir criterios de solución a problemas empleando la teoría de indicadores financieros para la toma de decisiones en proyectos de inversión.

7.2. Objetivo

Aplicar por parte del estudiante, las herramientas de evaluación financiera a los flujos de efectivos relevantes para elegir gastos de capital aceptables en un proyecto de inversión.

7.3. Definición

Los indicadores financieros, son aquellas herramientas utilizadas para la ayuda en la toma de decisiones en proyectos de inversión; entre ellos tenemos principalmente: el Valor Actual Neto (VAN), es uno de los modelos dinámicos de evaluación de las inversiones junto con la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR) (Cedeño; Cevallos; Delgado 2017).

7.4. **VAN (VALOR ACTUAL NETO)**

El valor actual neto, es el valor actualizado de los flujos producidos por el proyecto de inversión. Es decir, es el valor actualizado de los cobros previstos, menos el valor actualizado de los pagos esperados. (Santandreu, 2000; citado por Cevallos; 2015)

7.4.1. Fórmulas

Fórmula estándar :
$$VAN = -INVERSIÓN + \sum \frac{FNC}{(1+i)^n}$$

Fórmula desarrollada al enésimo flujo:
$$VAN = -I_0 + \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

Fórmula lineal:
$$VAN = -I_0 + C_1(1+r)^{-1} + C_2(1+r)^{-2} + \dots + C_n(1+r)^{-n}$$

Nomenclatura:

I_0 = Capital inicial. Es decir, la aportación inicial necesaria para comenzar el proyecto.

C_n = Cobros – pagos previstos durante el periodo i .

i = Tasa de descuento.

$VAN > 0$, la inversión es viable. Cuanto mayor sea el resultado más aconsejable será la inversión.

$VAN = 0$, la inversión es indiferente.

$VAN < 0$, la inversión es inviable

7.5. TIR (TASA INTERNA DE RETORNO)

La tasa interna de rendimiento o también tasa interna de retorno de la inversión (TIR), es un indicador financiero que se utiliza en la evaluación de proyectos para considerar su factibilidad en un proyecto. (Santandreu, 2000; citado por Cevallos 2015)).

La tasa interna de retorno es la tasa de interés que equivale al valor presente de la expectativa futura de recibir el costo del gasto desembolsado. (Dávalos,1981; citado por Cevallos 2015).

7.5.1. Representación de la TIR

La tasa interna de retorno es la tasa de actualización que hace que el VAN se iguale a cero. Se representa por TIR. Es el máximo costo de capital que soporta un proyecto de inversión. Para calcular la TIR, se parte de la fórmula del VAN. (Mora A., 2010; citado por Cevallos2015).

7.5.2. Fórmula con base el VAN

Fórmula estándar: $VAN = -I + \sum \frac{FNCK}{(1+TIR)^k} = 0$

7.5.3. Fórmula de la TIR por interpolación

Fórmula enésima en forma lineal: $TIR = r_1 + (r_2 - r_1)[VAN_1(VAN_1 - VAN_2)^{-1}]$

Nomenclatura:

TIR= Máximo costo de capital que soporta la inversión.

r_1 = Tasa de descuento que genera un VAN positivo

r_2 = Tasa de descuento que genera por interpolación un VAN negativo

VAN_1 = Valor actual neto mayor a cero; derivado de r_1

VAN_2 = Valor actual neto menor a cero; derivado por interpolación de r_2

Interpretación de resultados:

Según el resultado de la operación se considera aconsejable o no la inversión.

De este modo si:

Si $TIR >$ Costo de capital la inversión es aconsejable.

Si $TIR =$ Costo de capital la inversión es indiferente.

Si $TIR <$ Costo de capital la inversión es desaconsejable.

Ejercicio

El Gerente de la Empresa PRIT S.A., anhela invertir en un proyecto deportivo en la ciudad de Manta. La inversión inicial es de 350 000 USD con un costo de capital del 10%. Para conocer la viabilidad del proyecto, el departamento contable y financiero han proyectado los flujos netos de caja dentro de los siguientes cinco períodos anuales.

FLUJOS NETOS DE CAJAS ANUALES (USD)

FÓRMULAS:

$$VAN_1 = -C_0 + FNC_1(1+i)^{-1} + FNC_2(1+i)^{-2} \dots + FNC_5(1+i)^{-n}$$

$$TIR = r_1 + (r_2 - r_1)[VAN_1(VAN_1 - VAN_2)^{-1}]$$

Operación						
Depreciación de activos	-	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500
Flujo neto de caja	350 000	20 000	70 000	120 000	170 000	220 000

Con la información presentada anteriormente, el gerente desea conocer a través del VAN y TIR, si la inversión tiene la viabilidad requerida.

PROCEDIMIENTO

r = 10%

$$VAN_{(10\%)} = -350\,000 + 20\,000(1 + 0,10)^{-1} + 70\,000(1 + 0,10)^{-2} + 120\,000(1 + 0,10)^{-3} + 170\,000(1 + 0,10)^{-4} + 220\,000(1 + 0,10)^{-5}$$

$$VAN_{(10\%)} = -350\,000 + 18181,81 + 57851,24 + 90157,78 + 116112,29 + 136602,69$$

PROCEDIMIENTO

(+)r₁ = 15%

$$VAN_{(15\%)} = -350\,000 + 20\,000(1 + 0,15)^{-1} + 70\,000(1 + 0,15)^{-2} + 120\,000(1 + 0,15)^{-3} + 170\,000(1 + 0,15)^{-4} + 220\,000(1 + 0,15)^{-5}$$

$$VAN_{(15\%)} = -350\,000 + 17391,30 + 52930,06 + 78901,95 + 97198,05 + 109378,88$$

$$VAN_{(15\%)} = -350\,000 + 355800,24$$

PROCEDIMIENTO

(-)r₂ = 18,5%

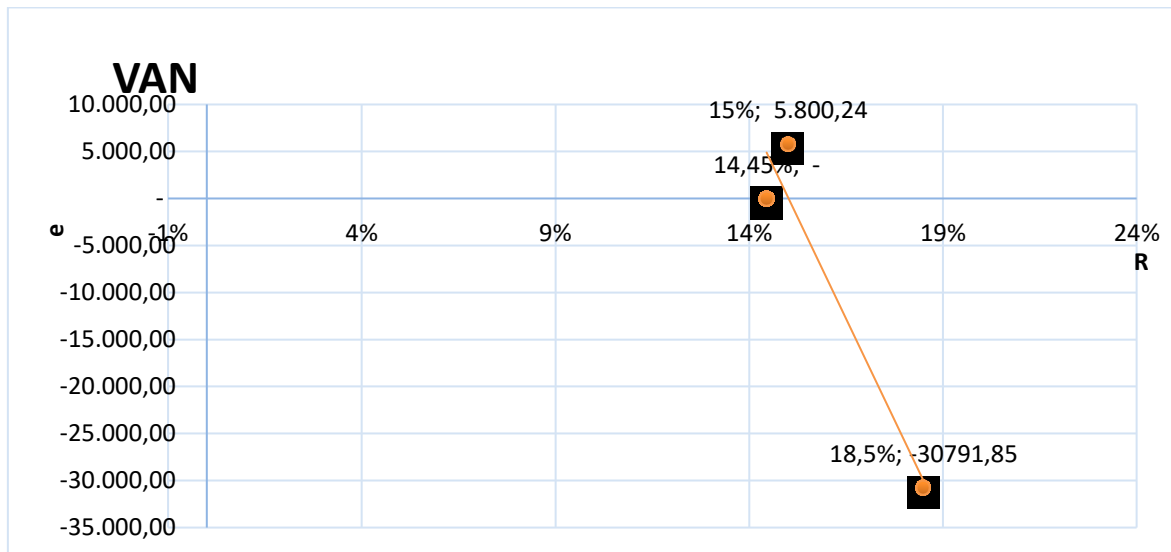
$$VAN_{(18,5\%)} = -350\,000 + 20\,000(1 + 0,185)^{-1} + 70\,000(1 + 0,185)^{-2} + 120\,000(1 + 0,185)^{-3} + 170\,000(1 + 0,185)^{-4} + 220\,000(1 + 0,185)^{-5}$$

$$VAN_{(18,5\%)} = -350\,000 + 16877,64 + 49849,56 + 72115,10 + 86213,55 + 94152,30$$

Cálculo de la TIR

$$TIR = 0,15 + (0,15 - 0,185)[5800,24 (5800,24 + 30791,85)^{-1}]$$

Gráfica de la TIR por interpolación.



Análisis: Las proyecciones revisadas por la empresa PRIT S.A., destaca que el proyecto de inversión es factible a una tasa de reajuste del 14,45%.

Problema:

Una empresa textil se plantea la renovación de su maquinaria, lo que le supone un costo 16 000 USD. Puede elegir entre los equipos A y B cada uno de los cuales le permitirá reducir los costos de producción de tal forma que, durante 3 años de su vida útil, los flujos netos de caja serán:

FNC (USD)			
Equipos	Año 1	Año 2	Año 3
A	1 500	2 980	3 000
B	1 000	2 000	3 000

Seleccionar el equipo más conveniente para la empresa aplicando el criterio VPN, siendo la tasa de rendimiento del 6%

Datos:

$I_0 = 16\ 000$ USD

$n = 3$ años

$$VAN_1 = -C_0 + FNC_1(1+i)^{-1} + FNC_2(1+i)^{-2} \dots + FNC_n(1+i)^{-n}$$

Primera oferta

$$VAN = -16\ 000 + 1\ 500(1 + 0.06)^{-1} + 2\ 980(1 + 0.06)^{-2} + 3\ 000(1 + 0.06)^{-3}$$

$$VAN = -16\ 000 + 1\ 415.09 + 2\ 652.19 + 2\ 518.86$$

$$VAN = -9413.86 \text{ USD}$$

Segunda oferta

$$VANB = -16\,000 + 1\,000(1 + 0.06)^{-1} + 2\,000(1 + 0.06)^{-2} + 3\,000(1 + 0.06)^{-3}$$

$$VAN = -16\,000 + 943.40 + 1\,780.00 + 2518.86$$

$$VAN = -10\,757.74 \text{ USD}$$

Análisis: Ninguna de las ofertas presentadas es rentable, pues el VAN es menor que 0.

Problema:

Jampa S.A. contempla la adquisición de una nueva empaquetadora. La inversión inicial se calcula en 1.25 millones de dólares y la maquina tendrá una vida de 5 años, sin ningún valor residual. Use la tasa de descuento del 6% y determine el VAN de la maquina con las entradas de efectivo operativas esperadas mostradas en la tabulación. De acuerdo con el VAN del proyecto, ¿debe Jampa S.A. realizar esta inversión?

AÑO	Entradas en Efectivo USD
1	400 000
2	375 000
3	300 000
4	350 000
5	200 000

$$VAN_1 = -C_0 + C_1(1 + i)^{-1} + C_2(1 + i)^{-2} + \dots + C_n(1 + i)^{-n}$$

$$VAN_1 = -1\,250\,000 + 400\,000(1 + 0.06)^{-1} + 375\,000(1 + 0.06)^{-2} + 300\,000(1 + 0.06)^{-3} + 350\,000(1 + 0.06)^{-4} + 200\,000(1 + 0.06)^{-5}$$

$$VAN_1 = -1\,250\,000 + 377\,358,49 + 333\,748,66 + 251\,885,78 + 277\,232,78 + 149\,451,63$$

$$VAN_1 = -1\,250\,000 + 1\,389\,677,34$$

$$VAN_1 = 139\,677,34 \text{ USD}$$

Análisis: Es aceptable que Jampa S.A acepte la inversión ya que su resultado es mayor a 0.

Problema:

La gerencia general del Hotel Trice, desea invertir en el proyecto de reestructuración de sus instalaciones para eventos varios, con una inversión inicial de 120 000 USD y un costo de capital del 13%. Para saber la viabilidad del proyecto, el departamento financiero ha proyectado flujos netos de caja para los siguientes cinco periodos anuales:

Flujo Neto de Caja					
Detalle	0	1	2	3	4
Ingresos		540 000	540 200	540 400	540 600

operacionales					
Costos de operación		335 500	335 500	335 500	335 500
Depreciación de activos		32 000	32 000	32 000	32 000
Flujo Neto de Caja	500 000	204 500	204 700	204 900	205 100

CÁLCULO DEL VAN

$C_0 = 120\,000\text{ USD}$

$r = 13\%(0,13)$

$$VAN = -C_0 + FNC (1 + i)^{-1} + FNC (1 + i)^{-2} + FNC (1 + i)^{-3} + FNC (1 + i)^{-4} + FNC (1 + i)^{-5}$$

$$VAN = -500\,000 + 204\,500 (1 + 0,13)^{-1} + 204\,700 (1 + 0,13)^{-2} + 204\,900 (1 + 0,13)^{-3} + 205\,100 (1 + 0,13)^{-4}$$

$$VAN = -500\,000 + 180\,973,45 + 160\,310,13 + 142\,005,98 + 125\,791,67$$

$$VAN = -500\,000 + 609.081,23$$

$$VAN = 109.081,23\text{ USD}$$

$r_1 = 15\%(0,15)$

$$VAN_1 = -C_0 + FNC (1 + i)^{-1} + FNC (1 + i)^{-2} + FNC (1 + i)^{-3} + FNC (1 + i)^{-4} + FNC (1 + i)^{-5}$$

$$VAN_1 = -500\,000 + 204\,500 (1 + 0,15)^{-1} + 204\,700 (1 + 0,15)^{-2} + 204\,900 (1 + 0,15)^{-3} + 205\,100 (1 + 0,15)^{-4}$$

$$VAN_1 = -500\,000 + 177\,826,09 + 154\,782,61 + 134\,725,08 + 117\,266,59$$

$$VAN_1 = -500\,000 + 584.600,37$$

$$VAN_1 = 84.600,37\text{ USD}$$

(-) $r_2 = 23\% \rightarrow 0,23$

$$VAN_2 = -C_0 + FNC (1 + i)^{-1} + FNC (1 + i)^{-2} + FNC (1 + i)^{-3} + FNC (1 + i)^{-4} + FNC (1 + i)^{-5}$$

$$VAN_2 = -500\,000 + 204\,500(1 + 0,23)^{-1} + 204\,700(1 + 0,23)^{-2} + 204\,900(1 + 0,23)^{-3} + 205\,100(1 + 0,23)^{-4}$$

$$VAN_2 = -500\,000 + 164\,919,35 + 133\,129,55 + 107\,467,43 + 86\,751,88$$

$$VAN_2 = -500\,000 + 492.268,21$$

$$VAN_2 = -7.731,79 \text{ USD}$$

CÁLCULO DEL TIR

$$VAN_1 = 84.600,37 \text{ USD}$$

$$VAN_2 = -7.731,79 \text{ USD}$$

$$(+)\ r_1 = 15\%$$

$$(-)\ r_2 = 23\%$$

$$TIR = r_1 + (r_2 - r_1) \left[\frac{VAN_1}{VAN_1 - (VAN_2)} \right]^{-1}$$

$$TIR = 0,15 + (0,23 - 0,15) [84.600,37 (84.600,37 + 7.731,79)^{-1}]$$

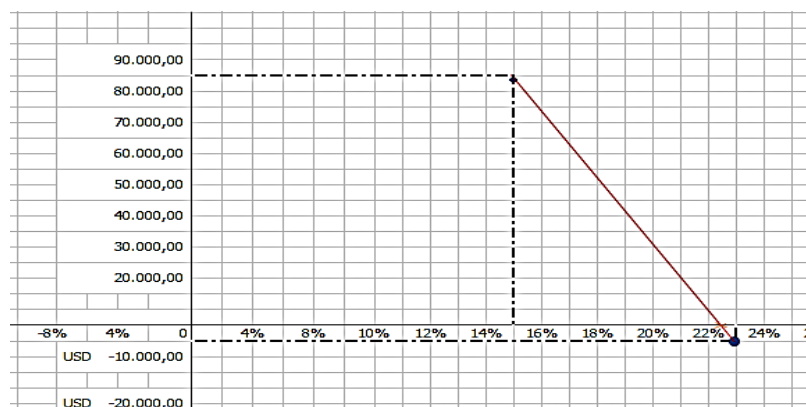
$$TIR = 0,15 + (0,08) (0,916261138)$$

$$TIR = 0,223300891 (100)$$

$$TIR = 22,33\%$$

Análisis: Según las condiciones citadas, el proyecto de inversión es viable con una tasa de actualización del 22,33 %.

Gráfica de la TIR



8. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Aching Guzmán, C. (2006). Matemáticas Financieras para toma de decisiones empresariales (Nº 33 330), e-libro, Corp.
- Armando Mora Zambrano (2010), Matemática Financiera. Tercera edición. Alfa omega Colombiana S.A.
- Ayres, Frank Jr./Matemática Financiera/ Segunda edición/ 2001
- Cadena Jorge; Cevallos Juan (2019). Aprendizaje de la matemática financiera y el trabajo autónomo. ISBN: 978-9942-775-67-2.
- Cedeño, P; Cevallos, J; Delgado, G. (2017). Metodología para la enseñanza de la matemática financiera y su aplicación en la contabilidad. Casa editorial del Polo. CASADELPO CIA.LTDA. ISBN: 978-9942-980-54-0.
- Cevallos Hoppe, Juan (2015). Metodología aplicada a la enseñanza de la Matemática Financiera. Problemas de contextualización práctica. Editorial Académica Española. ISBN: 978365909575-7.
- Cevallos Hoppe, Juan (2018). Trabajo autónomo en el aprendizaje de la Matemática Financiera. ISBN: 978-6202148146 Editorial Académica Española (2018)
- Cevallos Hoppe; Juan (2020). Evaluación de las estrategias metodológicas del trabajo autónomo en el aprendizaje de la asignatura de matemática financiera. ISSN: 2528-7842 6 Mikarimin. Revista Científica Multidisciplinaria.
- Código orgánico monetario y financiero del Ecuador. Año II. Nº 332. Septiembre del 2014.
- Davini, M. C. (2008). Métodos de enseñanza: didáctica general para maestros y profesores. Santillana.
- De Miguel Díaz, M. (2006). Metodologías para optimizar el aprendizaje: segundo objetivo del Espacio Europeo de Educación Superior. Revista interuniversitaria de formación del profesorado, (57), 71-92.
- Domínguez, J. 2009. Matemática Financiera. Yucatán.
- Eslava, María & Velasco, José (1997) Introducción a las Matemáticas Universitarias. Colombia. Editorial Mc. Graw Hill.
- Gálvez, L. F. P. (2015). Necesidad de conceptos básicos para investigar en Matemática Financiera. Scientia et Technica, 20(1).
- García Lopera; Luque Domínguez & Rodríguez Díaz. La enseñanza de las Matemáticas Financieras 2011. Nº 4. 2011. eXtoikos
- Gutiérrez C., Jairo, (2012), Matemáticas Financiera Con Fórmulas, Calculadora Financiera Y Excel, Bogotá, Eco Ediciones.
- i Grácia, P. S. (1996). *Matemática financiera:(con ejercicios resueltos)*. Gestión 2000
- Mora Armando (2010). Matemáticas Financieras. Editorial Alfaomega.
- Morales, Carlos, (2012), "Matemática Financiera", Editorial propia, Medellín-Colombia.
- Moscoso Jenny, Jaramillo Fernando & Correa Jaime, Modulo de Matemática Financiera.<http://www.funlam.edu.co/administracion.modulo/NIVEL04/MatematicaFinanciera.pdf>
- Portus, L. (1997). *Matemática Financiera, 4ta edición*. Colombia: Santa Fe de Bogotá.

- Ramírez, Carlos; Molinares & García, Milton; (2009), Fundamentos de Matemáticas Financieras.
- Sarmiento, A., Sánchez, J. Algunas cuestiones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en los estudios de Económicas y Empresariales. Departamento de Economía Aplicada II. Universidad de Coruña, (2007).
- Santandreu, P. (2002). *Matemática Financiera con ejercicios resueltos*. España: Ediciones Gestión 2000, S.A.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

A

- **Acción:** Es una parte o fracción del capital social de una sociedad o empresa legalmente constituida. Título o valor negociable que representa a dicha fracción.
- **Accionista:** Denominación para los dueños de una o más acciones. Nombre asignado a los socios de cualquier sociedad anónima.
- **Acreeedor:** Persona o institución que tiene el derecho de pedir el cumplimiento de una obligación, cómo el pago de un crédito.
- **Activo:** Representado en unidades monetarias, es la parte del balance que recoge los saldos deudores de las cuentas o lo que la empresa posee, o bien el empleo que da al conjunto de recursos financieros que figuran en el pasivo del balance.
- **Activo financiero:** Con este término se conoce a activos tales como el dinero, los títulos-valores y los depósitos bancarios.
- **Ahorro:** Gastar menos de lo que tiene para usarlo después. El objetivo del ahorro es juntar dinero para metas, inversiones o emergencias.
- **Aprendizaje:** Adquisición del conocimiento de algo por medio del estudio, el ejercicio o la experiencia, en especial de los conocimientos necesarios para aprender algún arte u oficio.
- **Aprendizaje autónomo:** Se refiere a la capacidad de aprender por uno mismo, sin necesidad de alguien más. Diversos autores, a lo largo del tiempo se han referido a éste por medio de términos como autoaprendizaje, estudio auto dirigido, aprendizaje autorregulado, estudio independiente, entre otros.
- **Aprendizaje significativo:** Es el conocimiento que integra el alumno a sí mismo y se ubica en la memoria permanente, éste aprendizaje puede ser información, conductas, actitudes o habilidades.

B

- **Bolsa:** Con este nombre se designa al mercado financiero en donde se compran y venden acciones, obligaciones, bonos y otros activos financieros.
- **Bono:** Son un tipo especial de títulos que otorgan al propietario el derecho a percibir en un futuro, un flujo de pagos periódicos a cambio de entregar una cantidad de dinero en el momento de su adquisición. También son conocidas con el nombre de obligaciones si son emitidas por la empresa privada.

C

- **Capital:** Son todos aquellos recursos que pueden provenir del ahorro o del préstamo, y que se destinan a la adquisición de activos financieros o reales.
- **Capitalizar:** Saldar a una determinada fecha.
- **Colocación:** Es la venta de activos financieros a personas o instituciones. Por lo general intervienen en la colocación, intermediarios a los que se asigna una comisión con el fin de incentivar la misma. Se puede realizar a través de una oferta privada o pública de venta.
- **Competencia:** Capacidad para el desarrollo de algo.
- **Condonar:** Perdonar una obligación o deuda

D

- **Depósito:** Es el contrato mediante el cual la depositante entrega al depositario.
- **Descontar:** Es la compra al contado por parte de un banco, de un crédito no vencido acreditado a un título.
- **Desembolso:** Equivale a pago y consiste en la entrega de dinero en efectivo como consecuencia de una compra o una obligación de pago.
- **Deuda:** Es la obligación que uno tiene que cancelar, satisfacer o reintegrar a otro algo; por lo común dinero.
- **Dinero:** Generalmente se da este nombre al medio legal para realizar pagos, representado por monedas o billetes y que se utiliza como unidad de medida en las transacciones económicas.
- **Dividendo:** Es el pago que una sociedad efectúa a sus accionistas generalmente en efectivo, cuya cuantía es proporcional a la participación de cada accionista en el capital social de la empresa.
- **Docencia:** Actividad de la persona que se dedica a la enseñanza.

E

- **Ejercicio:** Es la unidad de tiempo generalmente doce meses consecutivos, que se acepta legal y prácticamente para referirse a todo lo relativo a la actividad económica.
- **Emisión de capital:** Es la puesta en circulación de un número determinado de acciones por parte de una sociedad anónima. El valor de estas acciones representa el importe de la emisión que se ha realizado.
- **Emisión de deuda:** Esta expresión tiene dos significados, por un lado se refiere al conjunto de títulos de deuda pública creados de una sola vez y que se ponen en circulación simultánea; y por otro lado, a la operación mediante la cual el

estado pone en circulación los títulos de la deuda ofreciendo en venta al público sus empréstitos.

- **Emisión de obligaciones:** Es la puesta en circulación de obligaciones. La emisión de obligaciones se realiza para obtener recursos a largo plazo (normalmente más de cinco años).
- **Empresa:** Es la unidad económica encargada de la producción de bienes y servicios. Desde otro punto de vista, se puede entender por empresa al conjunto orgánico de factores de producción, ordenados según ciertas normas sociales y tecnológicas que tienen como fin lograr objetivos de tipo económico.
- **Entidad depositaria:** Generalmente son bancos o cajas de ahorro que custodian los títulos de un fondo de inversión y que además ejercen funciones de vigilancia y garantía entre los partícipes.
- **Entidad financiera:** Las entidades financieras pueden ser bancos, cajas de ahorros o cooperativas de crédito, es decir, intermediarios que administran y prestan dinero; o empresas financieras, un tipo distinto de intermediarios financieros que, sin ser bancos, ofrecen préstamos o facilidades de financiamiento en dinero.
- **Estrategias didácticas:** Es la planificación del proceso de enseñanza aprendizaje para la cual el docente elige las técnicas y actividades que puede utilizar a fin de alcanzar los objetivos propuestos y las decisiones que debe tomar de manera consciente y reflexiva.
- **Estrategias metodológicas:** Permiten identificar criterios, principios y procedimientos que configuran el camino al aprendizaje y la manera de actuar de los docentes, en correspondencia con el programa, la implementación y evaluación de la enseñanza y aprendizaje.
- **Evaluación:** Valoración de conocimientos, actitud y rendimiento de una persona o de un servicio.

F

- **Fecha de vencimiento:** Por lo general se refiere a la fecha que vence un contrato, crédito, etc. En los mercados futuros, es el día en que finalizan los contratos requeridos a esa fecha. Estas fechas coinciden siempre con los terceros viernes de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre, o el día hábil inmediato anterior si ese viernes resultase festivo.

- **Financiero:** Es la persona que aporta dinero a una empresa o a un determinado proyecto. En un sentido más genérico, también se les da este nombre a las personas relevantes en el mundo de la banca y de las finanzas.
- **Finanzas:** De esta forma se conoce a la parte de la economía que se encarga del estudio de los mercados de dinero y capitales. También se ocupa de las instituciones y participantes que en ellos intervienen, de las políticas de capitalización de recursos y de distribución de resultados, del estudio temporal del dinero, de la técnica del interés y del coste de capital.
- **Fluctuación:** Nombre que se le asigna a los mercados financieros en general, a las oscilaciones de los precios de los títulos dentro de una zona de valores.

G

- **Ganancia de capital:** Es la diferencia entre el valor de venta y el de compra de los bienes.

H

- **Hipoteca:** Es el derecho que hace que determinados bienes tengan que cumplir una obligación, por lo que serán ejecutadas en caso de que esta no sea cumplida a su vencimiento. Normalmente se realiza sobre bienes inmuebles, pero puede recaer sobre todo tipo de bienes (acciones, títulos, etc.)

L

- **Largo plazo:** Es el periodo de tiempo en operaciones bursátiles con vencimiento de la orden mayor a un año. Es una clasificación subjetiva y depende del sector económico y de la actividad.
- **Liquidez:** Es una de las características que definen una inversión junto con la seguridad y la rentabilidad. En un sentido más concreto, se refiere al dinero en efectivo o en futuros activos financieros fácilmente convertibles en dinero.
- **Logro de aprendizaje:** Conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores que debe alcanzar el Aprendiz en relación con los objetivos o Resultados de Aprendizaje previstos en el diseño curricular. De los logros de aprendizaje obtenidos, se infiere su competencia

M

- **Matemática Financiera:** La matemática financiera se pueden dividir en dos grandes bloques de operaciones financieras: operaciones simples, con un solo capital, y complejas, las denominadas rentas, que involucran corrientes de pagos como es el caso de las cuotas de un préstamo.

- **Mercado:** En términos generales es el lugar en el que se ofrecen productos a la venta, normalmente con una periodicidad fijada, aunque actualmente, con el desarrollo de las comunicaciones es posible hablar de mercado sin necesidad de un lugar físico.
- **Moneda:** En términos generales se refiere al dinero de curso legal que se puede usar como medio de pago en un país. En un sentido más concreto, también se usa esta palabra para nombrar a la divisa de un país.

N

- **Negociable:** Es un término que se aplica a los activos financieros que pueden ser comprados o vendidos.
- **Negocio:** Es una ocupación lucrativa que cuando tiene cierto volumen, estabilidad y organización se llama empresa.

O

- **Operación:** Es el acto intencionado para negociar algo según las reglas preestablecidas.
- **Operación a plazo:** Es el tipo de operación que se realiza en un mercado de futuros. Puede ser de divisas, acciones o materias primas.

P

- **Pagar:** Es satisfacer una deuda u obligación entregando una cantidad de dinero en efectivo o algún, medio de pago equivalente.
- **Pagaré:** Se trata de un documento privado por el cual una persona se compromete a pagar a otra, o a su orden, una cantidad determinada en una fecha fija. Los pagarés más usados son los bancarios, los de empresas y los del tesoro público.
- **Pago:** Cumplimiento efectivo de una obligación o deuda.
- **Pensamiento crítico:** El pensamiento crítico es un proceso que se propone analizar, entender y evaluar la manera en la que se organizan los conocimientos que se pretenden interpretar y representar en el mundo, en particular las opiniones o afirmaciones que en la vida cotidiana suelen aceptarse como verdaderas
- **Pérdida:** Es sinónimo de déficit y equivale al saldo negativo de un negocio u operación.

- **Plazo:** Es el periodo de tiempo que se fija para el cumplimiento de una obligación o para la realización de un acto. También se denomina así a cada uno de los pagos regulares y parciales de una obligación.
- **Porcentaje:** Es la fracción de un todo expresada en tanto por ciento, que se calcula dividiendo el valor correspondiente entre el total que lo comprende y multiplicándolo por cien.
- **Precio:** Es el valor en dinero de un determinado bien.
- **Préstamo:** Es el contrato por el que una de las partes entrega a la otro dinero u otra cosa fungible, con la condición de devolver otro tanto de la misma especie y calidad. Habitualmente lleva consigo el pago de interés.

R

- **Renta:** Es el beneficio que produce actualmente un bien.
- **Renta fija:** De esta forma se conoce al conjunto de activos financieros que tienen una rentabilidad fija como los bonos, los pagarés, etc. La renta fija no implica la seguridad de cobro, que depende de la solvencia del emisor.
- **Renta variable:** En términos genéricos es el término que se aplica al mercado de acciones. Se la denomina así porque la rentabilidad depende del pago variable de los dividendos, el cual a su vez depende de los beneficios de la sociedad y de su política de dividendos.
- **Rentabilidad:** Es una de las características que definen una inversión junto con la seguridad y la liquidez, consistiendo en la obtención de beneficios en una actividad económica y financiera.

S

- **Saberes:** Conocimiento profundo de una o más materias.
- **Saldo:** La cantidad que resulta de compensar el debe con el haber de una cuenta. Puede ser positivo o negativo.
- **Saldo Acreedor:** Es el saldo que figura en el haber de una cuenta o crédito. Saldo positivo.
- **Saldo deudor:** Es el saldo que figura en el debe de una cuenta o crédito. Saldo negativo.
- **Suscribir:** Es el compromiso para comprar títulos de renta fija y variable.

T

- **Tasa:** Es la proporción de un activo financiero medido en unidades de otro activo.

- **Tipo de interés:** Es lo que cuesta usar el dinero en un crédito, préstamo u otra obligación financiera. Generalmente se fija en forma de una tasa porcentual anual.
- **Título:** También conocido como título valor, es un documento necesario para ejercer el derecho literal y autónomo mencionado en el mismo. Un caso típico de título son las acciones.
- **Tutoría:** La tutoría hace referencia a la dirección o amparo de una persona respecto de otra y al cargo de tutor.

U

- **Utilidad:** Se aplica a la satisfacción de necesidades que se obtiene por la utilización de un bien. Se usa como sinónimo de beneficio.

V

- **Valor:** Es la utilidad de un bien que permite recibir en equivalencia una determinada cantidad de dinero. Es subjetivo y se cuantifica en el momento de la compraventa. En bolsa se usa como sinónimo de sociedad o empresa.
- **Valor actual:** Es el resultado de descontar cantidades futuras de la cantidad presente, utilizando una determinada tasa de descuento. Esta tasa de descuento refleja los tipos de interés del dinero y el elemento de riesgo que existe en la operación.
- **Valor nominal:** Se refiere a la cantidad que aparece en cada título o acción y representa el importe que la entidad emisora reconoce haber recibido.

ANEXO FORMULAR

FÓRMULAS FINANCIERAS

• **INTERÉS COMPUESTO**

$$VF = VA(1 + i)^n$$



$$I = VA[(1 + i)^n - 1]$$

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1$$

$$n = \frac{\frac{\log VF}{VA}}{\log(1 + i)}$$

• **INTERÉS VENCIDO Y ANTICIPADO**

$$iv = \frac{ia}{1 - ia}$$

$$ia = \frac{iv}{1 + iv}$$

• **DESCUENTO**

$$DR = VN \left[1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right]$$

• **TASA Y DESCUENTO EQUIVALENTE**

$$VA = VN(1 - d)^n$$

$$Dc = VN[1 - (1 - d)^n]$$

$$i = \frac{d}{i - d}$$

$$d = \frac{i}{1 + i}$$

$$VF = VA(1 + i)^n \therefore FSC^n_i = (1 + i)^n$$

$$VA = VF(1 + i)^{-n} \therefore FSA^n_i = (1 + i)^{-n}$$

- **ANUALIDADES VENCIDAS**

Renta en el valor futuro

$$R = VF \left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

Renta en el valor actual

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

Valor futuro en una renta

$$VF_{n,m} = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Valor actual en una renta

$$VA = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Número de período en el valor futuro

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{R} \cdot i + 1 \right]}{\log(1 + i)}$$

Número de período en el valor actual

$$n = \frac{-\log \left[1 - \left(\frac{VA}{R} \cdot i \right) \right]}{\log(1 + i)}$$

Tasa de interés en el valor actual

$$V_p = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Operación adicional para decimales en el número de período

$$VA = R \left[1 + \frac{1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} \right] + X$$

- **ANUALIDADES ANTICIPADAS**

Renta en el valor futuro

$$R = VF \left[\frac{i}{(1 + i)^{n+1} - i - 1} \right]$$

Renta en el valor actual

$$R = VA \left[\frac{i}{1 + i - (1 + i)^{-n+1}} \right]$$

Valor futuro en una renta

$$VF = R \left[\frac{(1 + i)^{n+1} - i - 1}{i} \right]$$

Valor actual en una renta

$$VA = R \left[\frac{1 + i - (1 + i)^{n+1}}{i} \right]$$

Número de período en el valor futuro

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{R} \cdot i + 1 + i \right]}{\log(1 + i)} - 1$$

Número de período en el valor actual

$$n = \frac{1 - \log \left(1 + i \cdot \frac{VA}{R} \cdot i \right)}{\log(1 + i)}$$

Tasa de interés en el valor actual

$$VA = R \left[1 + \frac{1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} \right]$$

Operación adicional para decimales en el número de período

$$VA = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + x(1 + i)^{-n+1}$$

- **AMORTIZACIÓN**

Renta

$$R = VA \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$



2021

ISBN: 978-9942-827-44-9



9789942827449