UNIVERSIDAD LAICA ELOY ALFARO DE MANABÍ

Guía de estudio

Matemática de Tecnologías de la Información

Dirección de Bienestar, Admisión y Nivelación Universitaria

2024

UNIVERSIDAD LAICA ELOY ALFARO DE MANABÍ

GUÍA DE ESTUDIO

Matemática de Tecnologías de la Información

Lic. Victor Geovanny Zambrano Cedeño

Ing. José Daniel Veloz Salcedo

Ing. Gissella del Carmen Alcívar Loor

Ing. Douglas Héctor Ordoñez Valencia

Ing. Jonathan Jacinto Cedeño Macías

Ing. Óscar Iván Briones Maldonado

Ing. María Fernanda Vera Loor

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
Ciudadela universitaria vía circunvalación (Manta)
www.uleam.edu.ec

Guía de estudio
Matemática de Tecnologías de la Información

Lic. Victor Geovanny Zambrano Cedeño
Ing. José Daniel Veloz Salcedo
Ing. Gissella del Carmen Alcívar Loor
Ing. Douglas Héctor Ordoñez Valencia
Ing. Jonathan Jacinto Cedeño Macías
Ing. Óscar Iván Briones Maldonado
Ing. María Fernanda Vera Loor

ISBN: 978-9942-681-18-8

Edición: Primera. Diciembre de 2024. Publicación digital

Trabajo de edición y revisión de texto: Mg. Alexis Cuzme Espinales
Diseño de portada: Mg. José Márquez Rodríguez

Una producción de la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, registrada en la Cámara Ecuatoriana
del Libro.

Sitio Web: uleam.edu.ec
Teléfonos: 2 623 026 Ext. 255

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La guía de estudio de "Matemática de Tecnología de la Información" es un recurso integral diseñado para facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos fundamentales, donde los estudiantes tendrán la oportunidad de explorar diversas áreas de la matemática básica hasta la resolución de ecuaciones lineales. Esta orientación no solo busca proporcionar herramientas teóricas sino también fomentar habilidades prácticas que permitan a los estudiantes aplicar estos conocimientos en situaciones del mundo real, promoviendo así un aprendizaje significativo y contextualizado.

La guía de estudio enfatiza las importancias del pensamiento crítico y el análisis riguroso, habilidades esenciales en la resolución de problemas matemáticos. A través de actividades interactivas y ejemplos prácticos, los estudiantes podrán desarrollar una compresión más profunda de los métodos lógicos y aritméticos, donde se enfrentarán desafíos académicos y abordarán problemas cotidianos con confianza y eficacia.

«Dejadme practicar las buenas costumbres y les devolveré libertad y gloria».

Eloy Alfaro Delgado

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Resultados de las Unidades

Unidad 1	Formar y verificar expresiones lógicas desde el lenguaje natural/común hasta el lenguaje formal, determinar su veracidad o falsedad, donde se deben aplicar técnicas fundamentales de lógica-matemáticas.
Unidad 2	Modelar y resolver problemas matemáticos de una variedad de campos e identificar y utilizar operaciones aritméticas fundamentales.
Unidad 3	Reconocer los métodos de factorización que se han presentado para simplificar expresiones algebraicas, e identificar patrones para factorizar un polinomio algebraico.
Unidad 4	Identificar, resolver y verificar soluciones en el contexto de un problema real, solucionando y comprobando los procesos de ecuaciones lineales de dos incógnitas.

UNIDAD 1

1 Generalidades de lógica matemática

La lógica es una forma de pensar que no acepta conclusiones erróneas y tiene un lenguaje exacto. El campo de la lógica matemática es responsable de los procesos de razonamiento y proporciona reglas para determinar la validez de un argumento.

1.1 Proposición lógica

Una proposición es una declaración que tiene significado, ya sea verdadera o falsa. A continuación, se le provee varios ejemplos y se presentan los siguientes ejercicios para el lector por medio del código QR o dando clic.

Ejemplos

El 24 de mayo de cada año se celebra la Batalla del Pichincha.

"Es verdadero, porque es una fecha cívica en el calendario histórico del ecuatoriano"

12 es un número primo

"Falso, 12 no es un número primo. ***Un número primo es aquel que solo tiene dos divisores: 1 y para él mismo****. En el caso de 12, tiene más de dos divisores: 1, 2, 3, 4, 6 y 12. Por lo tanto, 12 es un número compuesto, no primo"*

¡Estás triste!

No es una proposición lógica, ya que no es susceptible de ser verdadera o falsa. En este caso es una **exclamación** o expresión emocional lo que está fuera de una proposición lógica formal.

1.2 Tabla de verdad

Una tabla de verdad es una representación d los posibles valores de verdad que podría tomar una proposición. Se proporcionan ejemplos y los siguientes ejercicios al lector a los que puede acceder mediante este código QR o dando clic.

Ejemplos:

(¬p ∧ ¬q) Conjunción "y"

Como se puede observar las letras de las proposiciones son **p** y **q** *(Las más usadas son la p, q, r, s, t…)*

Cuantas proposiciones se visualizan 2, recordando la fórmula, que es 2^n esto es igual a 2^2 (**2** siempre va hacer la base ^{n} es el número de proposición que se encuentra en el ejercicio propuesto) por lo tanto será igual a 4, donde se debe realizar 4 filas más la fila del título.

El conectivo lógico que se proporciona es **"conjunción "∧" y"** la regla nos indica que ambos tienen que ser verdadero, para que sea verdadero, caso contrario serán falso.

1 recuerde que las proposiciones comienzan con dos verdaderos y dos falsos

3 negar la proposición **p**

p	q	¬p	¬q	**(¬p ∧ ¬q)**
v	v	f	f	f
v	f	f	v	f
f	v	v	f	f
f	f	v	v	v

2 en la segunda columna, un verdadero y un falso, hasta el final de las filas.

4 negar la proposición **q**

5 ambos deben ser v **∧** v para que sea verdadero caso contrario será falso

1.3 Operadores lógicos

Los operadores lógicos son los nexos gramaticales que intervienen en una o más proposiciones simples, lo que, a su vez, genera una proposición compuesta (ESPOL, 2006). Para reforzar los conocimientos se le invita a visualizar el siguiente recurso.

Para complementar este tema, se presenta este recurso y los siguientes ejemplos. Y para reforzar los conocimientos abordados hasta aquí, visualice el siguiente video, al escanear el código QR o dando clic.

Fuente: Obtenida de Matemática profe Alex (2021).

Ejemplos:

Conjunción y "∧"

p: Te regalaré chocolates

q: Te regalaré vitaminas

Te regalaré chocolate **y** vitaminas

Donde se debe aplicar la fórmula de $2^n = 2^2 = 2x2 = 4$

Esto indica que se debe crear 4 filas

*Recordar la regla de la proposición tanto **p** y **q** (p ∧ q) deben ser verdadera para que sea verdadera caso contrario será falso*

p	q	p ∧ q
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Para profundizar en este tema, se ponen a disposición del lector los siguientes ejercicios, disponibles a través de este código QR o dando clic.

1.4 Tipos de proposiciones

La lógica proposicional sustenta su estudio en dos elementos fundamentales, las proposiciones y los operadores lógicos. De manera que, se distinguen dos tipos de proposiciones.

Las proposiciones simples o atómicas son aquellas que no poseen operador lógico alguno; y las proposiciones compuestas están formadas por otras proposiciones y operadores lógicos (ESPOL, 2006).

1.4.1 Ejemplos de los tipos de proposiciones

Proposiciones compuestas	**Proposiciones atómicas**
<u>7 es menor que 4</u> O <u>es mayor que 10</u> a b	**a** : 7 es menor que 4 **b** :7 es mayor que 10
<u>El 3 es el primer número primo</u> Y <u>es mayor que cero</u> c d	**c** : El 3 es el primer número primo **d** : El 3 es mayor que cero
<u>El delfín</u> NO <u>es amarillo</u> e	**e** : El delfín es amarillo

Tabla 2. Proposiciones compuestas y atómicas (Elaborado por equipo docentes DBANU)

Para afianzar este tema, observe los siguientes ejemplos y se ponen a disposición los siguientes ejercicios de práctica, accesibles con el código QR o dando clic.

Actividad 1

Denota la siguiente proposición compuesta:

La inseguridad es uno de los principales problemas del Ecuador y la economía ecuatoriana muestra signos de debilidad.

a: ____________________________________

b: ____________________________________

a ____ b

Evidencia: Ubíquela en un documento Word, guarde el documento.

1.5 Leyes del álgebra proposicional

Las operaciones lógicas establecidas entre las formas proposicionales y algunas de sus propiedades más significativas están incluidas en las llamadas leyes del álgebra proposicional o leyes lógicas. A continuación, se detallan las más comúnmente utilizadas:

$\neg 0 \equiv 1$ $\neg 1 \equiv 0$	Negación
$\neg(\neg p) \equiv p$	Doble Negación o Involutiva
$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$ $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$	Conmutativa de la conjunción Conmutativa de la disyunción
$[(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$ $[(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$	Asociativa de la conjunción Asociativa de la disyunción
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Distributiva
$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$ $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	De Morgan
$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$	Contrapositiva o Contrarrecíproca
$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Implicación o Tautología útil
$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$ $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$	Equivalencia

Tabla 3. *Leyes del álgebra proposicional que se aplican con frecuencia* (ESPOL, 2006)

Para solidificar el entendimiento de este tema, se presentan varios ejercicios para el lector, accesibles por medio de este código QR o dando clic.

Actividad 2

Construya la tabla de verdad para cada una de las siguientes formas proposicionales:

- A : (¬ p v q) ^ r
- B : ¬ (r ^ t) v (p v ¬ s)

Evidencia y adjunta en plataforma Moodle en formato PDF

Recuerde adjuntar la actividad 1 y 2, guardar en formato PDF para subir en la plataforma **MOODLE** y guarde el documento con el nombre de: **Actividad 1.**

Para afianzar los conocimientos se le invita a observar los siguientes ejercicios.

UNIDAD 2

2 Aritmética Elemental

2.1 Operaciones aritméticas

De acuerdo con lo citado por el autor Baldor (1996) “Las operaciones aritméticas son siete: suma o adicción, resta o sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación”. La suma del valor de un número de otro es una operación aritmética fundamental.

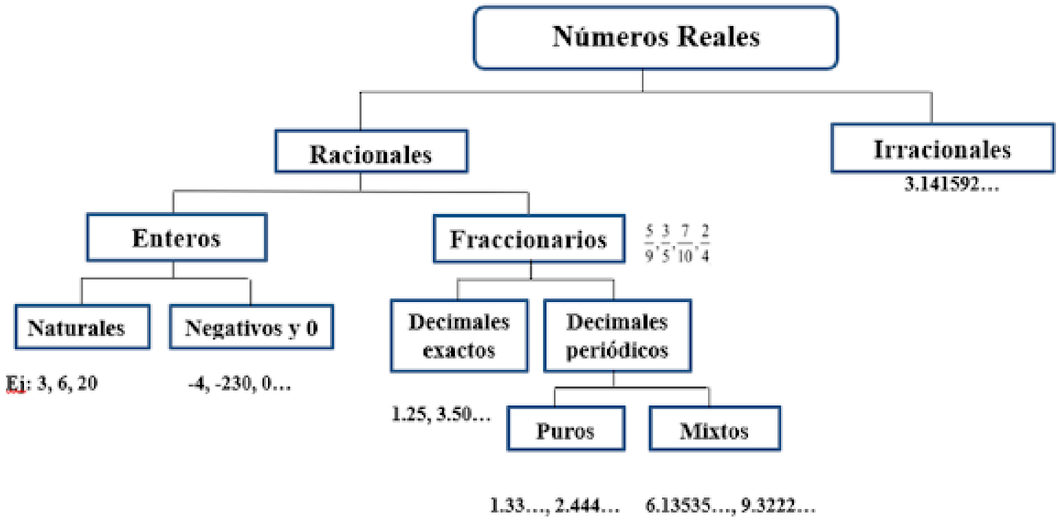


Ilustración 1. Clasificación de los números reales

Fuente: Pérez (2021)

Tipos de fracciones, ejemplos

Actividad 3

Mediante el siguiente enlace realice la actividad didáctica.

Considerar los siguientes pasos:

- Ingresar al enlace propuesto
- Observar el video y responder las preguntas que se visualizan en el mismo.
- Dar clic en **enviar** o **submit**

Para evidenciar la actividad realizar una captura de pantalla y guardar en Word hasta finalizar las actividades de la Unidad II

2.1.1 *Propiedades de las operaciones aritméticas con números reales*

Los números reales son un conjunto cerrado para la suma y la multiplicación, lo que significa que la suma o multiplicación de números reales da como resultado otro número real (Aguilar et al., 2009). De lo anterior se desprenden las propiedades que enunciamos a continuación con números racionales:

PROPIEDADES DE LA SUMA	PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN
Propiedad Conmutativa $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}=\frac{p}{q}+\frac{m}{n}$	Propiedad Conmutativa $\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}=\frac{p}{q}\cdot\frac{m}{n}$
Propiedad Asociativa $\frac{m}{n}+\left(\frac{p}{q}+\frac{r}{s}\right)=\left(\frac{m}{n}+\frac{p}{q}\right)+\frac{r}{s}$	Propiedad Asociativa $\frac{m}{n}\left(\frac{p}{q}\cdot\frac{r}{s}\right)=\left(\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}\right)\cdot\frac{r}{s}$
Elemento Neutro: (Cero) $\frac{m}{n}+0=\frac{m}{n}$	Elemento Neutro: (Uno) $\frac{m}{n}\cdot 1=\frac{m}{n}$
Opuesto: (–a/b)	Inverso: (b/a)

$\frac{m}{n} + \left(-\frac{m}{n}\right) = 0$	$\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} = \frac{\mathrm{m \cdot n}}{\mathrm{n \cdot m}} = 1$
Propiedad Distributiva $\frac{m}{n} \cdot \left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) = \frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} + \frac{m}{n} \cdot \frac{r}{s}$	

Tabla 4. Propiedades de la suma y la multiplicación de números reales.

Fuente: Elaborado por equipo DBANU

2.1.1 *Operaciones aritméticas elementales con fracciones*

Las operaciones aritméticas se aplican aplicadas a fracciones donde el exponente y el denominador están representado por expresiones algebraicas, a continuación, se muestran ejemplos de fracciones.

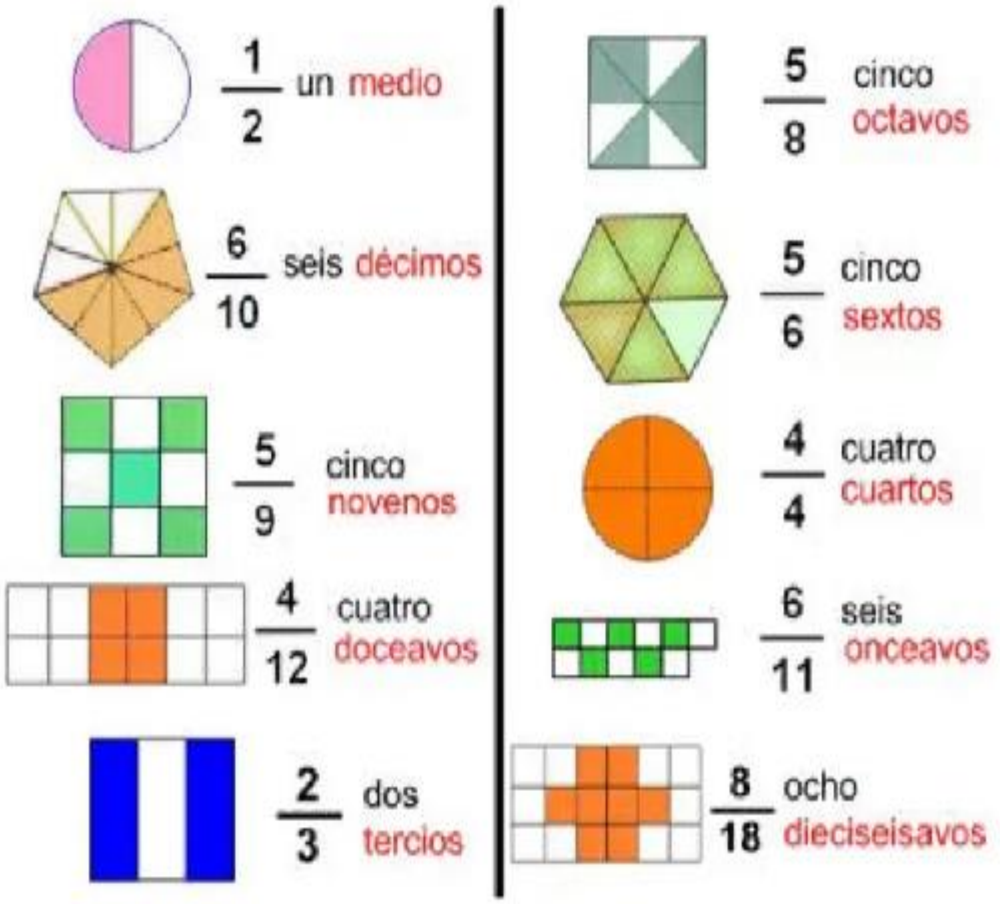


Ilustración 2. Representación gráfica de las fracciones

Fuente: Segundo break (2016)

Tabla 5. Operaciones aritméticas con fracciones

Operación	Ejemplo	Observación
$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$	$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{15}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{15}} + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{15}} = \frac{7-2+4}{\mathbf{15}} = \frac{9}{15} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{5}$	Suma o resta de fracciones homogéneas (tienen el mismo denominador)
$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{b \cdot d}$	$\frac{\mathbf{5}}{24} + \frac{\mathbf{7}}{36} - \frac{\mathbf{2}}{9} = \frac{5 \cdot 3}{24 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{36 \cdot 2} - \frac{2 \cdot 8}{9 \cdot 8}$ $= \frac{15}{72} + \frac{14}{72} - \frac{16}{72} = \frac{15+14-16}{72} = \frac{13}{72}$ $mcm(24,36,9) = 72 = 2^3 \cdot 3^2$	Suma o resta de fracciones heterogéneas (tienen diferente denominador). Conviene obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los denominadores siempre que sea posible.
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{3}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$	Se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí.
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{15}{14}} = \frac{3 \cdot 14}{4 \cdot 15} = \frac{3 .2 .7}{2 .2 .3 .5} = \frac{7}{10}$	Se puede aplicar la regla de extremos y medios (esquematizada como “doble C”), para indicar los números que se multiplicarán.

Fuente: Obtenida de DBANU

Signos de agrupación:

Paréntesis (): **b (c + d)** Significa que primero se debe realizar la suma entre **c + d** y el resultado debe ser multiplicado por **b.**

Ejemplo: 8 (3 + 6), primero se resuelve la suma 3 + 6 = 9 y luego este resultado lo multiplicamos por **8**, con lo que el resultado final es: **72.**

Corchetes []: a [b – c] significa que primero se debe realizar la resta **b – c** y el resultado debe ser multiplicado por **a.**

Ejemplo: 4 [9 – 1], primero resolvemos **9 – 1 = 8** y luego este resultado se multiplica por **4,** por lo que el resultado es **32.**

Llaves {}: a { b ÷ c } significa que se debe realizar primeo la división **b ÷ c** y el resultado debe ser multiplicado por **a.**

Ejemplo: 9 { 264 ÷ 4 }, primero se resuelve **264 ÷ 4 = 66** y el resultado debe ser multiplicado por **9** que se obtiene **594**

A continuación, le presentamos un documento en PDF que les ayudará a afianzar sus conocimientos un poco más sobre la Potencias y raíces de números reales.

Visualice el siguiente PDF, mediante, **escanee el código QR**

Ley de signos para exponentes y radicales

Suma	Resta	Multiplicacón	División
(+) + (+) = +	(+) + (+) = +	(+) x (+) = +	(+) ÷ (+) = +
(-) + (-) = -	(-) + (-) = -	(-) x (-) = +	(-) ÷ (-) = +
(-) + (+) = SVM	(-) + (+) = SVM	(+) x (-) = -	(-) ÷ (+) = -
(+) + (-) = SVM	(+) + (-) = SVM	(-) x (+) = -	(+) ÷ (-) = -

En la suma y resta, el signo de valor mayor es el que define el signo.

Fuente: Obtenido de autor anónimo

Actividad 4

Desarrolle las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{m^{-3}}{m^{9}}$

b) $\frac{6^4\, x^3\;\; x^2\;\; y}{6^6\, y^3\;\; x^2\;\; x}$

c) $(4\,x^2\,y)^4$

Para evidenciar la actividad realizar una captura de pantalla o en el documento de la plantilla de Word de la ULEAM y guardar hasta finalizar las actividades de la Unidad II

2.1.2 *Operaciones aritméticas Combinadas*

Jerarquía de los operadores aritméticos

El procedimiento jerárquico de las operaciones matemáticas especifica el orden de realización.

Para recordar el orden de las operaciones, nos podemos valer de una regla nemotécnica PEMDAS:

1) **P**aréntesis
2) **E**xponentes (potencias y radicales)
3) **M**ultiplicaciones/**D**ivisiones
4) **A**diciones/**S**ustracciones

A continuación, le presentamos un documento en PDF que les ayudará a afianzar sus conocimientos de Operadores Aritméticos Ejemplos

2.2 Operaciones Algebraicas

2.2.1 *Introducción al Álgebra Elemental*

El álgebra es una rama de las matemáticas cuya finalidad es ampliar los cálculos matemáticos a través de expresiones compuestas por número y variables (letras).

2.2.2 *Términos Algebraicos:*

Corresponde al conjunto de números y letras relacionadas entre sí mediante la multiplicación y/o división. Un término algebraico consta de las siguientes partes:

Podemos "descomponer" un término algebraico en los siguientes elementos:

- **Coeficiente Numérico**: Se refiere al número con el signo.
- **Factor Literal**: Alude a las variables (letras) y los exponentes que les acompañan.
- **Grado absoluto**: Se obtiene sumando los exponentes de las letras que aparecen en el término.
- **Grado relativo**: Es el grado que tiene cada una de las variables (letras).

Ejemplo:

Coeficiente numérico: $-\frac{12}{17}$

$$\boxed{-\frac{12}{17}\underbrace{a^6b^4c^2}}\ (6+4+2) \longrightarrow$$ **Grado absoluto: 12**

Factor literal: $a^6b^4c^2$

Grado relativo:

- G.R. (a) = 6
- G.R. (b) = 4
- G.R. (c) = 2

Tener presente:

- Si el coeficiente numérico no está escrito, entonces es 1.
- Si el grado de cualquier variable no está escrito, entonces es 1.

2.2.3 *Expresión Algebraica*:

Es la expresión en la que se combina números, literales (también llamado variables) y signos de operaciones. También podemos indicar que es una expresión aritmética formada por la suma o resta de términos algebraicos.

Ejemplos:

a) $2m + n^4pl - \frac{1}{5}$

b) 8xy

c) $1 - ab^9 - 12adf + g^5k^2 + t$

d) m − n

<u>Clasificación de las expresiones algebraicas:</u>

Se clasifican según el número de términos que tienen.

Tabla 6. *Clasificación de las expresiones algebraicas*

Monomio	**Binomio**	**Trinomio**
5x	5x + 2	$x^3 + x + 1$

RECUERDE: Las expresiones formadas por cuatro o más términos se denominan ***MULTINOMIO.***

El término ***POLINOMIO*** se utiliza de forma amplia para referirse a cualquier expresión algebraica.

Tabla 7. Grado absoluto y relativo de un polinomio

Polinomio	Grado Absoluto	Grado Relativo
$S(x,y) = \underbrace{2x^2y^3}_{5} + \underbrace{2x^4y^2}_{6} - \underbrace{3x^3y^4}_{7}$	Es el mayor grado absoluto entre todos los términos	Es el mayor exponente que tiene una variable.
Respuesta:	7	G.R. $(x) = 4$ G.R. $(y) = 4$

Fuente: Obtenida por el Equipo de DBANU

2.2.4 *Operaciones combinadas de simplificación algebraica*

Una operación algebraica implica simplificación de sus términos a partir de las operaciones aritméticas propuestas en la expresión algebraica: adicción, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

__Suma de Expresiones Algebraicas__

Para sumar dos o más expresiones algebraicas con uno o más términos, se deben reunir todos los términos semejantes que existan, en uno sólo. La propiedad distributiva permite aplicar la multiplicación con respecto a la suma.

Ejemplo 1: Aplicando propiedad distributiva

Ilustración 3 Aplicando propiedad distributiva

$$(4x^2 + 6x + 3) + (2x^2 + 5x - 1)$$
$$= 1(4x^2 + 6x + 3) + 1(2x^2 + 5x - 1)$$
$$= 4x^2 + 6x + 3 + 2x^2 + 5x - 1 \qquad \text{Utilizar la propiedad distributiva.}$$
$$= \underbrace{4x^2 + 2x^2} + \underbrace{6x + 5x} + \underbrace{3 - 1} \qquad \text{Reacomodar los términos.}$$
$$= \quad 6x^2 \quad + \quad 11x \quad + \quad 2 \qquad \text{Reducir términos semejantes.}$$

Ejemplo 2: Aplicando propiedad distributiva y ley de signos

$(8x^2 + 4x + 8) - (4x^2 + 6x + 3)$

En el primer término quitar los paréntesis y en el segundo aplicar ley de signos

$8x^2 + 4x + 8 - 4x^2 - 6x - 3$

$8x^2 - 4x^2 + 4x - 6x + 8 - 3$ **Agrupar los términos semejantes y restar o sumar.**

$4x^2 - 2x + 5$ **Solución**

Multiplicación De Expresiones Algebraicas

Para multiplicar expresiones algebraicas con uno o más términos usar la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto de la suma, las reglas aritméticas para exponentes y también los productos notables.

Ejemplo: $(3x+2)(4x^2-5x-3)$

$$
\begin{aligned}
&(3x+2)(4x^2-5x-3)\\
&= 3x(4x^2-5x-3) + 2(4x^2-5x-3)\\
&= 12x^3 - 15x^2 - 9x + 8x^2 - 10x - 6\\
&= 12x^3 - 7x^2 - 19x - 6
\end{aligned}
$$

Para establecer el signo del producto de dos elementos se debe aplicar la regla o ley de los signos, que se resume como sigue:

El producto entre dos elementos de igual signo es positivo:	El producto entre dos elementos de diferente signo es negativo:
$(+)\cdot(+) = +$	$(+)\cdot(-) = -$
$(-)\cdot(-) = +$	$(-)\cdot(+) = -$

Actividad 5

Desarrolle las siguientes operaciones planteadas:

a) $(8x + 4)\,(8x^2 - 4x - 2)$

b) $(16x^2 + 8x + 4) + (3x^2 + 9x - 6)$

Para evidenciar la actividad realizar una captura de pantalla o desarrolle dentro de este documento y guardar en Word hasta finalizar las actividades de la Unidad II

2.3 Lenguaje algebraico

El propósito del lenguaje algebraico es estructurar un idioma que permita generalizar las diferentes operaciones aritméticas.

Ejemplos:

1) El perímetro P de un cuadrado de lado a $P = 4a$

2) El área A de un cuadrado de lado a $A = a^2$

Todas las letras en las fórmulas anteriores son variables, y cada una puede tener distintos valores asignados. En general, una variable es cualquier letra que aparece en una expresión algebraica.

RECUERDE:

El lenguaje algebraico utiliza expresiones algebraicas porque permiten representar con números, operaciones y símbolos (variables) lo que se expresa en lenguaje común.

Para una interpretación adecuada se recomienda identificar la operación principal o de ma-yor jerarquía dentro de la expresión o contexto de la “situación a traducir”.

Antes de abordar la “traducción” o “modelado” de problemas concretos, en la siguiente tabla se escriben en lenguaje matemático algunos conceptos más simples. Comprender esta forma de expresión será fundamental para la interpretación de problemas específicos.

Tabla 8. Interpretación del lenguaje matemático

Forma Verbal	*Forma Escrita*	*Forma Verbal*	*Forma Escrita*
Producto	$(\ )(\ ), \ldots ab$	El quíntuplo de un número	$5x$
Cociente	$/, \div$	El doble de la suma de dos números	$2(x+y)$
Raíz cuadrada	$\sqrt{}$	El triple de la diferencia de dos números	$3(x-y)$
Potencia	$()^{n}$ dónde n, es cualquier número	La mitad de la diferencia de dos números	$\frac{x-4}{2}$
El producto de dos números	$a*b$	El cuadrado de la suma de dos números	$(x+4)^2$
El cociente de dos números	$\frac{x}{y}$	El triple del cuadrado de la suma de dos números	$3(x+4)^2$
La raíz cuadrada de un número	$\sqrt{x}$	La suma de tres números	$x+y+z$
El cociente entre la suma de dos números y su diferencia	$\frac{a+b}{a-b}$	La semi suma de dos números	$\frac{a+b}{2}$
El duplo de un número	$2x$	El cubo de la semi diferencia de dos números	$\left(\frac{x-y}{2}\right)^3$

Fuente: Obtenida de equipo DBANU

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a afianzar sus conocimientos un poco más sobre Lenguaje algebraico.

Fuente: Obtenida de Matemática profe Alex (2020).

2.3.1. *Valor Numérico de una Expresión Algebraica*

En una expresión algebraica consideramos constantes los valores conocidos mientras los símbolos o valores desconocidos los consideramos variables que pueden tomar cualquier valor numérico para devolvernos el resultado de una expresión o fórmula matemática.

Ejemplos:

Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas con los valores asignados para cada una de ellas.

a) $-3x-2,$ para $x=4, x=2$ y $x=-3$
b) $x^2+3,$ para $x=5, x=-4$ y $x=-1$

Soluciones:

$$a)\left.\begin{matrix}-3x-2\\ x=4\end{matrix}\right\} \Rightarrow -3(4)-2=-12-2$$
$$=-14$$

$$b)\left.\begin{matrix}x^2+3\\ x=5\end{matrix}\right\} \Rightarrow 5^2+3$$
$$=25$$
$$+3$$
$$=28$$

$$\left.\begin{matrix}-3x-2\\ x=2\end{matrix}\right\} \Rightarrow -3(2)-2=-6-2=-8$$

$$\left.\begin{matrix}x^2+3\\ x=-4\end{matrix}\right\} \Rightarrow (-4)^2$$
$$+3$$
$$=16$$
$$+3$$
$$=19$$

$$\left.\begin{matrix}-3x-2\\ x=-3\end{matrix}\right\} \Rightarrow -3(-3)-2=9-2=7$$

$$\left.\begin{matrix}x^2+3\\ x=-1\end{matrix}\right\} \Rightarrow (-1)^2+3$$
$$=1$$
$$+3$$
$$=4$$

	Actividad 6

Colorear, subrayar o marcar la expresión algebraica que corresponde a la forma verbal del lenguaje algebraico.

Un número entero cualquiera	2N	N	$\frac{1}{N}$
La quinta parte de un número elevado al cubo	$\frac{1}{5}$	N-5	$\frac{x^3}{5}$
Un número al cubo, menos su triple	$N^3 - 3N$	3N - 3	$\frac{1}{3N}$
La suma de dos cuadrados de dos números	$X^2 + y^2$	2x + 2y	$\frac{2}{x+y}$
La sexta parte de un número, menos su quinta parte	$\frac{n}{6} - 5$	$\frac{n}{6} - \frac{n}{5}$	$\frac{5}{2n}$
La mitad de un número, menos su cuarta parte	$\frac{x}{2} - 4$	$\frac{x}{2} - \frac{x}{4}$	$\frac{4}{2x}$

Para evidenciar la actividad realizar una captura de pantalla o desarrolle dentro de este documento y guardar en PDF, adjuntar en la plataforma Moodle actividades de la Unidad II

UNIDAD 3

3 Factorización

Consiste en escribir un polinomio como el producto más simple de sus factores. Una condición suficiente para llevar a cabo este proceso, es la comprobación de la existencia de un factor común. Si es que lo hay, se analiza si el factor no común corresponde al desarrollo de uno o más de los productos notables. Todas las expresiones de productos notales pueden ser usadas como expresiones de factorización (ESPOL, 2006).

Para suplementar el contenido expuesto, visualice este recurso de factorización, y de clic en la siguiente imagen o código QR para observar un video complementario.

3.1 Factor Común

Un factor común puede ser un número, una variable o una combinación de números y variables que aparecen en todos los términos del polinomio. De tal forma, que se buscan expresiones que dividan exactamente cada término en el polinomio (CK-12, 2021). Se exponen los siguientes ejemplos.

3.2 Factor Común por agrupación de términos

Se agrupan los términos que tengan algún factor en común, de tal modo que la expresión restante pueda factorizarse. Una de las características de este caso de factorización es que siempre las cantidades que quedan dentro de los paréntesis después de sacar el factor común en cada grupo son iguales.

Para complementar los conocimientos sobre este método de factorización se dispone este recurso.

3.3 Trinomio Cuadrado Perfecto

Este caso es la operación inversa al desarrollo de un binomio al cuadrado en los productos notables, es por ello, que se identifica este caso como una expresión de la forma:

$$a^2 \pm 2ab + b^2$$

Pasos para factorizar un trinomio cuadrado perfecto (TCP) de acuerdo con (CK-12, 2021)

1. Para factorizar esta expresión, se debe verificar que los términos se encuentren ordenados con respecto a los exponentes de mayor a menor o viceversa.
2. Se extraen las raíces cuadradas de los términos extremos (primer y último término):

$$\sqrt{a^2} = a \qquad\qquad \sqrt{b^2} = b$$

3. Para comprobar que la expresión es un trinomio cuadrado perfecto, se realiza el doble producto de las raíces del punto anterior:

$$Comprobación: 2ab$$

4. Si el resultado del producto es igual al segundo término del trinomio, entonces éste es cuadrado perfecto y su factorización es igual *al cuadrado de una suma o diferencia de las raíces cuadradas de los términos extremos*.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

Para reforzar este caso de factorización puede visualizar los siguientes ejemplos.

RECUERDE: *Observa que la fórmula es* $a^2 \pm 2ab + b^2$ entonces, s*i el trinomio tiene todos sus términos positivos, la respuesta va a ser una* ***suma de binomios al cuadrado****. Si el segundo término es negativo, la respuesta es la* ***diferencia de binomios al cuadrado****.*

3.4 Diferencia de Cuadrados

La diferencia de cuadrados es de la forma $a^2 - b^2$ y su factorización es:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Lo que da como resultado el producto de binomios conjugados

Reglas para factorizar la diferencia de cuadrados (Baldor, 1996).

1. Se extrae la raíz al minuendo y sustraendo
2. Se forman los factores, de tal forma que quede la multiplicación de las sumas de sus raíces cuadradas por la diferencia de las raíces.
3. Si es el caso, se debe factorizar hasta que ya no se pueda.

Para asegurar una mejor asimilación de los conocimientos, examine los siguientes ejemplos.

3.5 Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$

Esta expresión resulta del producto de binomios con término común. Para poder factorizar este trinomio se considera lo siguiente:

Atención

En los casos especiales, el primer término no siempre está elevado a un exponente 2, pero siempre es par.

1. El coeficiente numérico del primer término es 1.
2. El primer término es un factor literal cualquiera elevado al cuadrado.
3. El segundo término tiene el mismo factor literal que el primero con el exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
4. El tercer término es independiente del factor literal que aparece en el primero y segundo término y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

Reglas para factorizar el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ según (Baldor, 1996).

1. El trinomio se descompone en dos factores **binomios** cuyo primer término es **x**, o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio
2. En el **primer factor**, después del término de x se escribe el **signo del segundo** término del trinomio, y en el **segundo factor**, después de x se escribe el **signo**

que resulta de **multiplicar el signo del segundo término** del trinomio por el **signo del tercer término** del trinomio.

3. Si los dos factores **binomios** tienen en el medio **signos iguales** se buscan dos números cuya **suma** sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo **producto** sea el valor absoluto del tercer término del trinomio, estos números son los segundos términos de los binomios.
4. Si los dos factores **binomios** tienen en el medio **signos distintos** se buscan dos números cuya **diferencia** sea el valor absoluto del segundo término del trinomio cuyo **producto** sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. **El mayor** de estos números es el segundo término del primer binomio y **el menor** el segundo término del segundo mi binomio

Para fortalecer su aprendizaje, observe los ejemplos que se presentan.

3.6 Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$

En este caso, a diferencia del anterior, el coeficiente del término cuadrático es diferente de uno.

1. Se multiplican todos los términos por el coeficiente a
2. Se expresa el primer término en forma de cuadrado y para el segundo término se intercambia el coeficiente a por b
3. Se factoriza aplicando el caso anterior.
4. Se divide el resultado entre a de tal forma que no quede ningún cociente.

Para mejorar su comprensión, consulte los siguientes ejemplos.

Actividad 7

Analice los siguientes ejercicios propuestos, resuélvalos (detalle el proceso que realizó en cada caso de factorización):

1). Factorizar (Factor Común):

$$81ax^2 + 270a^2y - 18ay^2$$

2). Factorizar (Trinomio Cuadrado Perfecto):

$$9x^2 - 42\text{x} + 49$$

3). Factorizar (Diferencia de Cuadrados):

$$72x^2 - 32z^4$$

4). Factorizar (Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$):

$$x^2 + 20x + 100$$

5). Factorizar (Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$):

$$25m^2 - 13m - 12$$

UNIDAD 4

4 Sistema de Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad que existe entre dos expresiones algebraicas conectadas por un signo igual. Por ende, un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que representan una colección de ecuaciones que componen un modelo que describe o emula la realidad.

4.1 Ecuación Lineal

Una ecuación lineal es un enunciado que iguala dos expresiones matemáticas. Siendo que, las expresiones que aparecen en ambos lados del signo de igualdad reciben el nombre de lados o miembros de la ecuación, y sus términos son de hasta primer orden.

Ilustración 4. Elementos de una ecuación

Fuente: Google sites. (shorturl.at/jpvR4)

Una ecuación de la forma $ax + b = 0$, donde a y b son números reales y $a \neq 0$, se denomina ecuación lineal, a continuación, tenemos los siguientes ejemplos:

$$3x - 4 = 0$$
$$4y - 5 = 7 - 9y$$
$$4(t - 6) = 8 - 5t$$
$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2x} = \frac{2}{x}$$

Solución de una ecuación con una incógnita:

$$4(t-6)=8-5t$$
$$4t-24=8-5t$$
$$4t+5t=8+24$$

$$9t=32$$

$$t=\frac{32}{9}$$

4.2 Sistema de Ecuaciones Lineales

Un sistema de ecuaciones lineales, es un conjunto de ecuaciones lineales en las que su variables interactúan entre sí mismas de forma proporcionalmente directa. Es así que, un sistema de dos ecuaciones, con dos variables, satisface la forma siguiente:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

El resolver un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar todas sus soluciones. Para un sistema compatible determinado, los métodos de igualación, sustitución y reducción permiten encontrar el valor de cada una de las incógnitas. El método de las determinantes también se puede aplicar con este tipo de sistemas.

4.3 Métodos de Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales

4.3.1 Método de Eliminación o Reducción:

Se modifican las ecuaciones del sistema, de tal manera que se igualen en valor absoluto los coeficientes de una de las incógnitas pero con signos contrarios, de tal manera que al sumarse algebraicamente los términos semejantes, se elimine una de las incógnitas generando una ecuación lineal con una incógnita sencilla de resolver.

Ejemplo: $$\begin{cases} 4x+6y=-3 & (Ecuación\ 1) \\ 5x+7y=-2 & (Ecuación\ 2) \end{cases}$$

1) Se multiplica cada término de la *ecuación 1* por (5) y los términos de la *ecuación 2* por (-4)

2) Se suman los términos correspondientes en las nuevas ecuaciones obtenidas:

$$\begin{array}{rcr} 5\,(4x + 6y = -3) & \longrightarrow & \cancel{20x} + 30y = -15 \\ -4\,(5x + 7y = -2) & \longrightarrow & -\cancel{20x} - 28y = 8 \\ \hline & & 2y = -7 \end{array}$$

Por lo tanto: $\boldsymbol{y = -\frac{7}{2}}$

3) Se inserta el valor de **y** en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el valor de la incógnita que falta:

$$5x + 7\left(-\frac{7}{2}\right) = -2$$

$$5x - \frac{49}{2} = -2$$

$$5x = -2 + \left(\frac{49}{2}\right) = \frac{45}{2}$$

$$x = \frac{\frac{45}{2}}{5} = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

4) Finalmente, la solución obtenida es:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{9}{2}} \\ \boldsymbol{y = -\frac{7}{2}} \end{cases}$$

4.3.2 Método de Igualación:

El método de igualación consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones y después igualar los resultados formando una nueva ecuación con una sola incógnita.

Resolver el sistema: $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$

Solución:

Se despeja una de las incógnitas, por ejemplo la y, de las dos ecuaciones quedando:

$$\begin{cases} y = 3 + 2x \\ y = \frac{6x-10}{2} = \frac{2(3x-5)}{2} = 3x - 5 \end{cases}$$

Igualando los dos miembros, queda $3 + 2x = 3x - 5$ Despejando x de esta igualdad se obtiene $x = 8$, que sustituyéndolo en $y = 3 + 2x$, se obtiene $y = 3 + 2 * 8 = 19$ Por tanto, la solución del sistema es $(x, y) = (8, 19)$

4.3.3 Método de Sustitución:

Este método se asemeja mucho al de igualación, ya que pretende eliminar una de las variables y plantear una nueva ecuación con una sola variable; para ello, se procede de la siguiente manera:

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y = 0 & \leftarrow (Ecuación\ 1) \\ 5x - 2y = -1 & \leftarrow (Ecuación\ 2) \end{cases}$$

1) Se elige una incógnita en cualquiera de las ecuaciones para "despejar". Para este ejemplo se toma "y" en la primera ecuación:

$$3x - y = 0$$
$$3x = y$$

2) Se sustituye el valor de "y" en la otra ecuación del sistema y se resuelve esta ecuación que ahora tiene una sola incógnita:

$$\begin{aligned} &5x - 2y = -1 \\ &5x - 2(3x) = -1 \\ &5x - 6x = -1 \\ &-x = -1 \\ &x = 1 \end{aligned}$$

3) Reemplazar el valor de "x" (obtenido en el segundo paso) en cualquiera de las ecuaciones del sistema:

$$\begin{aligned} &3x - y = 0 \\ &3(1) - y = 0 \\ &3 - y = 0 \\ &3 = y \\ &y = 3 \end{aligned}$$

4) Comprobar que la solución obtenida cumple con cualquiera de las ecuaciones del sistema.

$$\begin{aligned} &3x - y = 0 \\ &3(1) - (3) = 0 \\ &3 - 3 = 0 \\ &0 = 0 \end{aligned}$$

4.4 Modelando un problema como un Sistema de Ecuaciones Lineales

Se propone siguiente procedimiento analítico para modelar un problema como una ecuación algebraica:

> El álgebra ayuda a resolver una variedad de problemas prácticos, como los de razón de cambio, mezclas, dinero, y más. Dado que estos problemas se expresan verbalmente, la clave es traducir esas palabras en una ecuación algebraica apropiada. Como no hay un procedimiento único para hacer esta traducción, se requiere trabajo, práctica y paciencia para adquirir pericia en la resolución de problemas de esta clase. Las siguientes sugerencias para construir

A continuación, revisemos el **siguiente ejemplo** que, en vez de utilizar un diagrama, emplea una tabla para organizar los datos y modelar el problema:

El café "Gato Negro" prepara **cappuccinos** y **espresso.** Para el primero se necesita 21g de café en granos y se tarda 8 minutos en prepararlo, mientras que para el segundo se necesitan 28g de café en granos y 4 minutos de elaboración **¿Cuántos cafés de cada tipo, se pueden preparar en un lapso de 2 horas de atención y con 0.7 kg de granos de café?**

4.4.1 Interpretación y recopilación de datos

A la cantidad de cappuccinos, se asigna la variable $\boldsymbol{x}$
A la cantidad de espressos, se asigna la variable $\boldsymbol{y}$
En la siguiente tabla se organizan los datos del problema:

Tabla 9. Interpretación y recopilación de datos

	Cantidad de Cappuccinos: $\boldsymbol{x}$	**Cantidad de Espressos: $\boldsymbol{y}$**	**Total**
Gramos de granos de café	21	28	**700**
Minutos de preparación	8	4	**120**

4.4.2 Planteamiento de ecuaciones

En la primera ecuación se tiene en cuenta los gramos de café, por tanto, $21x + 28\text{y} = 700$. Para la segunda, los minutos dedicados a la preparación, es decir, $8x + 4y = 120$. Así, el sistema que se debe solucionar es:

$$\begin{cases} 21x + 28y = 700 & (Ecuación\ 1) \\ 8x + 4y = 120 & (Ecuación\ 2) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema con cualquiera de los métodos revisados anteriormente obteniendo como respuesta x=4, y=22; con lo que podremos responder a la pregunta planteada en el problema: **<u>se han servido 4 cappuccinos y 22 espressos</u>** considerando los ingredientes señalados.

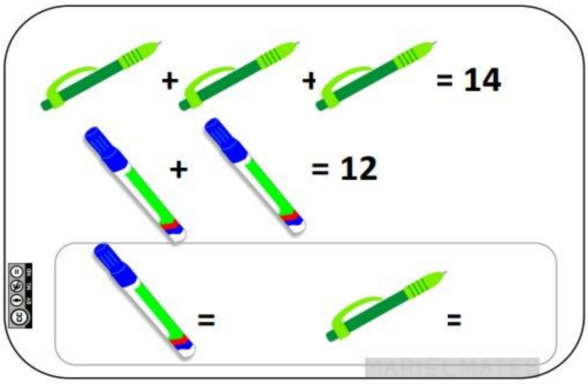
Actividad 8

Resuelva los siguientes problemas de sistemas de ecuaciones, tomando en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. Lea el problema cuidadosamente.

2. Identifique una cantidad desconocida que se necesite hallar.
3. Si es posible, trace un diagrama.
4. Asigne una variable, digamos y, que represente la cantidad desconocida. Escriba la definición de esta variable en una hoja.
5. Si es posible, represente cualquier otra cantidad que haya en el problema en términos de y.
6. Escriba una ecuación que exprese con precisión la relación descrita en el problema.
7. Resuelva la ecuación.
8. Compruebe que su respuesta concuerde con todas las condiciones planteadas en el problema.

1). Determine los valores del marcador azul y lapicera verde, dada la siguiente imagen:



2). Doménica tiene 25 años más que su hija (Camila) y dentro de 7 años la edad de Camila representará la mitad de la edad de su madre. **¿Cuál es la edad <u>actual</u> de cada una?**

5. Referencias Bibliográficas

Baldor, A. (1996). *Algebra*. MCN.

CK-12. (2021). *Álgebra I*. CK-12 Foundation.

ESPOL. (2006). *Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato*. ICM - ESPOL.

Pérez, Y. (2021). *Aprendamos matemática*. https://aprendamosmatematlca.blogspot.com/

ISBN: 978-9942-681-18-8
9789942681188

UNIVERSIDAD LAICA
ELOY ALFARO DE MANABÍ