UNIVERSIDAD LAICA ELOY ALFARO DE MANABÍ

Guía de estudio | Matemática Administrativa

Dirección de Bienestar, Admisión y Nivelación Universitaria

2024

UNIVERSIDAD LAICA ELOY ALFARO DE MANABÍ

GUÍA DE ESTUDIO

Matemática Administrativa

Líder: Lic. Víctor Geovanny Zambrano Cedeño

Autores: Ing. Josselyn Jamileth Zambrano Peñarrieta

Ing. Cindy Estefanía Alvia Toala

Ing. Silvana Pilar Morales Briones

Ing. Gissella del Carmen Alcívar Loor

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
Ciudadela universitaria vía circunvalación (Manta)
www.uleam.edu.ec

Dr. Marcos Zambrano Zambrano, PhD.
Rector
Dr. Pedro Quijije Anchundia, PhD.
Vicerrector Académico
Dra. Jackeline Terranova Ruiz, PhD.
Vicerrectora de Investigación, Vinculación y Postgrado
Lic. Víctor Geovanny Zambrano Cedeño, Mg
Dirección de Bienestar, Admisión y Nivelación Universitaria

Guia de estudio
Matemática - Administrativa

Líder: Lic. Víctor Geovanny Zambrano Cedeño
Autores: Ing. Josselyn Jamileth Zambrano Peñarrieta
Ing. Cindy Estefanía Alvia Toala
Ing. Silvana Pilar Morales Briones
Ing. Gissella del Carmen Alcívar Loor

ISBN: 978-9942-681-15-7

Edición: Primera. Diciembre de 2024. Publicación digital

Trabajo de edición y revisión de texto: Mg. Alexis Cuzme Espinales
Diseño de portada: Mg. José Márquez Rodríguez

Una producción de la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, registrada en la Cámara Ecuatoriana
del Libro.

Sitio Web: uleam.edu.ec
Teléfonos: 2 623 026 Ext. 255

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Este módulo fue elaborado para los aspirantes de las carreras de ciencias administrativas de la ULEAM, proporcionando una base sólida de la matemática empleada en sus áreas de estudio.

El módulo contiene las bases de la aritmética y el algebra, cubriendo los aspectos claves de la materia, como los números reales, operaciones combinadas, expresiones algebraicas, ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales aplicados a problemas de la vida real.

Cada unidad está compuesta por ilustraciones, ejercicios detallados incluyendo prácticas a través de herramientas digitales con el objetivo de que se logre un aprendizaje didáctico de la materia.

«Dejadme practicar las buenas costumbres y les devolveré libertad y gloria».

Eloy Alfaro Delgado

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Resultados de las Unidades

Unidad 1	Conceptualiza y aplica elementos de aritmética básica, para la resolución de operaciones combinadas y problemas de proporciones, aplicados a la vida cotidiana.
Unidad 2	Utiliza herramientas básicas y elementales para identificar expresiones algebraicas y sus variables, para la resolución y desarrollo de operaciones con polinomios.
Unidad 3	Identifica, diferencia conceptos y definiciones básicas de expresiones algebraicas aplicando métodos prácticos para la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales y aplicarlos en problemas de la vida real.
Unidad 4	Aplica métodos y procedimientos para la resolución de sistemas de ecuaciones, proponiendo soluciones con un enfoque matemático que facilite la toma de decisiones

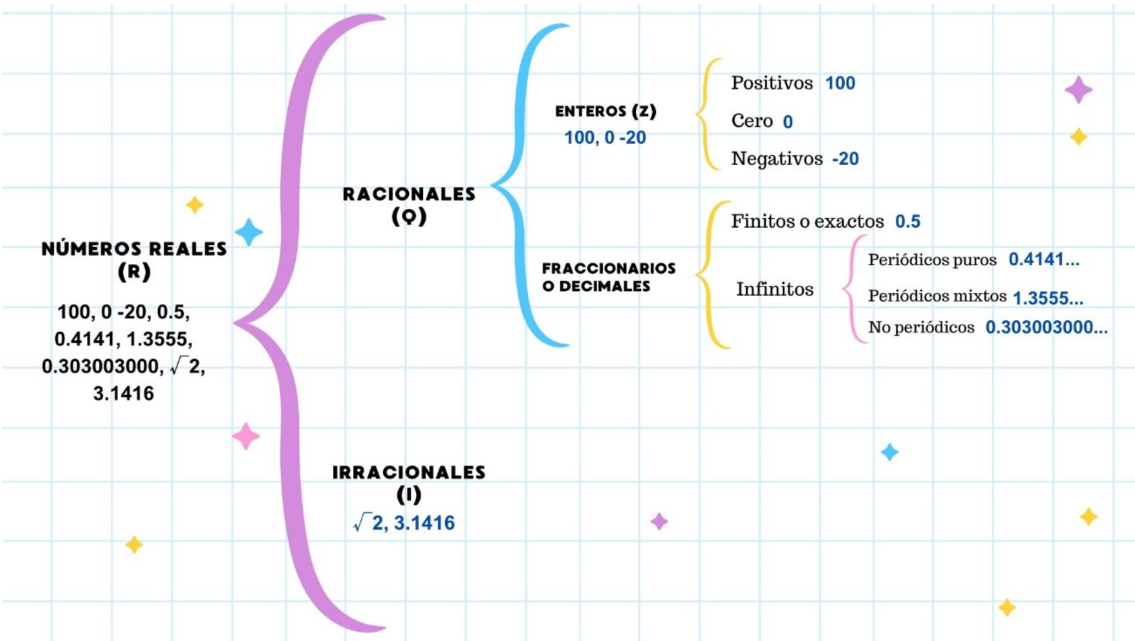
UNIDAD 1

1 Aritmética

1.1 Números reales

El conjunto de números reales está formado por los números racionales e irracionales, pudiendo ser expresados los números racionales también a través de los números enteros y fraccionarios como lo indica la figura 1 donde se pueden observar ejemplos en cada una de sus clasificaciones y su respectiva simbología, todos los números reales se los puede representar en la recta real.

Figura 1. Conjunto de los números reales



Nota. En la imagen se muestra un ejemplo de cada categoría

En el siguiente recurso audiovisual podrá reforzar el tema de los conjuntos de los números reales

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

En los números reales se aplican propiedades; como las que se aplican en las operaciones de las **potencias** y **radicales**, que se deben considerar como conocimiento previo para resolver problemas matemáticos.

Download PDF

Clic en el código QR o escanea para descargar las propiedades

$$\sqrt[impar]{(+)} = (+)$$
$$\sqrt[impar]{(-)} = (-)$$
$$\sqrt[par]{(+)} = (\pm)$$
$$\sqrt[par]{(-)} = cantidad\ imaginaria$$

$$(+)^{par} = (+)$$
$$(+)^{impar} = (+)$$
$$(-)^{par} = (+)$$
$$(-)^{impar} = (-)$$

Dentro de las propiedades de las potencias y raices se pueden considerar las siguientes estrategias sobre los signos

Nota: Deberá dirigirse a su plataforma en Moodle y realizar **"Las preguntas de comprobación"** sobre el tema tratado

1.2 Jerarquía de operaciones

La jerarquía de operaciones es un conjunto de reglas que se utilizan para determinar el orden en el que se deben realizar las operaciones aritméticas en una expresión matemática.

Es necesario tener en cuenta el orden de las operaciones y para ello nos podemos apoyar de una regla nemotécnica llamada PEMDAS que se muestra en la figura 2. A continuación, se expone el orden que se debe seguir:

Figura 2. Orden jerárquico para resolver operaciones matemáticas

Paréntesis: hace referencia a los siguientes signos de agrupación:

Paréntesis. – ( )

Los corchetes. [ ]

Laves. – { }

Tomando en cuenta que se iniciara con los paréntesis más internos hacia los externos

Para recordar

❖ **Leyes de los signos:** se aplican a las operaciones de potenciación multiplicación y división, así mismo en las operaciones de suma y resta. Para un mejor entendimiento, se detalla en el documento adjunto (Lexus, 2008).

Clic en el código QR o escanea para visualizar la ley de los signos

Ejemplo 1: Problema sobre jerarquía de operaciones

$$\mathbf{800} + \{\mathbf{20} - \mathbf{3} * \mathbf{4} + \mathbf{5}[\mathbf{18} - (\mathbf{6} - \mathbf{1})\mathbf{3} + (\mathbf{5} - \mathbf{2})\mathbf{4}]\}$$

Primero, resolver las operaciones dentro de los paréntesis, ya que es la operación de mayor jerarquía	$\mathbf{6} - \mathbf{1} = \mathbf{5}$ $\mathbf{5} - \mathbf{2} = \mathbf{3}$
Entonces, la expresión queda:	$\mathbf{800} + \{\mathbf{20} - \mathbf{3} * \mathbf{4} + \mathbf{5}[\mathbf{18} - (\mathbf{5})\mathbf{3} + (\mathbf{3})\mathbf{4}]\}$
Luego, resolver las operaciones de multiplicación y división, de izquierda a derecha	$3 * 4 = 12$ $(5) * 3 = 15$ $(3) * 4 = 12$
Entonces, la expresión queda:	$\mathbf{800} + \{\mathbf{20} - \mathbf{12} + \mathbf{5}[\mathbf{18} - \mathbf{15} + \mathbf{12}]\}$
Luego, resolver las operaciones dentro del corchete	$18 - 15 + 12 = 15$
Entonces, la expresión queda:	$\mathbf{800} + \{\mathbf{20} - 12 + \mathbf{5}(\mathbf{15})\}$
Luego, resolver la operación de multiplicación	$5 * 15 = 75$
Entonces, la expresión queda:	$\mathbf{800} + \{\mathbf{20} - 12 + \mathbf{75}\}$
Luego, resolver las operaciones dentro de la llave	$\mathbf{20} - 12 + 75 = 83$
Entonces, la expresión queda:	$\mathbf{800} + \mathbf{83}$
Por último, se realiza la suma	$\mathbf{800} + 83 = \mathbf{883}$

Fuente: Elaboración propia

Ejemplo 2: Problema sobre jerarquía de operaciones

$$10-3(2)+(7-6)+4^2\div 8-\sqrt{25}$$

$$10-3(2)+1+4^2\div 8-\sqrt{25}$$

$$10-3(2)+1+16\div 8-5$$

$$10-6+1+2-5$$

$$2$$

Complete el desarrollo del siguiente problema de jerarquía de operaciones

$$\sqrt{\mathbf{24}+\mathbf{4}*\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}}}\div\left[\frac{\mathbf{39}}{\mathbf{8}}+\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{3}}\right]*(-\mathbf{1})^{\mathbf{7}}+\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{2}}$$

1	$\sqrt{24+4*\left(\frac{1}{\quad}\right)}\div\left[\frac{39}{8}+\left(\frac{1}{\quad}\right)\right]*-1+\frac{1}{\quad}$	4	$5\div 5*(\quad)+\frac{1}{\quad}$
2	$\sqrt{24+1}\div\left[\frac{\quad}{8}\right]*(-1)+\frac{1}{9}$	5	$-1+\frac{1}{\quad}=\frac{-9+1}{9}$
3	$\sqrt{\quad}\div[\quad]*(-1)+\frac{1}{9}$	6	$\frac{\quad}{\quad}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m} \qquad (-)^{impar}=(-) \qquad (-)^{par}=(+)$$

En el siguiente material audiovisual se podrá reforzar sobre el tema de la jerarquía de operaciones.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

A continuación, se expone una actividad, la cual debe resolver aplicando los conocimientos adquiridos a través de los ejemplos y el ejercicio de completar.

Actividad 1

Ejercicio 1. Resuelva la siguiente actividad didáctica de jerarquía de operaciones, al finalizar realice una **captura de pantalla** y guarde en un documento de Word.

Wordwall Jerarquía de operaciones CLICK!

Ejercicio 2. Resuelva el siguiente problema planteado y evidencie su procedimiento en el documento de Word.

$$\left[\mathbf{3^{-1}} + (\mathbf{4} - \mathbf{2}) + \left(\sqrt[3]{246}\right)^3\right] * \left(\sqrt[3]{246}\right)^0$$

El documento de Word debe guardarse con el siguiente nombre:

U1_Act_Matematica_NombreApellido

1.3 Operaciones básicas combinadas con fracciones

Antes de estudiar las operaciones de fracciones combinadas, es importante conocer las operaciones básicas con fracciones. En las fracciones también se encuentran las propias, impropias y mixtas, así como también las fracciones homogéneas o heterogéneas, para conocerlas e identificarlas ingrese al enlace que se encuentra adjunto a continuación:

Clic en el código QR o escanea para visualizar los tipos de fracciones

En la siguiente tabla se establece las fracciones básicas con ejemplos sencillos para recordar su proceso además se plantearon ejercicios de completar.

Ejemplos:

1 **Suma o Resta** $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$	
$\frac{6}{2}+\frac{8}{2}=\frac{6+8}{2}=\frac{14}{2}=7$	Fracciones homogéneas
$\frac{5}{2}-\frac{7}{3}=\frac{5*3-7*2}{2\cdot 3}=\frac{15-14}{6}=\frac{1}{6}$ Se debe aplicar el **mcm** de 2 y 3 el cual resulta 6 ¿Qué es el mcm? Clic aquí	Fracciones heterogéneas
Complete la resta de fracciones $\frac{1}{2}+\frac{5}{5}=\frac{5\cdot\quad+2\cdot}{\qquad}=\frac{5+}{\qquad}=-$ **¿Cuál es el mcm?** _____________	Fracciones ________________ ________________

2 Multiplicación $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	¿Qué tipo de fracción se obtiene en el resultado?
$\frac{3}{-3}\cdot\frac{7}{5}=\frac{3\cdot 7}{-3\cdot 5}=\frac{21}{-15}=-\frac{7}{5}$	Fracciones propias / heterogéneas
Complete la multiplicación de fracciones $-\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{9}= \quad -\frac{}{18}$	Fracciones propias / heterogéneas

3 División forma horizontal y forma vertical	
$\frac{a}{c}\div\frac{b}{d}=\frac{a\cdot d}{c\cdot b}$	$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$
Forma 1 $\frac{5}{2}\div\frac{-3}{7}=\frac{5}{2}*\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{5*7}{2*3}=-\frac{35}{6}$	Forma 2 $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{-3}{9}}=\frac{5*9}{2*-3}=-\frac{45}{6}$
Complete la división de fracciones $\frac{3}{5}\div\frac{12}{18}=\frac{3}{5}*\frac{}{}=\frac{3*}{*12}=\frac{}{}=\frac{27}{30}$	¿Qué tipo de fracción se obtuvo en el resultado de la división? __________ __________ __________ __________

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a afianzar sus conocimientos un poco más sobre las operaciones básicas con fracciones.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Las operaciones combinadas con fracciones, quiere decir que podemos encontrar, suma, resta, multiplicación y división de fracciones, es importante y necesario considerar la jerarquía de operaciones, ya que es igual a la jerarquía de las operaciones con números naturales (López Bonilla y Álvares Jiménez, 2020).

Ejemplo: Operaciones combinadas con fracciones

$$\left[\frac{3}{2}+\frac{1}{4}*\frac{2}{5}\right] \div \left[\left(1+\frac{1}{4}\right)*\frac{16}{3}\right]$$

Paso uno. – Resolver las operaciones que están dentro de cada paréntesis indistintamente, es decir la multiplicación y la resta respectivamente quedando como resultado lo siguiente:	$\left[\frac{3}{2}+\frac{1}{10}\right] \div \left[\left(\frac{5}{4}\right)*\frac{16}{3}\right]$
Paso dos. – se efectúa dentro de cada paréntesis las operaciones indicadas es decir la suma y la multiplicación respectivamente cuyo resultado es el que se indica:	$\frac{8}{5} \div \frac{20}{3}$
Paso tres. – se realizan las operaciones indicadas y posteriormente se simplifica	$\frac{8}{5} \div \frac{20}{3} = \frac{8}{5}*\frac{3}{20} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

Ejemplo 2: Operaciones combinadas con fracciones

$$\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13\left(\frac{2}{3}-1\right)^{2}\right]\div\left[\left(\frac{1}{2}-1\right)\div 2\frac{1}{2}\right]$$

$$\left[\left(\frac{5}{9}\right)+13\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\right]\div\left(-\frac{1}{2}\div\frac{5}{2}\right)$$

$$\left[\left(\frac{5}{9}\right)+13\left(\frac{1}{9}\right)\right]\div\left(-\frac{1}{2}\div\frac{5}{2}\right)$$

$$\left[\left(\frac{5}{9}\right)+\frac{13}{9}\right]\div\left(-\frac{2}{10}\right)$$

$$\left(\frac{5}{9}+\frac{13}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{18}{9}\div\left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$2\div\left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$-\frac{10}{1}$$

$$-10$$

Procedimiento:

$$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)=\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=\frac{6-1}{9}=\frac{5}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}-1\right)^{2}=\frac{2}{3}-1=\frac{2-3}{3}=-\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{2}-1\right)=\frac{1}{2}-1=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{2}=\frac{2*2+1}{2}=\frac{5}{2}$$

Procedimiento:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1}{9}$$

$$\left(-\frac{1}{2}:\frac{5}{2}\right)=-\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

$$13\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{13}{9}$$

$$\left(\frac{5}{9}+\frac{13}{9}\right)=\frac{5+13}{9}=\frac{18}{9}=2$$

De igual manera, le presentamos un vídeo que les ayudará a afianzar sus conocimientos un poco más sobre las operaciones combinadas con fracciones.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Para recordar

Aunque las operaciones con fracciones estén combinadas, se puede resolver como una operación básica con fracciones, considerando la jerarquía de operaciones.

Una vez comprendido el tema y revisado el video, realicemos esta actividad, para fortalecer el aprendizaje a través de los ejemplos y los ejercicios de completar:

Actividad 2

Ejercicio 1: Resuelva la siguiente actividad didáctica de operaciones combinadas, al finalizar realice una **captura de pantalla** y guarde en el documento de Word.

Wordwall [Operaciones combinadas con fraccion](#) CLICK!

Ejercicio 2: Resuelva el siguiente problema planteado y evidencie su procedimiento en el documento de Word.

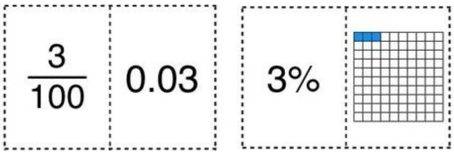
$$\left\{\left[\left(\frac{-1+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{2}}\right)+\left(2-1\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(5-\frac{19}{4}\right)\right\}+\sqrt{\sqrt{81}}$$

Los dos ejercicios se deben adjuntar al documento de Word creado en la actividad 1 con el siguiente nombre:

U1_Act_Matematica_NombreApellido

1.4 Cálculos porcentuales

Un porcentaje es siempre una relación de proporcionalidad **directa**, así que sólo tenemos que aplicar una regla de tres simple. También, se puede realizar la multiplicación por un decimal (Santos, 2016).



1.5 Regla de tres simple

La regla de tres es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción, cuando ya se conocen tres de ellos (Baldor, 1985).

Métodos de solución:

Existen tres métodos de resolución:

1. Métodos de reducción a la unidad
2. Método de las proporciones
3. Método practico

> ⚠
>
> Aunque existen estos tres tipos de solución, en esta unidad se tratará el método práctico con regla de tres simple directa.

1.5.1 Regla de tres simple directa

Se aplica cuando es directamente proporcional, es decir, que cuando una magnitud aumenta o disminuye, el otro lo hace en igual proporción.

Figura 3. Fórmula de regla de tres simple directa

$$\begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ C \longrightarrow X \end{array} \qquad \boxed{\frac{B \cdot C}{A} = X}$$

Nota. Podemos observar que es una multiplicación de sus diagonales (en cruz), donde se despeja la variable x o valor desconocido.

Ejemplo

Si 6 monederos cuestan $12 ¿Cuánto costaran 17 monederos?

Análisis	Magnitud 1	Magnitud 2
+ Monederos + Costo	Monederos	Costo dólares
	6	12
	17	x

☑ Directa

☐ Inversa

$$\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{17}} = \frac{\mathbf{12}}{\boldsymbol{x}} \qquad x = \frac{17 \cdot 12}{6} = 34$$

Solución **<u>34 dólares</u>**

Complete el siguiente ejercicio de regla de tres simple directa

El gasto por pagos de servicios de entretenimiento de este mes es de $153. Al recibir la factura tengo que pagar además el 15 % de IVA. **¿Cuál es el coste total de la factura?**

Análisis	Magnitud 1	Magnitud 2
+ Servicios de entretenimiento + IVA	Servicios de entretenimiento	IVA
	153	100%
	x	15%

☑ Directa

☐ Inversa

$$\frac{\mathbf{153}}{\boldsymbol{x}} = \frac{}{} \qquad x = \frac{\cdot}{100} =$$

El valor calculado es del IVA por lo tanto se debe sumar al costo del entretenimiento.

$$Costo\ total = x + 153$$
$$Costo\ total = \_\_\_ + 153$$
$$Costo\ total = \_\_\_\_$$

Solución _____________

1.5.2 Regla de tres simples inversas

Se aplica cuando es inversamente proporcional, es decir, que cuando un valor aumenta el otro disminuye en proporción y viceversa.

Figura 4. Fórmula de regla de tres simples inversas

Nota. Podemos observar que es una multiplicación horizontal, donde se despeja la variable x o valor desconocido.

Ejemplo:

Si 5 hombres hacen una obra en 16 días ¿En cuántos hombres tardaran en hacer la misma obra en 8 días?

Análisis	Magnitud 1	Magnitud 2
+ Hombres – Días	Hombres	Días
	5	16
	x	8

Directa

Inversa

$$\frac{5}{x} = \frac{16}{8} \qquad x = \frac{5 \cdot 16}{8} = 10$$

Solución 10 días

Análisis del ejemplo: Como se puede observar, es inversamente proporcional porque si hay más hombres en la obra, se tardarán menos días en culminarla, es decir, una aumenta y la otra disminuye.

Para los cálculos porcentuales, solo se utilizará la regla de tres simple directa, como lo menciona su definición.

1.6 Aumentos y descuentos

Habitualmente, se utilizan los signos + ó − delante de un porcentaje para señalar que es un aumento o un descuento, respectivamente.

Formula de incremento	Formula de descuento
$a = c * \left(1 + \frac{k}{100}\right)$	$a = c * \left(1 - \frac{k}{100}\right)$

Donde:

a = valor inicial

c = Valor presente o capital inicial

k = índice de variación

Ejemplo:

Se tiene una Tablet gráfica que su costo inicial fue de $672 debido a la gran demanda en el mes de noviembre, este aumento el 7,5%, pero a finales de diciembre aplicó el 27% de descuento al valor inicial. **¿Calcular el valor final con el aumento del 7,5% y el valor final con descuento del 25%?**

Incremento	$a = c * \left(1 + \frac{k}{100}\right)$	$a = 672 * \left(1 + \frac{7{,}5}{100}\right)$	\$ 722,4
Descuento	$a = c * \left(1 - \frac{k}{100}\right)$	$a = 672 * \left(1 - \frac{25}{100}\right)$	\$ 504

Análisis de solución:

En noviembre el costo de la Tablet Gráfica fue de **722,4 dólares** y a finales de diciembre costaba **504 dólares**

Complete el siguiente problema de porcentajes

Un Laptop Gamer tiene un costo inicial de \$2500 debido a la gran demanda en el mes de febrero aumentó el 13% su costo inicial. Por temporada e ingreso de nuevas tecnologías a finales de marzo se aplicó el 28% de descuento sobre el ultimo valor. **Calcular el valor con el incremento del 13% y el valor con descuento del 28%**

Incremento	$a = c * \left(1 + \frac{k}{100}\right)$	$a = \quad * \left(1 + \frac{\quad}{100}\right)$	
Descuento	$a = c * \left(1 - \frac{k}{100}\right)$	$a = \quad * \left(1 - \frac{\quad}{100}\right)$	

Una vez comprendido como se debe calcular de manera porcentual, realice la siguiente actividad para afianzar sus conocimientos:

Actividad 3

Ejercicio 1: Resuelva la siguiente actividad didáctica sobre regla de tres simple directa, al finalizar realice una **captura de pantalla** y guarde en el documento de Word.

Regla de tres simple directa

Ejercicio 2: Resuelva el siguiente problema planteado y evidencie el procedimiento

Al adquirir una casa cuyo precio es de $109.000, nos hacen un descuento $9000. ¿Cuál es el porcentaje de descuento?

Los tres ejercicios se deben adjuntar al documento de Word creado en la actividad 1:

U1_Act_Matematica_NombreApellido

Guarde el archivo en PDF y suba en el TA1 en Moodle

UNIDAD 2

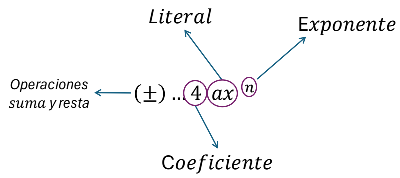
2 Algebra: Expresiones Algebraicas

2.1 Expresiones Algebraicas

Es la expresión en la que se combinan coeficientes, literales (también llamada variables) y signos de operación (Salazar & Bahena, 2018).

El término algebraico está constituido por factores sean estos números y letras que se relacionan entre sí los mismos se denotan por medio de la multiplicación y / o división, como en la siguiente imagen:

Figura 5. Elementos del Término Algebraico



Nota:

Las expresiones algebraicas incluyen: la suma, la resta, la multiplicación, división y potenciación; en esta sección estaremos detallando con ejemplo cada una de ellas.

Términos semejantes.

Los términos semejantes son aquellos que tienen la misma parte literal al igual que los mismos exponentes de manera que permita reducirlos a su más mínima expresión.

Ejemplos:

$3x^2$	es semejante a	$6x^2$, $15x^2$, $\frac{2}{5}x^2$, x^2
$-9x^5$	es semejante a	$-x^5$, $7x^5$, $-\frac{\sqrt{4}}{5}x^5$
$-9x^5y^2$	no es semejante a	$-9x^2y^5$

2.2 Suma y resta de polinomios

Para entender la suma y resta de polinomios es fundamental entender el concepto. Los polinomios son, entonces, expresiones algebraicas que se conforman por varios términos. A los polinomios los pueden integrar más de una constante, variable y exponente. Los términos se relacionan a partir de sumas, restas y multiplicaciones (Departmento de creacion de Lexus, 2008).

La suma y resta de polinomios se realiza tomando en cuenta las variables y exponentes independientes de los coeficientes, las operaciones se pueden efectuar de forma **horizontal y/o vertical**, en cualquiera de las formas las respuestas serán exactamente iguales para esto se debe tomar en cuenta el siguiente procedimiento:

Ejemplo: vertical

$$\left(-\frac{1}{4}y^{b-1}-\frac{3}{2}+\frac{5}{3}x^{2a+1}\right)+\left(+\frac{1}{2}y^{b-1}+\frac{1}{3}x^{2a+1}+\frac{5}{4}\right)$$

Paso 1: Es importante que los términos estén ordenados

$$\left(\frac{5}{3}x^{2a+1}-\frac{1}{4}y^{b-1}-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}x^{2a+1}+\frac{1}{2}y^{b-1}+\frac{5}{4}\right)$$

Paso 2: Agrupar los monomios con el mismo grado tomando en cuenta el signo que precede a cada operación y reducción de términos semejantes en el caso de poder realizarlo: $\frac{5}{3}x^{2a+1}-\frac{1}{4}y^{b-1}-\frac{3}{2}\quad \frac{1}{3}x^{2a+1}+\frac{1}{2}y^{b-1}+\frac{5}{4}$

Ejemplo: horizontal $2x^{2a+1}+\frac{1}{4}y^{b-1}-\frac{1}{4}$

$$\left(\frac{1}{5}a^3-3b^3+\frac{2}{3}a^2b-ab^2\right)-\left(-\frac{6}{2}a^2b-9b^3+4a^3-\frac{1}{4}ab^2\right)$$

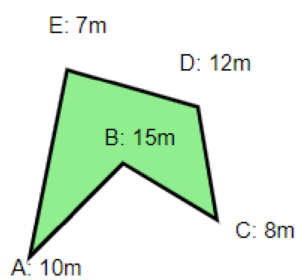
Paso 1: Si se resuelve de forma horizontal para eliminar signos de agrupación se debe tomar en cuenta el signo que le precede al segundo paréntesis, si es positivo no le afecta a la expresión, pero si es negativo aplicamos la ley de los signos tal como se presenta a continuación:

$$\frac{1}{5}a^3-3b^3+\frac{2}{3}a^2b-ab^2+\frac{6}{2}a^2b+9b^3-4a^3+\frac{1}{4}ab^2$$

Paso 2: sumar o restar los monomios con el mismo grado tomando en cuenta el signo que precede a cada operación reduciendo los términos semejantes:

$$Respuesta: \quad \boldsymbol{-\frac{19}{5}a^3+6b^3+\frac{11}{3}a^2b-\frac{3}{4}ab^2}$$

Las expresiones algebraicas también se pueden dar en problemas cotidianos, por ejemplo, se necesita saber cuál es el perímetro de un terreno que tiene la siguiente figura irregular:



Formula del perímetro de un polígono	L + L + L + L + L + L
Sumar	10m + 15m + 8m + 12m + 7m
Resultado	52 m

Nota: Deberá dirigirse a su plataforma en Moodle y realizar **"Las preguntas de comprobación"** sobre el tema tratado

Para reforzar los conocimientos adquiridos para resolver ejercicios sobre el tema estudiado se presenta un video afianzara sobre suma y resta de polinomios.

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Complete la siguiente suma y resta de expresión algébrica

$$
\begin{array}{r}
6x^5 + 3x^4 - 15x^3 - 7x^2 + 0x - 11 \\
\underline{-3x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 9x^2 + x + 13} \\
- 2x^4 - \qquad + 2x^2 + \qquad - 2
\end{array}
$$

De $5\boldsymbol{a} - 7\boldsymbol{b}$ ***restar*** $-\boldsymbol{3a} - \boldsymbol{2b}$

$$5\boldsymbol{a} - \boldsymbol{7b} - (-\boldsymbol{3a} - \boldsymbol{2b})$$

$$= \square - \boldsymbol{7b} \ \square + \boldsymbol{2b}$$

$$= \square$$

A continuación, se expone una actividad, la cual debe resolver aplicando los conocimientos adquiridos a través de los ejemplos y el ejercicio de completar.

Actividad 4

Ejercicio 1. Resuelva la siguiente actividad didáctica de suma y resta de polinomios, al finalizar realice una captura de pantalla y guarde en un documento de Word.

Cerebriti. Suma y resta de polinomio CLICK!

Ejercicio 2. Realice la suma y la resta de las siguientes expresiones algebraicas A y B, evidencie el procedimiento en el documento de Word.

A: $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}ab + \frac{5}{6}b^2 + 1$

B: $\frac{3}{5}a^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{2}{3}b^2 + 2$

a) Determine el resultado de **A + B** y **B – A**

El documento de Word debe guardarse con el siguiente nombre:

U2_Act_Matematica_NombreApellido

2.3 Multiplicación de polinomios

Antes de efectuar una multiplicación de polinomios es importante realizar una multiplicación de monomios, de esta forma se comprenderá que sucede con cada termino que se multiplica y las propiedades de potencias y leyes de signos aplicadas. Para efectuar el producto de monomio por monomio se procede de la siguiente manera (Bahena Román, 2018):

1. Se multiplican los coeficientes
2. En el caso de los literales se aplica las propiedades de las potencias
3. Reducir términos semejantes si es el caso.

Ejemplo: Multiplicación de monomios

$$\left(\frac{2}{3}x^3y^4\right)\left(\frac{7}{2}a^2by^5\right)$$

$$= \frac{14}{6} a^2 b x^3 y^{(4+5)} = \frac{7}{3} a^2 b x^3 y^9$$

Para efectuar el producto de un binomio por un polinomio, se multiplica cada uno de los monomios del binomio por cada uno de los monomios del polinomio y se suman algebraicamente (Bahena Román, 2018).

Ejemplo: Multiplicación de polinomios:

$$\boldsymbol{(2a^{x+2} - 3ab + 5ab^{x-1} + 1)(3a^{x+3} - 2a^{x+2})}$$

Paso 1: Multiplique cada término del primer polinomio con cada término del segundo polinomio para esto se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación:

a) Multiplica el primer término $2a^{x+3}$ por el polinomio de la siguiente manera aplicando la propiedad distributiva:

$$3a^{x+3}(2a^{x+2} - 3ab + 5ab^{x-1} + 1) = 6a^{2x+5} - 9a^{x+4}b + 15a^{x+4}b^{x-1} + 3a^{x+3}$$

b) Multiplica el segundo termino $2a^{x+2}$por el polinomio de la siguiente manera aplicando la propiedad distributiva:

$$-2a^{x+2}(2a^{x+2} - 3ab + 5ab^{x-1} + 1) = -4a^{2x+4} + 6a^{x+3}b - 10a^{x+3}b^{x-1} - 2a^{x+2}$$

Paso 2: De ser el caso sume algebraicamente y reduzca términos semejantes:

$$6a^{2x+5} - 4a^{2x+4} - 9a^{x+4}b + 6a^{x+3}b + 15a^{x+4}b^{x-1} - 10a^{x+3}b^{x-1} + 3a^{x+3} - 2a^{x+2}$$

Ejemplo: Multiplicación vertical

$$\begin{array}{l}
\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b \\
\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b \\
\hline
\frac{1}{6}a^2 - \frac{1}{9}ab \\
\qquad + \frac{1}{4}ab \; - \frac{1}{6}b^2 \\
\hline
\frac{1}{6}a^2 - \frac{4-9}{36}ab - \frac{1}{6}b^2 \\
= \frac{1}{6}a^2 + \frac{5}{36}ab - \frac{1}{6}b^2
\end{array}$$

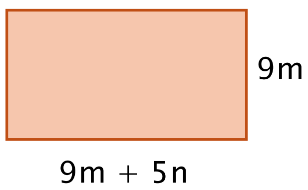
Como se observa –x se multiplica por el trinomio y sus resultados se ubica debajo, luego se multiplica $2x^2$ por el trinomio y su resultado se ubica debajo donde se encuentra la misma parte literal y finalmente se reducen los términos semejantes.

Para reforzar los conocimientos adquiridos sobre el tema estudiado se presenta un video que refuerce los conocimientos de multiplicación de polinomios.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

En las multiplicaciones de las expresiones algébricas se puede aplicar en problemas de la vida real, por ejemplo, se desea obtener el área de un terreno rectangular que tiene las siguientes medidas:



Fórmula	$A = l * l$
Multiplicación	$A = (9m + 5n)(9m)$
Resultado	$A = 81m^2 + 45mn$

Complete el desarrollo de la multiplicación de polinomios

$$\left(\frac{1}{4}a^2 - ab + \frac{3}{4}b^2\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{3}{2}b\right) = \frac{1}{16}a^3 - \boxed{} + \frac{3}{16}ab^2 - \boxed{} + \boxed{} + \frac{9}{8}b^3$$

$$= \frac{1}{16}a^3 - \boxed{} + \boxed{}$$

A continuación, se expone una actividad, la cual debe resolver aplicando los conocimientos adquiridos a través de los ejemplos y los ejercicios de completar.

Actividad 5

Ejercicio 1: Resuelva la siguiente actividad didáctica de multiplicación de polinomios, al finalizar realice una captura de pantalla y guarde en el documento de Word.

Wordwall [Multiplicación de polinomios](#) CLICK!

Ejercicio 2: Encuentre el área del siguiente rectángulo aplicando los procedimientos estudiados y evidencie el procedimiento en el documento de Word:

$7x + 2y$

$A = b * h$

$5x^2 - 3y$

Los dos ejercicios se deben adjuntar al documento de Word creado en la actividad 4 con el siguiente nombre:

2.4 División de polinomios

División algebraica es la operación que consiste en obtener una expresión llamada cociente, conocidas otras dos, llamadas dividendo y divisor.

Métodos para dividir polinomios.

Para dividir polinomios existen cuatro métodos entre los que se detallan a continuación:

a. Método normal

b. Método de coeficientes separados

c. Método de Horner

d. Método de Ruffini

> ⚠
>
> Aunque existen estos cuatros métodos de solución para dividir polinomios, solo se trabajará de manera practica el método de Ruffini.

2.4.1 Método de Ruffini

La división de polinomios utilizando el método de Ruffini se dan cuando el divisor es igual a 1 y se presentan de la forma $x \pm b$. (Departmento de creacion de Lexus, 2008).

Simbología utilizada para resolver ejercicios por el método de Ruffini

- **°D** = grado del Dividendo
- **°d** = grado del divisor
- **°q** = grado del cociente
- **R** = Resto

Ejemplo: obtener el cociente y el resto de la siguiente división

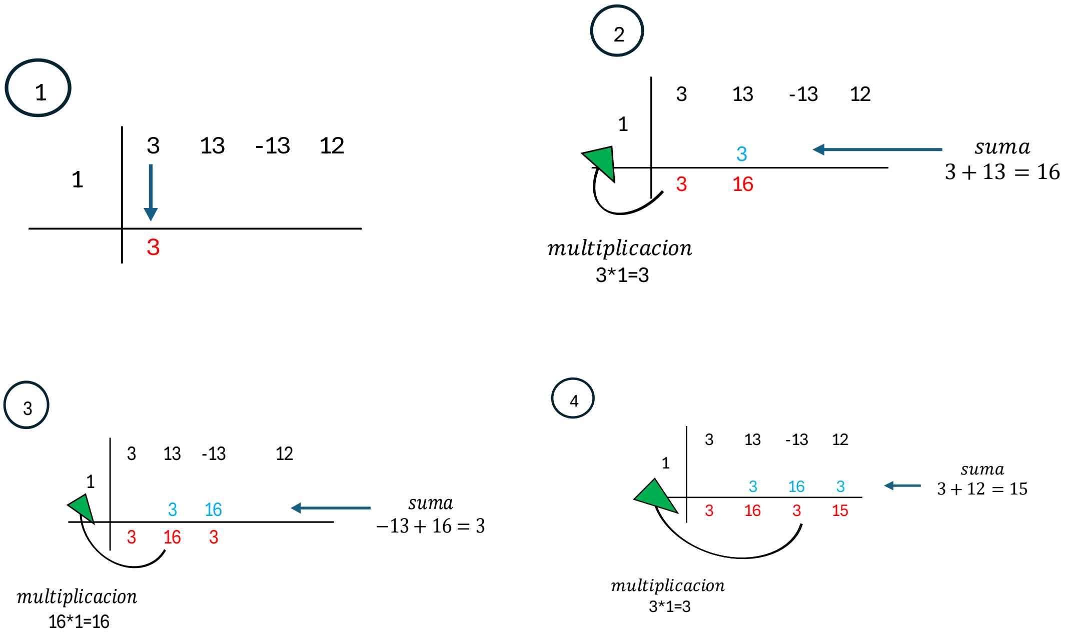
$$(3x^3 + 13x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$$

Paso 1.- Se ordena el dividendo de forma descendente de acuerdo con los exponentes, además debemos encontrar el divisor y este será siempre de grado uno para poder trabajar este método.

$x - 1 \cong x = 1$

	3	13	-13	12
X = 1				

Paso 2.- Para iniciar con el desarrollo de este método se baja el primer término de la izquierda y luego se multiplica por el divisor y el resultado lo sumamos al segundo término del dividendo, repetimos el proceso hasta completar con la tabla como e indica a continuación:



Grado del cociente:

$$°|q| = °|D| - °|d| \quad ; \quad °q = 3 - 1 \quad ; \quad °\mathbf{q} = \mathbf{2}$$

- ✓ Se tiene como Cociente: $C(x) = 3x^2 + 16x + 3$
- ✓ Se tiene como resto: $R = 15$

De igual manera, le presentamos un vídeo que les ayudará a afianzar sus conocimientos sobre el método de Ruffini.

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Complete la división por el método de Ruffini

$$\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\
\square & & \square & -\frac{1}{4} \\
\hline
 & \square & -\frac{1}{2} & \square
\end{array}$$

$Cociente$: : ____________________	$Resto$: : ____________________

A continuación, se expone una actividad, la cual debe resolver aplicando los conocimientos adquiridos a través de los ejemplos y los ejercicios de completar:

Actividad 6

Ejercicio 1: Resuelva la siguiente actividad didáctica sobre división de polinomios por el método de Ruffini, al finalizar realice una captura de pantalla y guarde en el documento de Word.

LIVEWORKSHEETS [División de polinomios: Ruffini] CLICK!

Ejercicio 2: Aplique la regla de Ruffini en la siguiente división de polinomios y evidencie el procedimiento el en documento de Word

$$\left(\frac{5}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + \frac{6}{4}x - 6\right) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

Los dos ejercicios se deben adjuntar al documento de Word creado en la suma y resta de polinomios:

U2_Act_Matematica_NombreApellido

Guarde el archivo en PDF y suba en el TA2 en Moodle

UNIDAD 3

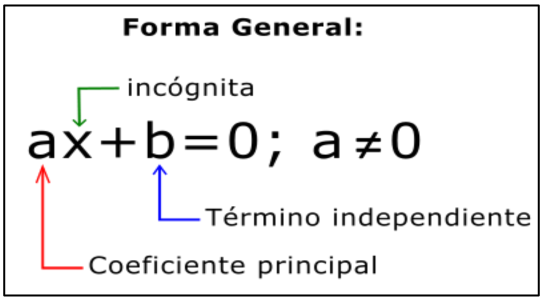
3 Algebra: Ecuaciones Lineales

3.1 Ecuaciones de primer grado

Una ecuación lineal o de primer grado se la denomina así porque su exponente del primer término de forma ordenado es de grado uno (FHaeussler y Paul, 2003).

Las ecuaciones lineales con una variable son expresiones algebraicas que están expresadas mediante la forma $a\,x + b = 0$ cuyos valores de a y b son números reales.

Figura 6. Forma general de una ecuación lineal



Tipos de ecuaciones

Las ecuaciones lineales son de tres tipos:

- Identidad
- Condicional
- Inconsistente

3.1.1 Ecuación de Identidad

Es verdadera para todos los valores de la variable. Significa que, cualquier valor real que sea reemplazado en la variable **x** hará que la ecuación sea verdadera (OpenStax, 2020).

Ejemplo

$$\mathbf{5x = 3x + 2x}$$

$cuando\ x = 1$	$cuando\ x = -3$	$cuando\ x = 0$
$5(1) = 3(1) + 2$	$5(-3) = 3(-3) + 2(-3)$	$5(0) = 3(0) + 2(0)$
$5 = 3 + 2$	$-15 = -9 - 6$	$0 = 0 + 0$
$5 = 5$	$-15 = -15$	$0 = 0$

Como se puede observar en la ecuación, para cualquier valor que se le asigne a la variable **x** se tendrá una identidad, ya que del lado izquierdo y derecho se han obtenido los mismos valores. Como se puede observar en la ecuación, para cualquier valor que se le asigne a la variable **x** se tendrá una identidad, ya que del lado izquierdo y derecho se han obtenido los mismos valores.

3.1.2 Ecuación Condicional

Es verdadera solo para algunos valores que tome la variable. Para comprender la ecuación condicional se tiene el siguiente ejemplo:

$$\mathbf{2x + 5 = 3x - 2}$$

$$2x - 3x = -2 - 5$$

$$-x = -7$$

$$x = \frac{-7}{-1}$$

$$x = 7$$

En el **ejemplo** que se observa, la ecuación condicional solo se cumple cuando x = 7, observemos la comprobación.

$cuando\, x = 7$	$cuendo\, x = -3$
$2(7) + 5 = 3(7) - 2$	$2(-3) + 5 = 3(-3) - 2$
$14 + 5 = 21 - 2$	$-6 + 5 = -9 - 2$
$19 = 19$	$-1 = -11$
Si se cumple	***No se cumple***

Ecuación Inconsistente

Es la que da como resultado una declaración falsa. No se cumple para ningún valor como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{x + 1 = 2x + 5}$$

$cuando\; x = -3$	$cuando\; x = -1$	$cuando\; x = 0$
$(-3) + 1 = 2(-3) + 5$	$(-1) + 1 = 2(5) + 5$	$(0) + 1 = 2(0) + 5$
$-3 + 1 = -6 + 5$	$-1 + 1 = 10 + 5$	$0 + 1 = 0 + 5$
$-2 = -1$	$0 = 15$	$1 = 5$

Si en la ecuación despejamos la incógnita esta se anula como se muestra a continuación:

$$3x - 12 = 3x - 18$$

$$3x - 3x = -18 + 12$$

$$0 = -6 \quad ===> la\, incognita\, se\, anula$$

Pasos para resolver ecuaciones lineales con una incógnita

Para resolver una ecuación con una variable, se debe usar algebra, esto implica el uso de propiedades fundamentales como la igualdad, para ello, no hay un orden establecido, y se debe aislar la variable desconocida para encontrar su valor. Seguido se muestran varios pasos para resolverlas según LibreTexts (2023).

1. Efectuar las operaciones indicadas propuestas en una ecuación y reducir términos semejantes.
2. Aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación según sea el caso: $a(b+c)=ab+ac$
3. Aplicar las propiedades de las ecuaciones para despejar la variable.
4. Dejar indicada la variable de preferencia lado izquierdo y en el lado derecho el coeficiente que corresponde al valor encontrado y que satisface la condición de ecuación

Nota: Deberá dirigirse a su plataforma en Moodle y realizar **"Las preguntas de comprobación"** sobre el tema tratado

Para reforzar los conocimientos adquiridos sobre las clases de ecuaciones se presenta un video

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Clic en el código QR o escanea para visualizar las propiedades de las ecuaciones

En resolución de ecuaciones lineales se debe tener en cuenta las propiedades que se aplican para resolverlas, al abrir el código QR dirigirse a **la página 37** del libro para ver las propiedades de las ecuaciones.

Aplicando las propiedades de las igualdades y los procedimientos se dará solución a la ecuación con su respectiva comprobación.

Ejemplo:

$$2(x-5)+9=15-3(x+4)$$

$2x-10+9=15-3x-12$	**Paso 1:** Aplique la propiedad distributiva de la multiplicación.
$2x-1=-3x+3$	**Paso 2:** Se reducen los términos semejantes
$2x+3x=3+1$ $5x=4$	**Paso 3:** Aplique la propiedad de la suma y la resta de las ecuaciones y reducir términos semejantes
$\frac{5x}{5}=\frac{4}{5}$	**Paso 4:** Aplique la propiedad de la división de las ecuaciones, dividiendo ambos lados de la ecuación, por el valor que acompaña a la x.
$x=\frac{4}{5}$	**Paso 5:** Se simplifica cada fracción y obtenemos el resultado.
COMPORBACIÓN	
$2(x-5)+9=15-3(x+4)$	**Paso 6:** Para la comprobación se toma la ecuación inicial y en la variable se reemplazar el valor encontrado.
$2\left(\frac{4}{5}-5\right)+9=15-3\left(\frac{4}{5}+4\right)$	**Paso 7:** Remplazar el valor encontrado
$2\left(-\frac{21}{5}\right)+9=15-3\left(\frac{24}{5}\right)$ $-\frac{42}{5}+12=15-\frac{72}{5}$	**Paso 8:** Se efectúan las operaciones de acuerdo con la jerarquía de operaciones.
$\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$	**Paso 9:** Con el valor encontrado se cumple con la condición de igualdad

Complete el desarrollo de la siguiente ecuación

Aplique las propiedades de las ecuaciones para completar la ecuación:

$$2(x+5) = 4(x+3)$$

$$2x+\boxed{} = 4x+\boxed{}$$

$$2x+\boxed{} = 12+\boxed{}$$

$$\boxed{}-2x = \boxed{}$$

$$x = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$x = \boxed{}$$

Comprobación:

$$2(x+5) = 4(x+3)$$

$$2(\boxed{}+5) = 4(\boxed{}+3)$$

$$2(\boxed{}) = 4(\boxed{})$$

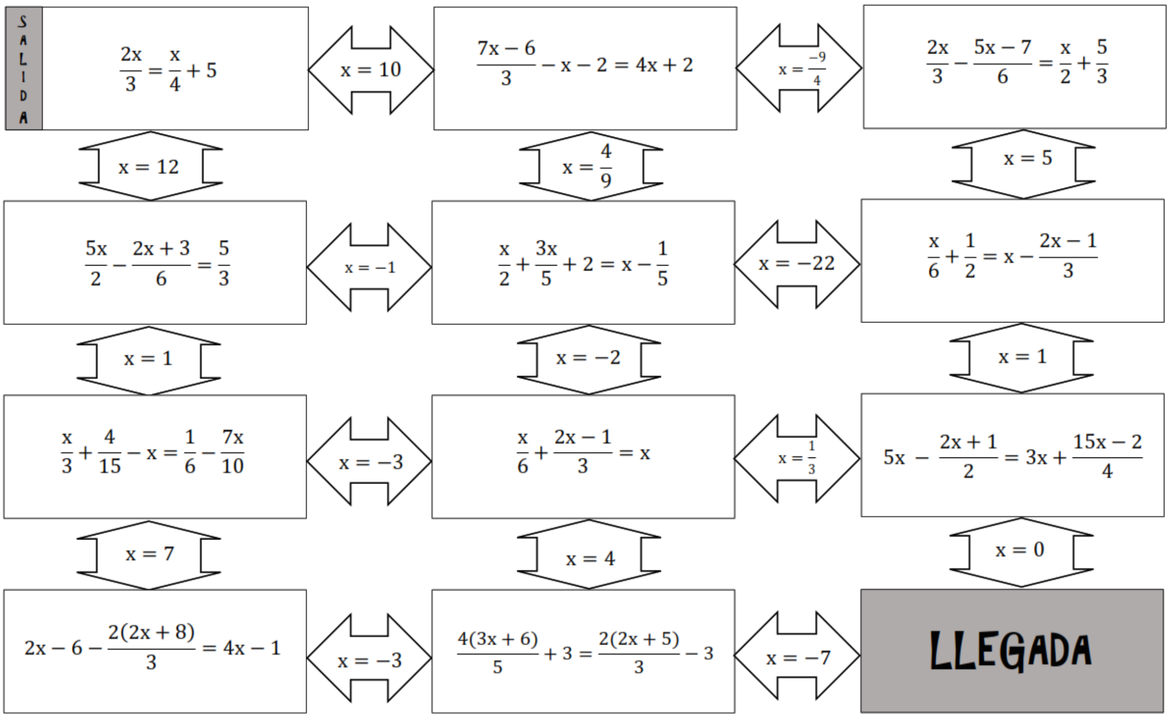
$$\boxed{} = \boxed{}$$

Para afianzar sus conocimientos, realizaremos la siguiente actividad de ecuaciones lineales con una sola incógnita.

Actividad 7

Ejercicio 1: Resuelva las ecuaciones presentadas en el laberinto e ir asociando las soluciones con las posibles respuestas presentadas hasta llegar al final. Al finalizar realice una captura de pantalla y guarde en un documento de Word.

LABERINTO DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES



El documento de Word debe guardarse con el siguiente nombre:

U3_Act_Matematica_NombreApellido

3.2 Ecuación de primer grado con fracciones

Las ecuaciones lineales con fracciones, es igual que todas las ecuaciones que disponen de una variable o incógnita, en ella se deben aplicar las respectivas propiedades de los números reales, así como también considerar la jerarquía de operaciones al resolver suma, resta, multiplicación de fracciones, para reducir sus términos semejantes y obtener el valor desconocido, a continuación, se muestra un ejemplo de una ecuación con fracciones (Kaufmann & Schwitters, 2013).

Ejemplo:

$$\frac{9(x-2)}{3}+\frac{7x}{2}=5-\frac{x}{2}$$

$\frac{9x-18}{3}+\frac{7x}{2}=5-\frac{x}{2}$	**Paso 1:** Se efectúan las operaciones indicadas en cada fracción de ser el caso.
$\frac{2(9x-18)+3(7x)=36-3x}{6}$	**Paso 2:** Se encuentra el mcm., de toda la expresión
$\left(\frac{2(9x-18)+21x=36-3x}{6}\right)*6$ $2(9x-18)+21x=36-3x$	**Paso 3:** Se aplica la propiedad del producto de las ecuaciones y se simplifica el denominador.
$18x-18+21x=36-3x$	**Paso 4:** se aplica la propiedad de distributiva de la multiplicación para eliminar los paréntesis.
$18x-18+21x=36-3x$ $39x-18=36-3x$ $39x-18+3x=36-3x+3x$ $39x-18+3x=36$ $39x-18+18+3x=36+18$ $39x+3x=54$ $42x=54$	**Paso 5:** Se reducen los términos semejantes aplicando la propiedad de la suma y resta de ecuaciones tantas veces sea necesario.

$\frac{42x}{42}=\frac{54}{42}$ $x=\frac{9}{7}$	**Paso 6**: Se aplica la propiedad de la división de las ecuaciones y se despeja la variable
COMPROBACIÓN	
$39x-18=36-3x$	**Paso 7**: Se verifica para ver si cumple o no con la condición para que sea una ecuación con la ecuación resultante simplificada
$39\left(\frac{9}{7}\right)-18=36-3\left(\frac{9}{7}\right)$	**Paso 8**: Se reemplaza el valor encontrado y obtenemos el resultado y se efectúan las operaciones de acuerdo con la jerarquía de operaciones.
$\frac{225}{7}=\frac{225}{7}$	**Paso 9**: Con el valor encontrado se puede observar que se cumple con la condición de igualdad

Complete el desarrollo en la comprobación de la ecuación

Desarrollo

$$\frac{1}{2}x+\frac{2}{5}=\frac{1}{3}x-\frac{5}{2} \quad m.c.m.(2;5;3)=30$$

$$30\cdot\frac{1}{2}x+30\cdot\frac{2}{5}=30\cdot\frac{1}{3}x-30\cdot\frac{5}{2}$$

$$15x+12=10x-75$$

$$15x-10x=-75-12$$

$$5x=-87$$

$$\boxed{x=-\frac{87}{5}}$$

Comprobación

$$\frac{1}{2}x+\frac{2}{5}=\frac{1}{3}x-\frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2}\left(-\frac{87}{5}\right)+\frac{2}{5}=\frac{1}{3}\left(-\frac{87}{5}\right)-\frac{5}{2}$$

Una vez revisado el contenido de ecuaciones con fracciones de primer grado con una incógnita realice la siguiente actividad.

Actividad 8

Ejercicio 1: Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado y evidencia los procedimientos, además debe realizar la comprobación:

Ecuación 1 $\frac{3x-2}{4}+\frac{x+6}{2}=5$

Ecuación 2 $12\left(\frac{3x}{4}+5\right)=\frac{2x}{3}+7$

Las dos ecuaciones se deben adjuntar al documento de Word creado con el nombre:

U3_Act_Matemática_NombreApellido

3.3 Problema de ecuaciones con una incógnita

En este apartado se resolverá problema de ecuaciones, donde su solución requiere el planteamiento y la resolución de una ecuación con una incógnita (Kaufmann & Schwitters, 2013).

Ejemplo:

Un estudiante tiene **X** dólares. Si gasta $15 en libros, le quedan $25. ¿Cuánto dinero tenía el estudiante al principio?

x	**Paso 1**: identificamos los datos propuestos en el enunciado, para lo cual le asignamos la variable (X) a **dólares** del estudiante, porque es el dato que se desconoce.
$x-15$	**Paso 2:** Nos indica el enunciado que gasta $15 en libros y le quedan $25.

$x - 15 = 25$	**Paso 3**: Reescribimos de forma algebraica los datos encontrados tomando en cuenta cuanto gastó en libros y cuanto le queda.
$x = 25 + 15$	**Paso 4**: Una vez dejado expresada de forma algebraica la ecuación procedemos a despejar la variable, aplicando las propiedades del producto para las ecuaciones
$x = 40$	**Paso 5**: una vez aplicada la propiedad de indicada obtenemos el valor de x que corresponde al valor que tenía al principio
Paso 6: Respondiendo a la interrogante podemos decir que el estudiante tenía $40 antes de comprar los libros	

Fuente: Elaboración propia

Para reforzar los conocimientos adquiridos se presenta un video que proporciona información necesaria para complementar los aprendido sobre resolución de problemas de ecuaciones de primer grado:

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Complete el desarrollo del siguiente problema de ecuación

Si restas 4 a un número, el resultado es igual a la mitad de ese número. ¿Cuál es el número?

Siendo: Un número = x Restas 4= −4 $x - 4 = \frac{x}{2}$

Ecuación	Resolviendo la ecuación	Resultados
	$2(\boxed{} - 4) = x$	

$$2x - \square = x$$

$$2x - x = \square$$

$$3x = \square$$

$$x = \frac{\square}{\square}$$

$$x = \square$$

Una vez afianzado sus conocimientos con los ejemplos y ejercicios de completar realice la siguiente actividad.

Actividad 9

Ejercicio 1: Resuelva el siguiente problema de ecuación de primer grado propuesto, adjunte su desarrollo en el documento de Word

- La suma de las edades de tres hermanos es de 51 años, si el mayor tiene 19 años. **Calcular la edad de cada uno de sus hermanos gemelos.**

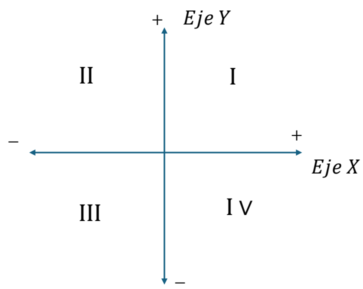
Guarde el archivo en PDF y suba en el TA3 – Actividades 3 en Moodle

3.4 Funciones de variables real

3.4.1 Plano Cartesiano

El plano cartesiano se forma con dos rectas perpendiculares, cuyo punto de intersección se denomina origen. La recta horizontal recibe el nombre de eje X o eje de las abscisas y la recta vertical recibe el nombre de eje Y o eje de las ordenadas.

El plano cartesiano se divide en cuatro regiones llamadas “cuadrantes”. A cada punto P se le asigna un par ordenado o coordenada P (x, y).



Fuente: elaboración propia

3.4.2 Función.

El termino función fue introducido por Gottfried Wilhelm Leibniz en el siglo XVII y su definición es una de las más básicas en todas las matemáticas y es esencial para el estudio del cálculo.

3.4.2.1 Definición.

Una función es una regla que asigna a cada número de entrada exactamente un número de salida. Al conjunto de los números de entrada se le llama el dominio de la función. El conjunto de todos los números de salida se llama el rango.

Una variable que representa a los números de entrada para una función se denomina variable independiente. Una variable que representa a los números de salida se denomina variable dependiente, ya que su valor depende del valor de la variable independiente.

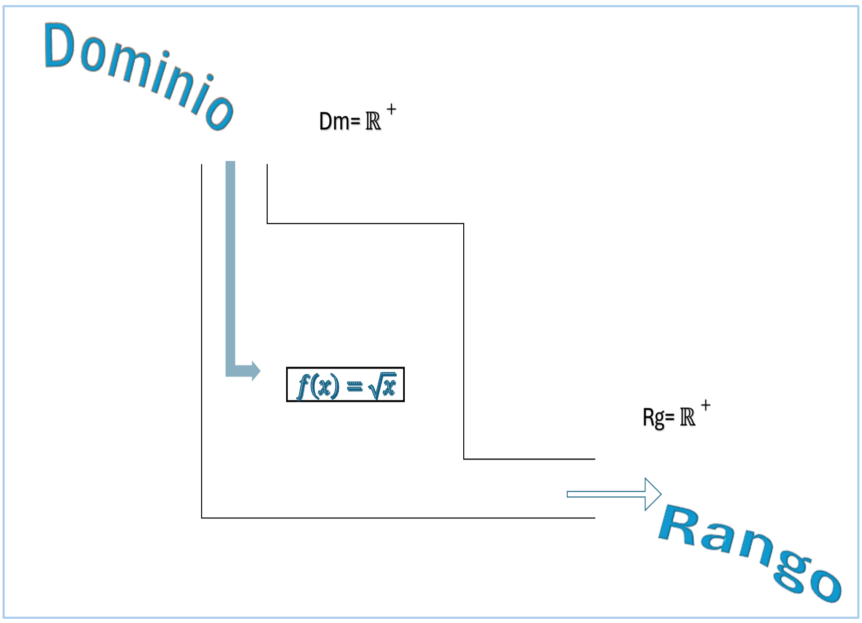
Por lo tanto, una función es la relación que existe entre dos conjuntos, de manera que a los elementos de x les corresponde a lo más un elemento de “y” que se lee “f de x”, representa el número de salida en el rango de f que corresponde al número de entrada x en el dominio, expresado de la siguiente manera:

Entrada

$$f(x)$$

Salida

De lo dicho anteriormente y para entender el significado de función lo podríamos representar a través de la siguiente gráfica donde el dominio lo representa por la variable “x” y el rango por la variable “y”



Fuente: elaboración propia

Nota: Deberá dirigirse a su plataforma en Moodle y realizar **“Las preguntas de comprobación”** sobre el tema tratado

UNIDAD 4

4 Algebra: Sistema de Ecuaciones

4.1 Sistema de ecuaciones 2x2

Llamase sistema de ecuaciones lineales aquellas expresiones algebraicas compuestas por dos, tres o cuatro incógnitas, en las que el número de variables deberán coincidir con el número de ecuaciones para que dichos sistemas puedan tener solución (Bahena, 2018).

En el caso de sistema de ecuaciones de 2x2 o también llamados **sistemas cuadrados** es aquella que constan dos ecuaciones y dos incógnitas de grado uno, de donde los términos **a, b**, son coeficientes y el término **c** representa al termino independiente se presenta de la forma (Aguilar, Bravo y Gallegos, 2009).

$$\begin{cases} \boldsymbol{a_1x + b_1y = c_1} \\ \boldsymbol{a_2x + b_2y = c_2} \end{cases}$$

Métodos de solución de sistemas de ecuación lineales

Para dar solución a un sistema de ecuaciones lineales según el autor Bahena Hugo en su libro de "**Algebra**" (Bahena, 2018), se puede realizar a través de cinco métodos los mismos se detallan a continuación:

- Método Sustitución
- Método Igualación
- Método Reducción o Suma Y Resta
- Método Grafico
- Método Determinante

Para entender mejor los procedimientos utilizados para resolver un sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos indicados anteriormente se presenta el siguiente ejercicio:

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 22} \\ \mathbf{2x - 9y = 7} \end{cases}$$

4.1.1 Método de sustitución

Para dar solución a un sistema de ecuaciones lineales es necesario despejar una variable en cualquiera de las dos ecuaciones y remplazarla en la que no fue tomada en cuenta de esta manera se obtiene una ecuación con una sola incógnita (Román, 2018).

$$\begin{cases} \mathbf{2x + 3y = 12} & \quad \boldsymbol{Ecuación_1} \\ \mathbf{4x - y = 5} & \quad \boldsymbol{Ecuación_2} \end{cases}$$

Paso 1: Se elije cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las dos ecuaciones	$\mathbf{4x - y = 5}$ $\boldsymbol{y} = \dfrac{\mathbf{5+y}}{\mathbf{4}}$
Paso 2: Se sustituye o reemplaza la expresión obtenida en la otra ecuación.	$2x + 3y = 12$ $2\left(\dfrac{\mathbf{5+y}}{\mathbf{4}}\right) + 3y = 12$

Paso 3: Se resuelve la ecuación resultante y se aplica la propiedad del producto de las ecuaciones y se simplifica el denominador	$\dfrac{10+2y}{4} + 3y = 12$ $4 * \dfrac{10+2y}{4} + 4 * 3y = 4 * 12$ $10 + 2y + 12y = 48$ $10 + 14y = 48$

Paso 4: Se la deja indicada en función de la incógnita resultante en este caso encontramos el valor de la variable "y"	$14y = 48 - 10$ $y = \frac{38}{14} = \frac{19}{7}$
Paso 5: El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso, aunque también se puede escoger cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.	$x = \frac{5 + y}{4}$ $x = \frac{5 + \frac{19}{7}}{4}$ $x = \frac{\frac{54}{7}}{\frac{4}{1}}$ $x = \frac{54}{28}$ $x = \frac{27}{14}$
Paso 5: Solución del sistema	$\begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{27}{14} \end{cases}$

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a reforzar sus conocimientos de resolución de sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

4.1.2 Método de igualación

Para trabajar este método que consiste en despejar la misma variable, puede ser esta la variable X o la variable Y en las dos ecuaciones para después proceder a igualarlas, para lo cual nos valemos del mismo ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & \quad Ecuación_1 \\ 4x - y = 5 & \quad Ecuación_2 \end{cases}$$

Paso 1: Se elije cualquiera de las incógnitas y se despeja en las dos ecuaciones.	$\mathbf{2x+3y=12}$ $x=\dfrac{\mathbf{12-3y}}{\mathbf{2}}$	$\mathbf{4x-y=5}$ $x=\dfrac{\mathbf{5+y}}{\mathbf{4}}$
Paso 2: Se igualan las expresiones obteniendo una ecuación con una incógnita.	$Ecuacion\ 1\ = Ecuacion\ 2$ $\dfrac{12-3y}{2}=\dfrac{5+y}{4}$	
Paso 3: Se resuelve la ecuación resultante aplicando las propiedades de la multiplicación y reduciendo términos semejantes	$4(12-3y)=2(5+y)$ $48-12y=10+2y$ $-12y-2y=10-48$ $-14y=-38$ $y=\dfrac{-38}{-14}=\dfrac{19}{7}$	
Paso 4: El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del primer paso, aunque también se puede con las ecuaciones iniciales.	$x=\dfrac{5+y}{4}$ $x=\dfrac{5+\frac{19}{7}}{4}$ $x=\dfrac{\frac{35+19}{7}}{4}$ $x=\dfrac{\frac{54}{7}}{\frac{4}{1}}=\dfrac{54}{28}$ $x=\dfrac{27}{14}$	
Paso 5: Solución del sistema	$\begin{cases} x=\dfrac{19}{7} \\ y=\dfrac{27}{14} \end{cases}$	

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a reforzar sus conocimientos de resolución de sistemas de ecuaciones por el método de igualación.

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

4.1.3 Método de Reducción

Consiste en sumar o restar ecuaciones (en pares), para eliminar alguna de las variables en ambas ecuaciones y conocer el valor de la otra variable.

$$\begin{cases} \mathbf{2x + 3y = 12} & \textit{Ecuación}_1 \\ \mathbf{4x - y = 5} & \textit{Ecuación}_2 \end{cases}$$

Paso 1: Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convengan. Para convertir y en -3y debo multiplicarlo por 3	$\mathbf{4x - y = 5}$ $\mathbf{3(4x - y = 5)}$ $\mathbf{12x - 3y = 15}$
Paso 2: Se realiza la suma o resta algebraicamente en las ecuaciones eliminando la variable indicada.	$\begin{cases} 2x + \cancel{3y} = 12 \\ 12x - \cancel{3y} = 15 \end{cases}$ $14x = 27$
Paso 3: Se resuelve la ecuación resultante	$y = \frac{27}{14}$
Paso 4: El valor obtenido se reemplaza en la expresión en cualquiera de las dos ecuaciones para encontrar el valor de la otra incógnita	$2x + 3y = 12$ $2\left(\frac{27}{14}\right) + 3y = 12$ $\frac{54}{14} + 3\mathrm{y} = 12$ $3\mathrm{y} + \frac{54}{14} = 12$ $14 * 3y + \frac{14 * 54}{14} = 14 * 12$ $42y + 54 = 168$

	$42y = 168 - 54$ $42y = 114$ $y = \frac{114}{42} = \frac{19}{7}$
Paso 5: Solución del sistema	$\begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{27}{14} \end{cases}$

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a reforzar sus conocimientos de resolución de sistemas de ecuaciones por el método de reducción.

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Es importante tomar en cuenta que al resolver un sistema de ecuaciones utilizando los **métodos de: sustitución, igualación y reducción** el valor de las incógnitas en “x” y “y” serán exactamente las mismas soluciones tal como se ha demostrado en los ejemplos anteriores quedando indicado el conjunto solución para: $x = \frac{19}{7}$ y $y = \frac{27}{14}$

Complete el desarrollo de los sistemas de ecuaciones

Igualación

Sustitución

$$\begin{cases}3x+2y=16 & (1)\\ 5x-3y=7 & (2)\end{cases}$$

Despejamos X de (1)

3x + 2y = 16

x = $\boxed{}$

Despejamos X de (2)

5x - 3y = 7

x = $\boxed{}$

Igualando

x = x

$$\frac{16-2y}{3}=\frac{7+3y}{5}$$

$\boxed{}$ = $\boxed{}$

$\boxed{}$ = $\boxed{}$

y= $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

Sustituyendo $y=\frac{59}{19}$ **en**

5x - 3y = 7

X= $\boxed{}$

X= $\boxed{}$

X= $\boxed{}$

X= $\boxed{}$

$$\begin{cases}3x+2y=16 & (1)\\ 5x-3y=7 & (2)\end{cases}$$

Despejamos X de (1)

3x + 2y = 16

x = $\boxed{}$

Sustituyendo $x=\frac{16-2y}{3}$ **en (2)**

5x - 3y = 7

$\boxed{}$ = 7

$\boxed{}$ = $\boxed{}$

$\boxed{}$ = $\boxed{}$

y= $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

Sustituyendo $y=\frac{59}{19}$ **en**

3x + 2y = 16

x= $\boxed{}$

x= $\boxed{}$

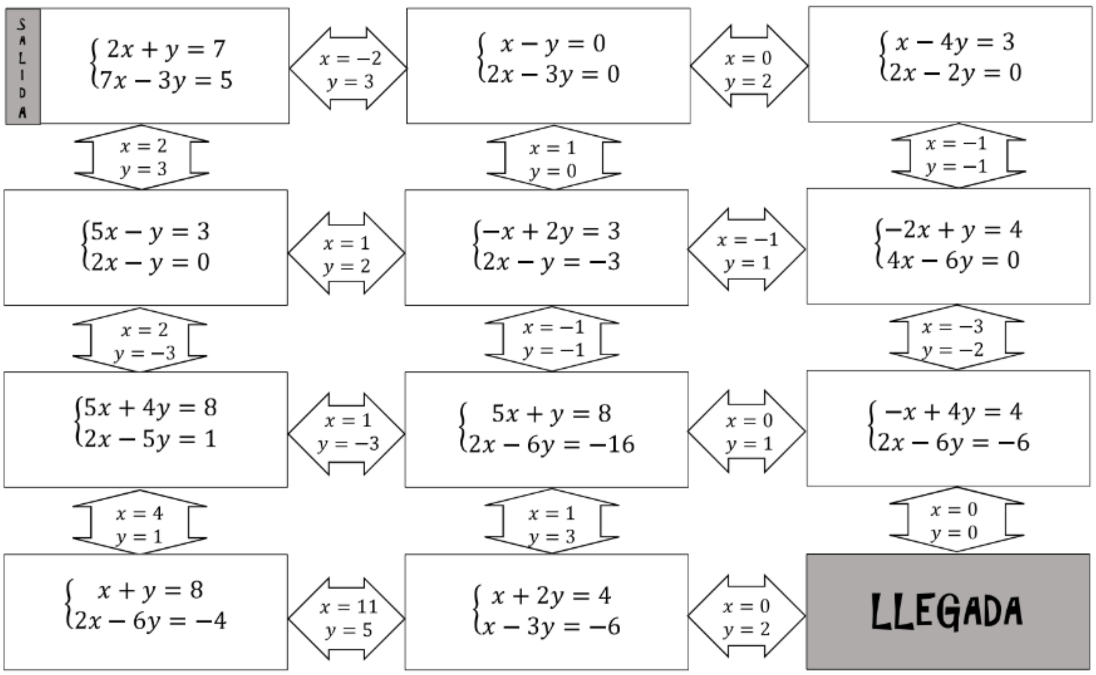
x= $\boxed{}$

x= $\boxed{}$

Una vez estudiado el contenido de los métodos de los sistemas de ecuaciones, realice la siguiente actividad para afianzar sus conocimientos.

Actividad 10

Ejercicio 1: Determina el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones que se encuentran en el laberinto y coloree el camino para llegar a la meta. Al finalizar realice una captura de pantalla y guarde en un



documento de Word.

Ejercicio 2: En uno de los sistemas de ecuaciones del laberinto aplique el método de reducción, evidencie el procedimiento adjuntando el desarrollo en el documento de Word creado.

El documento de Word debe guardarse con el siguiente nombre:

U4_Act_Matematica_NombreApellido

4.2 Sistemas de ecuaciones de 2x2 con fracciones

Cuando, encontramos ecuaciones establecidas como fracciones, la forma más fácil para resolver por cualquier método es eliminar los denominadores, es decir, transformar a números enteros.

Ejemplo 1: Sistema de ecuaciones con fracciones de 2x2:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$$

Se toma la *primera ecuación* $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5$ donde se sacará el ***mínimo común múltiplo*** de $3, 2$ el cual es **6**. Sabiendo que el **mcm** es 6, se realiza el siguiente proceso:

$\left(\frac{6}{2}\right) \cdot 1 = 3$ $\left(\frac{6}{3}\right) \cdot 1 = 2$	**Paso 1:** Una vez dividido el mcm para cada denominador y multiplicarlo por el numerador se obtiene una nueva expresión.	$\frac{3x + 2y}{6} = 5$
	Paso 2: Se pasan los denominadores a los términos opuestos y se multiplica para obtener la nueva ecuación.	$(3x + 2y) = 6(5)$ $3x + 2y = 30$

En la *segunda ecuación* $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$ donde se sacará el ***mínimo común múltiplo*** de $4, 2$ el cual es 4. Sabiendo que el MCM es 4, se realiza el siguiente proceso:

$\left(\frac{4}{4}\right) \cdot 3 = 3$ $\left(\frac{4}{2}\right) \cdot 1 = 2$	**Paso 1:** Una vez dividido el mcm para cada denominador y multiplicarlo por el numerador se obtiene se obtiene una nueva expresión.	$\frac{3x + 2y}{4} = 1$

Paso 2: Se pasan los denominadores a los términos opuestos y se multiplica para obtener la nueva ecuación.

$$(3x + 2y) = 4(1)$$

$$\mathbf{3x + 2y = 4}$$

El nuevo sistema de ecuación queda establecido de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 30} \\ \mathbf{3x + 2y = 4} \end{cases}$$

Para recordar

Ambos casos corresponden al mismo sistema de ecuaciones a pesar de estar expresada la primera en fracciones y la otra esta expresada en enteros.

$$\begin{cases} \mathbf{\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5} \\ \mathbf{\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 1} \end{cases} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 30} \\ \mathbf{3x + 2y = 4} \end{cases}$$

En un sistema de ecuaciones con fracciones también se puede resolver obteniendo el mcm de toda la ecuación, de clic en el PDF adjunto para visualizar la conversión de una ecuación en fracciones a una ecuación con números enteros, además su resultado no varía ya que es o son las mismas ecuaciones expresadas de forma entera.

Download PDF

Clic en el código QR o escanea para visualizar el PDF

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a reforzar sus conocimientos de resolución de sistemas de ecuaciones 2x2 con Fracciones. Observe el ejercicio a partir desde el minuto 4:35 hasta el 8:54

CLICK!

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Una vez se haya obtenido la ecuación nueva con números enteros para encontrar el valor de las incógnitas se debe aplicar cualquier método de resolución, como los que se indicaron al inicio de la unidad 4: sustitución, igualación y eliminación. Sin embargo, si desea aplicar otro método es correcto, ya que cualquier método debe brindar el mismo resultado.

Complete el desarrollo del sistema de ecuaciones con fracciones

De Respuestas a las siguientes preguntas planteadas sobre sistemas de ecuaciones con fracciones

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 1 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = -1 \end{cases}$$

¿Cuál es el MCM las dos ecuaciones?	**mcm Ecuación 1 _____________** **mcm Ecuación 2 _____________**
¿Cuál es el nuevo sistema de ecuaciones equivalente con números enteros?	$\begin{cases} 42x + \boxed{} = \boxed{} \\ \boxed{} - 2y = \boxed{} \end{cases}$
¿Cuál es el conjunto de solución del sistema de ecuaciones?	$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$

Una vez haya revisado el contenido de sistema de ecuaciones con fracciones y observado los recursos como vídeo y PDF realice la siguiente actividad:

Actividad 11

Ejercicio 1: Con el **ejemplo 1 de la página 45 del sistema de ecuaciones** determine los valores para "x" y "y:

$$\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{2}{7}y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

a) $x = \frac{13}{16}; y = \frac{1}{4}$

b) $x = \frac{11}{13}; y = \frac{1}{4}$

c) $x = \frac{13}{16}; y = \frac{1}{8}$

d) $x = \frac{11}{13}; y = \frac{1}{8}$

Adjuntar esta actividad al documento de Word creado con el nombre:

U4_Act_Matematica_NombreApellido

4.3 Problemas de sistemas de ecuaciones de 2x2

Los sistemas de ecuaciones lineales son una herramienta importante para la resolución de problemas en la que intervienen dos variables y su aplicación es muy frecuente en la economía, la administración, la física, etcétera.

Ejemplo:

La suma de dos números es 25 y la diferencia entre ellos es 5. ¿Cuáles son los números? **¿Cuáles son los números?**

Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
Paso 1: Se definen las incógnitas	x= corresponde al número 1 y= corresponde al número 2

Paso 2: En su primera parte el problema indica que: "La suma de dos números es"	$x+y=25$
Paso 3: En la segunda parte del problema indica que: "la diferencia entre ellos es"	$x-y=5$
Paso 4: de acuerdo con las condiciones del problema se forma el siguiente sistema de ecuaciones:	$\begin{cases} x+y=25 \\ x-y=5 \end{cases}$
Paso 5: identificado el sistema de ecuaciones dado en el problema se aplica cualquier método de resolución para sistemas de ecuaciones, para este ejemplo se ha trabajado el método de sustitución.	

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=25} & \boldsymbol{Ecuación_1} \\ \mathbf{x-y=5} & \boldsymbol{Ecuación_2} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{x-y=5}$$
$$x=5+y$$
$$\boldsymbol{x}+y=25$$

$$\Rightarrow$$

$$\mathbf{5}+\boldsymbol{y}\ +y=25$$
$$2y=25-5$$
$$2y=20$$
$$y=\frac{20}{2}=\mathbf{10}$$

$$\Rightarrow$$

$$x=5+\mathrm{y}$$
$$x=5+\mathbf{10}$$
$$x=\mathbf{15}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x=15} \\ \boldsymbol{y=10} \end{cases}$$

Comprobación:

Los números suman 25	La diferencia entre ellos es 5
$X+Y=\mathbf{25}$	$x-y=\mathbf{5}$
$15+10=\mathbf{25}$	$15-10=\mathbf{5}$
$\mathbf{25=25}$	$\mathbf{5=5}$

A continuación, le presentamos un vídeo que les ayudará a afianzar sus conocimientos sobre problema de sistemas de ecuaciones 2x2

Clic en el código QR o escanea para visualizar el vídeo

Una vez haya revisado el contenido problemas de sistema de ecuaciones y observado el vídeo realice la siguiente actividad:

Actividad 12

Ejerccio 1: Plantee el sistema de ecuaciones de cada problema propuesto y resuélvalas aplicando los métodos que se indican a continuación

- **Sustitución**: En una tienda, Juan compra 3 camisetas y 2 pantalones por un total de $70. María compra 2 camisetas y 3 pantalones por un total de $65. ¿Cuánto cuesta cada camiseta y cada pantalón?
- **Reducción**: Carlos y Ana tienen juntos $150. Carlos tiene $20 más que Ana. ¿Cuánto tiene cada uno?
- **Igualación**: Una pequeña empresa vende dos productos: A y B. El producto A se vende a $15 y el producto B a $10. En un día, la empresa vendió un total de 50 productos y obtuvo $650 en ingresos. ¿Cuántos productos de cada tipo se vendieron?

Adjuntar al documento de Word creado en la actividad 10:

U4_Act_Matematica_NombreApellido

Guarde el archivo en PDF y suba en el TA4 en Moodle

5 Bibliografía

Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M. y Reyes Figueroa, R. (2009). *Matemáticas Simplificadas.* https://clea.edu.mx/biblioteca/items/show/107#?c=&m=&s=&cv=

Arya, J. C & Lardner, R. W. (2009). *Matemáticas Aplicadas a la administración y a la economía.* Perarson Educación. https://www.academia.edu/20717387/Matem%C3%A1ticas_aplicadas_a_la_Administraci%C3%B3n_y_a_la_Econom%C3%ADa?rhid=29471790703&swp=rr-rw-wc-10609909

ESPOL. (2006). *Fundamentos de matemáticas para bachillerato.* ICM. https://uleammy.sharepoint.com/:b:/g/personal/p1312965112_dn_uleam_edu_ec/EVWKoHU3bbVMikv_U6XgjjIBA2U3TPuED_orV_6KAd8N8A?e=ymhpkX

Haeussler, R. (2003). *Matemáticas para la Administración y Economía.* Perarson Educación. https://www.academia.edu/44141967/Matematicas_para_la_Administracion_y_Economia_Haeussler_Richard?sm=b

Instituto Tecnológico de Massachusetts. (ISTP). (s.f.). *Norbert Wiener Manual de Matemática Aplicada* I. https://www.academia.edu/30902583/MATEM%C3%81TICA_APLICADA_I?rhid=29471624478&swp=rr-rw-wc-27694387

Ministerio de Educación. (2018). *Matemática, 18.* Ministerio de Educación del Ecuador. https://drive.google.com/file/d/1ypHmjFK4DTBb_AlDEqDoej--Hv60plhZ/view

Rodríguez Vásquez, F. M. (2016). *Iniciación Al Algebra Elemental.* Ediciones Diaz de Santos S.A. ProQuest Ebook Central. https://www.proquest.com/legacydocview/EBC/7098398?accountid=151317

Venero Baldeón, J. A. (2024). *Matemática Básica* 2a Edición. Representaciones GEMAR E.I.R.L, ProQuest Ebook Central. https://www.proquest.com/legacydocview/EBC/31550138?accountid=151317.

ISBN: 978-9942-681-15-7
9789942681157

Uleam
UNIVERSIDAD LAICA
ELOY ALFARO DE MANABÍ